



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^4 \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &: 2^{10} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

Заметим, что если в произведении abc присутствуют какие-то множители, кроме 2^a и 7^b , то такое произведение не будет наименьшим, т.к. данные множители не входят в делители, но факторизацией произведения $abc = 2^{\min} \cdot 7^{\min}$

$B \geq 37$, т.к. $ac = 7^{37}$. Пусть $a = 2^k \cdot 7^e$, $b = 2^m \cdot 7^f$, $c = 2^n \cdot 7^d$

$$\Rightarrow \begin{cases} k+m \geq 14 \\ m+n \geq 17 \\ k+n \geq 20 \end{cases}$$

$2m+k+n \geq 31$ Попробуем минимизировать $k+m+n$, т.е.

$$\begin{cases} k+m=14 \\ m+n=17 \\ k+n=20 \end{cases} \quad \begin{aligned} 2m+k+n &= 31 \\ 2m &= 11, \text{ но } m \text{ целое, но если } m=5, \text{ не подходит,} \\ \text{и минимум при } m=6 \end{aligned}$$

выполним $2m+k+n=31$ из равенств увеличим на 1 и попробуем решить систему линейных уравнений: (возможно пока система имеет решение $m+n+k$, но увеличим пока не будет)

$$\begin{cases} k+m=15 \\ m+n=17 \\ k+n=20 \end{cases} \quad \begin{aligned} 2m+k+n &= 32 \\ 2m &= 12 \\ m &= 6, \quad k=9, \quad n=11. \quad m+n+k=26 \end{aligned}$$

Получим при $a = 2^9 \cdot 7^{10}$, $b = 2^6$, $c = 2^{11} \cdot 7^{17}$ которая удовлетворяет условиям задачи. Возвращаемся к $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ и проверяем, что это наименьшее.

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$\frac{a}{b} \text{ несократима} \Rightarrow (a, b) = 1$$

Пускай $\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ можно сократить на $m \Rightarrow a+b : m$ и

$$(a+b)^2 - 8ab : m$$

\Downarrow
т.к. $a+b : m \Rightarrow (a+b)^2 : m \Rightarrow 8ab : m$. Но т.к. $(a, b) = 1$ ни один из чисел

числителя из m не содержится и в a , и в b , а

также в a или в b они тоже содержаться не могут, иначе

в сумме $a+b$ a делится на m , а b нет, значит в b^2

сумма не делится на этот множитель, значит в a^2 сумма не

делится и на m . Получается все ^{числитель} множители из m

содержатся в 8 ($8 : m$) $\Rightarrow 8 \geq m$. Пример при

$$m=8 \quad a=1, b=7 \quad (1,7)=1 \quad \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{8}{8} = \frac{1}{1}$$

$$\text{Ответ: } m=8$$

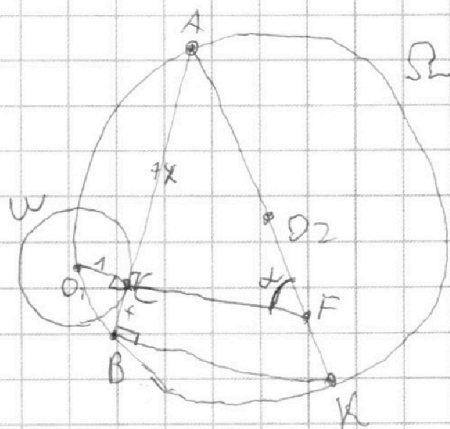
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CB} = 7 \quad AC = 7x \quad BC = x$$

$O_1C \perp AB$ (радиус \perp касательной)

$$O_1C = 1$$

$$AO_2 = O_2K = 5 \quad AK = 10$$

$\angle ABK = 90^\circ$ (отправлен касательная) \Rightarrow

$$O_1C \parallel BK$$

$\triangle ACF$ и $\triangle ABK$ подобны (по двум углам)

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CF}{BK} = \frac{7}{8} \quad \frac{AF}{AK} = \frac{7}{8} \quad AF = \frac{10 \cdot 7}{8} = \frac{35}{4}$$

$$\cos \alpha (\angle CFA) = \frac{CF}{AF} \quad \sin \alpha = \frac{AC}{AF} = \frac{7x}{\frac{35}{4}} = \frac{4x}{5}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{CF}{AF} = \frac{3x}{5} \quad CF = \frac{3x}{5} \cdot \frac{35}{4} = \frac{21}{4}x$$

$$AC^2 + CF^2 = AF^2 \quad 49x^2 + \frac{441}{16}x^2 = \left(\frac{35}{4}\right)^2$$

$$\frac{1225}{16}x^2 = \frac{1225}{16} \quad x = 1$$

$$AB = 8x = 8$$

Ответ: 8

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 16 \\ \hline 294 \\ 49 \\ \hline 784 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Заметим, что $2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1) = -7x+2 = 2-7x$

Поэтому $\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1)$

Положим $a = 2x^2-5x+3$ $b = 2x^2+2x+1$

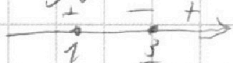
$$a-b = a^2-b^2 \quad a^2-b^2 - (a-b) = 0 \quad (a-b)(a+b+1) = 0$$

$$\begin{cases} a=b \\ a+b=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1 \\ \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \end{cases}$$

$$2x^2-5x+3 \geq 0 \quad \text{и} \quad 2x^2+2x+1 \geq 0$$

$$(x-1)(2x-3) \geq 0$$

$$D \geq 0 \quad z \geq 0 \Rightarrow \text{при любых } x$$



$(-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$ ← корни в этих промежутках

$$-7x+2=0$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 + 2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+6x^2-16x+3} = 1$$

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$4x^2-3x+3 + 2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = 0$$

$$16x^4+9x^2+9-24x^3-18x+24x^2 = 16x^4-24x^3-8x^2+4x+12$$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$D = 484 + 492 = 976$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82}$$

$$x = \frac{41 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 16161} \\ \underline{936} \\ 280 \\ \underline{28} \\ 492 \\ \underline{492} \\ 0 \end{array}$$

$$2\sqrt{61} < 8$$

$$\frac{11-\sqrt{61}}{41} < \frac{11+2\sqrt{61}}{41} < \frac{11+6}{41} < 1$$

Поэтому при рассмотрении корней:

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$x = \frac{11+2\sqrt{61}}{41}$$

$$x = \frac{11-2\sqrt{61}}{41}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4a^2 - 100b^2 + 4 = 0 \\ 160ab - 100b^2 - 63a^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

$$67a^2 - 160ab + 3 = 0$$

Решив это уравнение для a относительно b
мы найдем все нужные значения.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Круги
с центрами $(-8, 0)$ и $r=1$

Круги с центрами $(0, 0)$
и $r=2$

Эти круги не пересекаются. Но если внутренне
уравнение системы ≤ 0 имеет ~~какие-то~~ ^{и решение 2} решение, если
линия, внутренне касаться ~~линии~~ ^{линии} $y = ax + 10b$
касательная к ~~одному~~ ^{одному} кругу (если пересекает
хоть одну, то внутри нее уже больше 2-х точек, т.е.
и система имеет больше 2-х решений).

Невыполнимо:

$$(x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab+16) + 100b^2+63=0$$

$$D = 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 400a^2b^2 - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0$$
$$640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0$$

$$x^2 + (ax+10b)^2 = 4$$

$$x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 - 400b^2a^2 - 400b^2 + 16a^2 + 16 = 0$$

$$D = 16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

Значит наша исходная система имеет ровно 2 ре-
шения если выполняются следующие условия

$$\begin{cases} 640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0 \\ 16a^2 - 400b^2 + 16 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{MF}{MA} = \sin \angle C = \frac{DA}{AN} \quad \sin \angle C = \frac{2\sqrt{5}}{11} = \frac{\sqrt{5}}{11}$$

$$\frac{NG}{AN} = \sin \angle N = \frac{DA}{AM} \quad \sin \angle N = \frac{2}{11} = \frac{\sqrt{5}}{11}$$

Поэтому $\frac{9}{1 \cdot 11} = \frac{V^2}{1 \cdot 11} \Rightarrow V = \sqrt{9} \Rightarrow AQ = 3 \Rightarrow AI = 6$

Ответ: 6

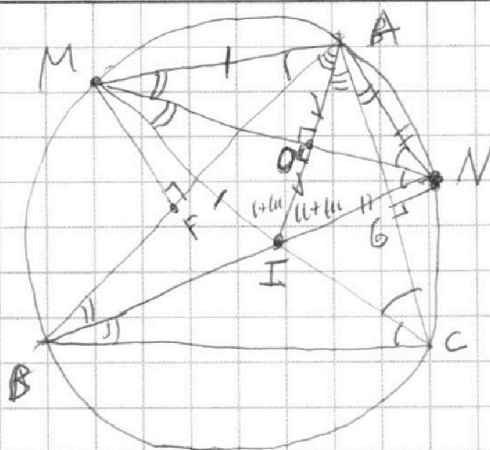
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$BM = MA \Rightarrow \angle MCB = \angle MCA \Rightarrow MC - \text{бис. } \angle BCA$
 $AN = NC \Rightarrow \angle ABN = \angle NBC \Rightarrow BN - \text{бис. } \angle ABC$
 Точка пересечения биссектрис CM и BN (I) - центр вписанной окружности
 $\triangle ABC$ (CM и BN биссектрисы) \Rightarrow $\angle BAI = \angle CAI$
 Тогда AI - биссектриса $\angle BAC$:
 $\angle BAI = \angle CAI$

$MF = 4,5$ $NG = 2$ $\angle MAB$ опирается на дугу $MB \Rightarrow$

$\angle MAB = \angle MCB = \angle MCA$. $\angle NAC$ опирается на дугу $NC \Rightarrow$

$\angle NAC = \angle NBC = \angle NBA$. $\angle MIA = \angle FAC + \angle ICA$ (внешний) =

$= (\alpha + \alpha) \Rightarrow \angle MIA = \angle MAI \Rightarrow \triangle MIA$ равнобедр. и

$MI = IA$. $\angle AIN = \angle BAI + \angle ABI = \alpha + \alpha \Rightarrow \angle AIN = \angle IAN \Rightarrow$

$\triangle ANI$ равнобедр. и $AN = NI$. ~~$\triangle AMI \cong \triangle INI$ (3 стороны)~~

$\angle CMA$ опирается на дугу $AC \Rightarrow \angle CMA = \angle ABC \Rightarrow \frac{\angle CMA}{2} = \frac{\angle ABC}{2} = (\alpha)$.

$\angle ANB$ опирается на дугу $AB \Rightarrow \angle ANB = \angle BCA \Rightarrow \frac{\angle ANB}{2} = \frac{\angle BCA}{2} = (\alpha)$.

$\triangle MAN = \triangle MIN$ (3 стороны) $\Rightarrow \angle AMN = \angle IMN$ и $\angle ANM = \angle INM$.

Т.е. MN - биссектриса $\angle AMI$ и $\angle ANI$. Тогда $\angle AMN = \angle IMN =$

$= \frac{\angle AMI}{2} = (\alpha)$. $\angle ANM = \angle INM = \frac{\angle ANI}{2} = (\alpha)$. MO - высота

в $\triangle AMI$ (он равнобедр. и MO - бис.) он и $\triangle ANI$ (аналогично)

Т.е. $MN \perp AI$. Также $AP = OI$ (MO и ON высоты в равнобедр. $\triangle AMI$ и $\triangle ANI$).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

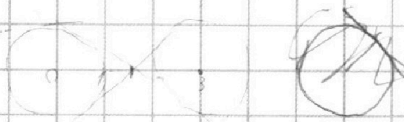
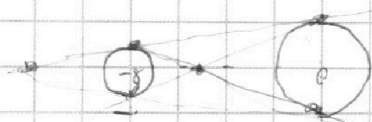
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



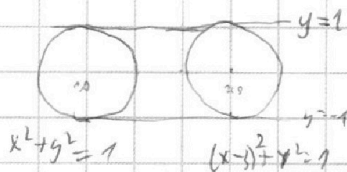
$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 1) \leq 0 \end{cases}$$



$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \\ x^2 + (ax+10b)^2 = 4 \end{cases}$$

x^2



$$\begin{array}{r} 156 \\ \times 156 \\ \hline 936 \\ 780 \\ \hline 256 \\ \times 156 \\ \hline 13716 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 = 1 & \quad (x-3)^2 + y^2 = 1 \\ y = ax + 10b & \\ x^2 + (ax+10b)^2 = 1 & \\ (x-3)^2 + (ax+10b)^2 = 1 & \\ x^2 + x^2 + 6x - 9 = 0 & \\ x = \frac{3}{2} & \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 764 \\ \times 164 \\ \hline 656 \\ 984 \\ \hline 25896 \end{array}$$

~~$$\begin{aligned} x^2 + y^2 = ax + b \\ (x-2)^2 + y^2 = ax + b \\ y = 1 - x \\ x^2 + 1 - 2x + x^2 = 1 \\ 2x^2 - 2x = 0 \\ x = 0 \\ x^2 + ax^2 + 2abx + b^2 - 1 = 0 \\ a = 0 \\ 4ab^2 - 4b^2(a+1) + 4(a+b) = 0 \\ 4a^2b^2 - 4b^2a - 4b^2 + 4a + 4 = 0 \end{aligned}$$~~

$$x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 4$$

$$x^2(a^2+1) + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 - 400b^2a^2 - 400b^2 + 1600ab + 16 = 0$$

$$16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

$$x^2 + 76x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab+76) + 100b^2 + 63 = 0$$

$$D = 300a^2b^2 + 640ab + 256 - 400b^2a^2 - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0$$

$$640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0$$

$$\begin{cases} 4a^2 - 100b^2 + 4 = 0 \\ 160ab - 100b^2 - 63a^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

$$67a^2 - 160ab + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 134 \\ \hline 67 \\ 804 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ \times 160 \\ \hline 96 \\ 25600 \\ \hline 804 \\ 25796 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 114 \\ \times 114 \\ \hline 456 \\ 248 \\ \hline 12996 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10000 \\ \times 114 \\ \hline 456 \\ 114 \\ \hline 12996 \end{array}$$

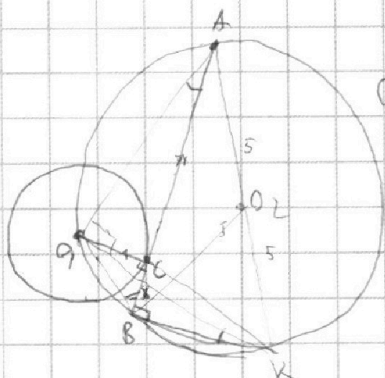
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BK = \sqrt{25 - 84x^2}$$

$$O_1B = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$O_1A = \sqrt{45x^2 + 1}$$

$$\frac{O_1A}{\sin 2\alpha} = \frac{O_1B}{\sin \alpha}$$

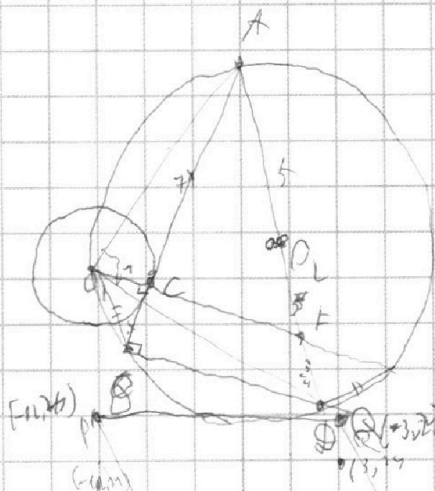
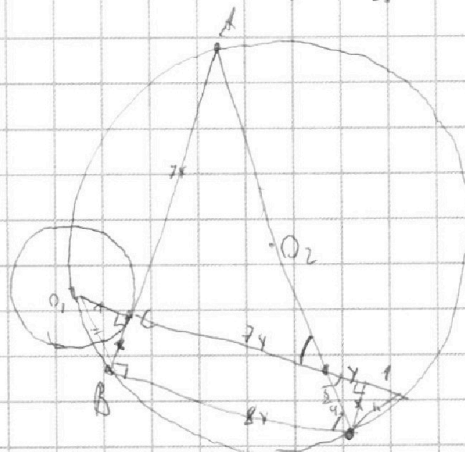
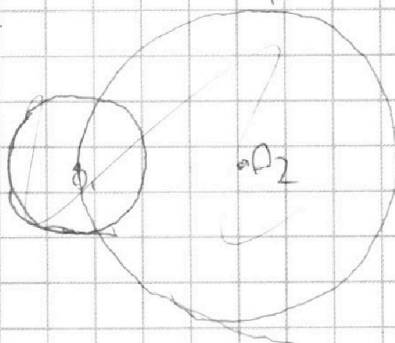
$$\frac{7x}{\frac{3x}{5}} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{3x}{5}$$

$$y = \frac{3}{4}x$$

$$\sin \alpha = \frac{7x}{5}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{49x^2}{25}} = \frac{3x}{5}$$



$$\frac{AC}{AB} = \frac{AF}{AP} = \frac{CK}{BK} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{AF}{70} \quad AF = \frac{70}{8} = \frac{35}{4}$$

$$EP = \frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{16}x^2 + x^2 = \frac{8}{16} \cdot 25$$

$$x^2 \cdot \frac{25}{16} = \frac{8}{16} \cdot \frac{25}{16}$$

$$x^2 = 1$$

$$y_2^2 + 2x_2^2 = y_1^2 + 2x_1^2 + 12$$

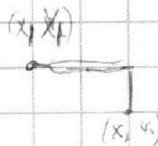
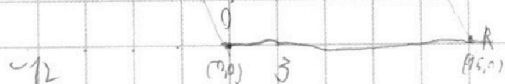
$$y_2^2 - y_1^2 = 2x_1^2 - 2x_2^2 + 12$$

$$2x_2^2 - 2x_1^2 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2x_2^2 - 2x_1^2 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_2 = -2x_1 + 30$$

$$y_1 = -2x_2$$



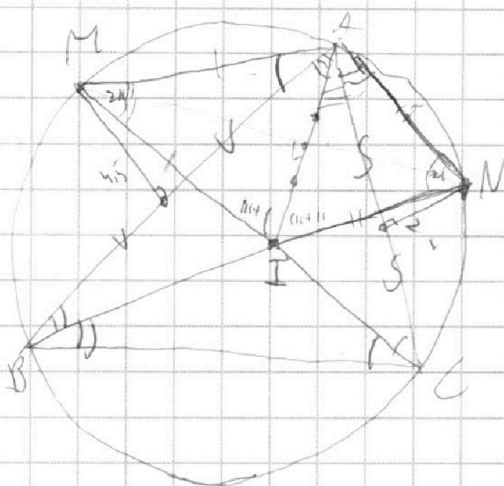
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{\sin l} = 1$$

$$\frac{2}{\sin l} = 1$$

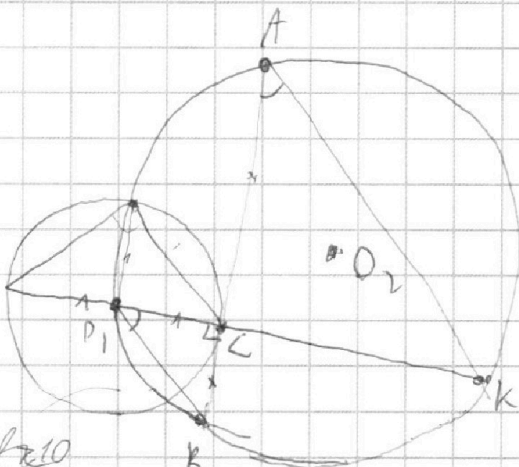
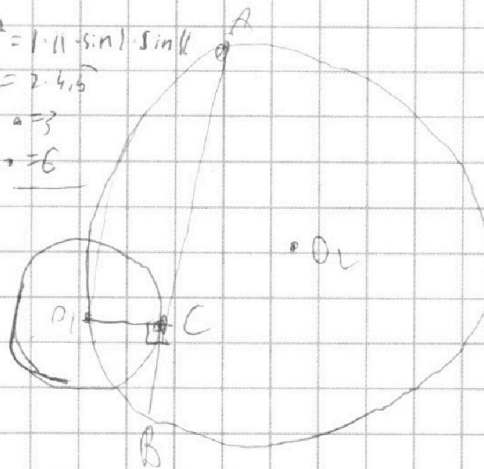
$$\frac{4.5}{\sin l} = 1$$

$$a^2 = 1 \cdot (1 - \sin l) \cdot \sin l$$

$$= 2 \cdot 4.5$$

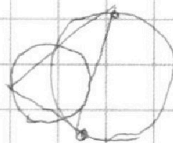
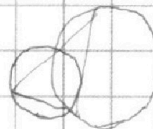
$$a = 3$$

$$2a = 6$$



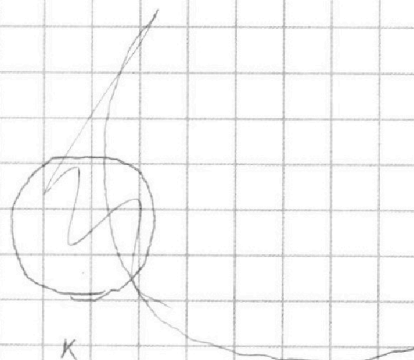
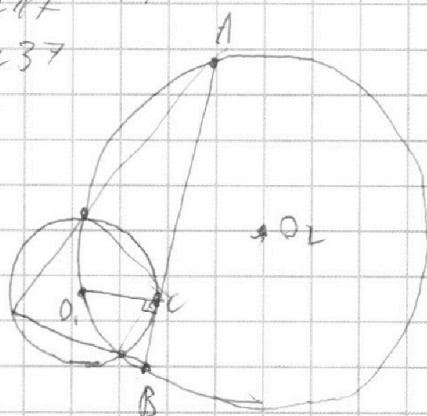
$$\frac{1}{2x} = \frac{x}{CK}$$

$$CK = 2x^2$$



- 700 > 10
- 800 > 10
- 900 > 17
- 1000 > 37

2...7



$$a = 2^k$$

$$b = 2^m$$

$$c = 2^h$$

$$k + m = 14$$

$$m + h = 17$$

$$k + h = 20$$

$$2h = 37 - 14 = 23$$

$$2m = 31 - 17 = 14$$

$$m = 7$$

$$k = 7$$

$$h = 10$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 + 2\sqrt{4x^2-6x} - 2x^2-x+3 = 1$$

$$4x^2 - 3x + 3 = -2\sqrt{4x^2-6x} \rightarrow x^2 + \sqrt{4x^2-6x}$$

$$16x^4 + 9x^2 + 9 - 24x^3 - 18x + 24x^2 = 16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 484 + 492 = 976$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ -22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 884 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ +41 \\ \hline 82 \\ 82 \\ \hline 164 \\ +492 \\ \hline 656 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 984 \\ 186 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

$$\left[\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \right]$$

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 1156} \\ 976 \\ \hline 1800 \\ 1752 \\ \hline 4800 \\ 4720 \\ \hline 8000 \\ 7640 \\ \hline 36000 \\ 35200 \\ \hline 80000 \\ 76400 \\ \hline 360000 \\ 352000 \\ \hline 800000 \end{array}$$

$$\sqrt{976} \approx 31.24$$

Р
A
(-1, 24)

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

O (0,0) R (15,0)

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

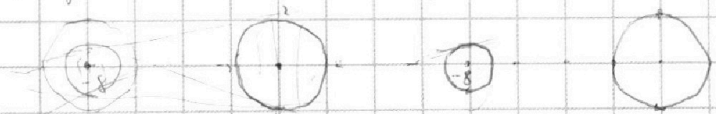
OR: $y = 2x + 24$

QR: $\begin{cases} 24 = 3k + b \\ 0 = 15k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2x + 30 \\ k = -2, b = 30 \end{cases}$

OP: $\begin{cases} 24 = -k + b \\ 0 = 0k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -2, b = 0 \\ y = -2x \end{cases}$

Р(1, 24)

$$\begin{cases} ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \\ ax - by + 19ab = 0 \end{cases} \Rightarrow y = ax + 19ab$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} ab &: 2^{1+1} \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &: 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 b^2 &: 2^{59} \cdot 7^{64} \\ abc &: 2^{26} \cdot 7^{32} \end{aligned}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$\frac{1+7}{8^2 - 8 \cdot 7} = \frac{1}{8-7}$$

$$ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$a \geq 2^8 \cdot 7^{20}$$

$$\begin{aligned} a &: 2^8 \cdot 7^{20} \\ b &: 2^6 \cdot 7^0 \\ c &: 2^{12} \cdot 7^{17} \\ &: 2^{26} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

$$r \cdot ab : m$$

$$g : m$$

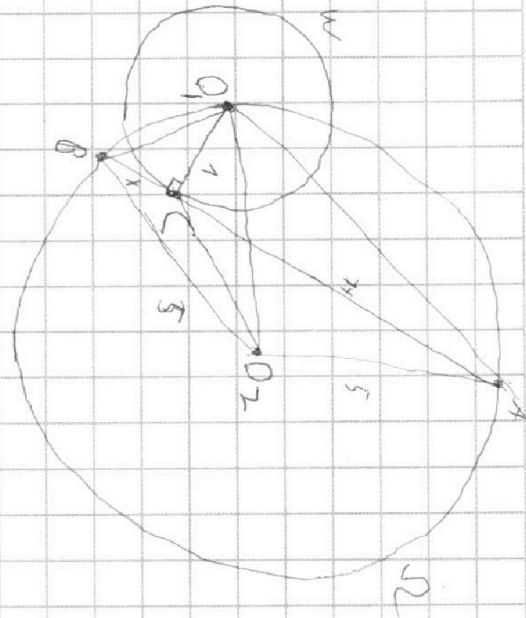
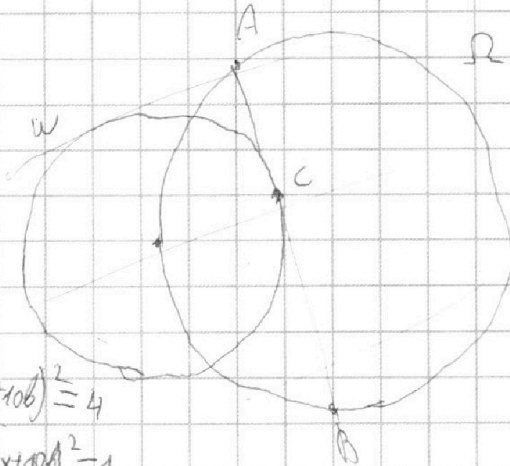
$$g \geq m$$

$$\frac{a}{b} \quad (a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$a+b : m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$



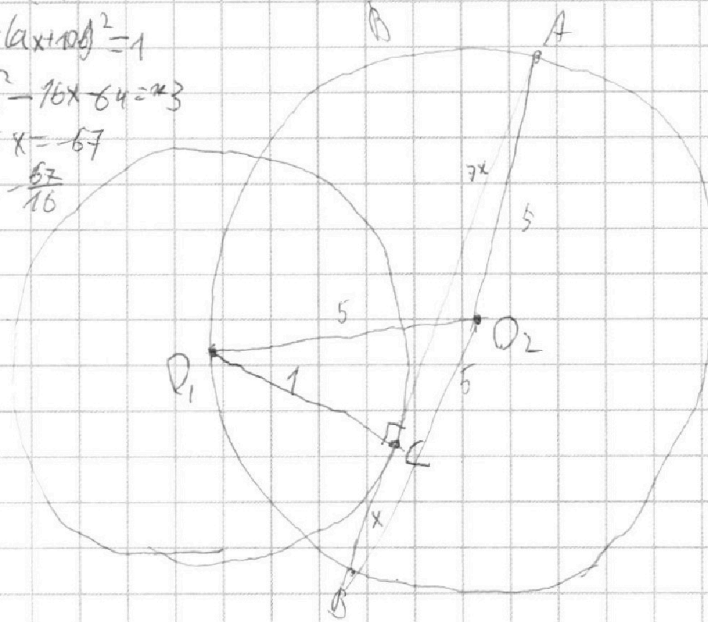
$$\begin{cases} x^2 + (ax+10b)^2 = 4 \\ (x+6)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \end{cases}$$

$$(x+6)^2 + (ax+10b)^2 = 1$$

$$x^2 - x^2 - 16x - 64 = 1$$

$$16x = -67$$

$$x = -\frac{67}{16}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$D=25-14=11$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{11}}{4} \approx \frac{1}{2}$$

$$D=98$$

$$2x^2=5x+1$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} = 2-7x + \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$(3/5) \cdot 24$$

$$D = 849x^2 - 21x + 2 + (4-14x)\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 - 2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2} = 4-28x+49x^2$$

$$2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = -45x^2 + 25x$$

$$4x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = 625x^2 - 2025x^4 - 2250x^3$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 634x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} \geq \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2x^2-5x+3 \geq 2x^2+2x+1 \geq 0$$

$$-7x+2 \geq 0$$

$$2-7x \geq 0$$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$x^2 = 2-7x$$

$$2x^2-5x+3 = 2x^2-2x-1 = 2-7x$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1)$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} - 1 = 0$$

$$a-b = a^2-b^2$$

$$(a-b)(a+b) - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$$4x^2 - 3x + 1 = 0$$