



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

Неравенство  $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2$ .

Оно кратко  $\frac{14+17+20}{7} = \frac{10+17+37}{7} =$

$$= 2^{51} - 7^{64}$$

разделено на  $b^2 c^2$ , получим  $a^2$ ,  
который кратен

Подумаем  $x_a; x_b; x_c$  - степени  
входящих звёзд в числа  
 $a$   $b$   $c$  соответственно, и  $x_a; x_b; x_c$  -  
степени входящих звёздки  
музыке. Запишем вспомогательно

$$\left\{ \begin{array}{l} x_a + x_b \geq 14 \\ x_b + x_c \geq 17 \\ x_a + x_c \geq 20 \end{array} \right.$$

суммируем

$$2(x_a + x_b + x_c) \geq 51; x_a + x_b + x_c \geq 25.5.$$

$x_a, x_b, x_c \in \mathbb{N}$ , значит  $x_a + x_b + x_c \geq 26$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример:  $x_a = 17$   $x_a =$

$$\begin{cases} x_a + x_b = 15 \\ x_b + x_c = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_c - x_a = 2 \\ x_a + x_c = 20 \end{cases}$$

$x_c = 11$ ;  $x_a = 9$ ;  $x_b = 6$  пример

но  $x_a + x_b + x_c = 26$

Второе сомнение:

$$\begin{cases} y_a + y_b \geq 10 \\ y_b + y_c \geq 17 \\ y_a + y_c \geq 37 \end{cases} \quad 2(y_a + y_b + y_c) \geq 64$$

$$y_a + y_b + y_c \geq 32$$

но у нас есть и более сильное

утверждение:  $y_a + y_c \geq 37$  (м.к.  $y_b \geq 0$ )

Следова  $y_a + y_b + y_c \geq 37$

Пример но  $y_a + y_b + y_c = 37$

$$y_a = 10; y_c = 27; y_b = 0.$$

мы получили две различные  
суммы следовательно

$$\text{таким: } 2^{26} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1    2    3    4    5    6    7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

№2

Ну, давай же повергни уравнение

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a} = \frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab - 8ab}{a+b} =$$

$$= \frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b}$$

Ну пусть  $a+b:m$ ; мы хотим  
чтобы сверху тоже делилось на  $m$   
 $(a+b)^2 : m$ . Так как  $8ab : m$   
делится, то числа  $(a+b)$  и  $ab$   
взаимопросты (т.к. число  $ab$  делит  
число  $a$  и  $b$  и не делится  
на них, т.к.  $a$  и  $b$  взаимопро-  
стые, а число  $a+b$  не делится  
на них, т.к.  $a$  и  $b$  взаимопро-  
стые).  $\left\{ \begin{array}{l} a+b : m \\ 8ab : m \\ \text{НОД}(a+b, 8ab) = 1 \end{array} \right.$

значит  $m \nmid 8$ ,  
т.к.  $8 : m$  ибо  $ab : m$   
т.к.  $a+b : m$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример для  $m = 8$

$$a = 5; b = 3$$

$$\frac{5+3}{5^2+3^2-6 \cdot 15} = \frac{8}{34-60} = \frac{-8}{-56}$$

Делит сокр. на 8, получаем  $\frac{-1}{7}$ .



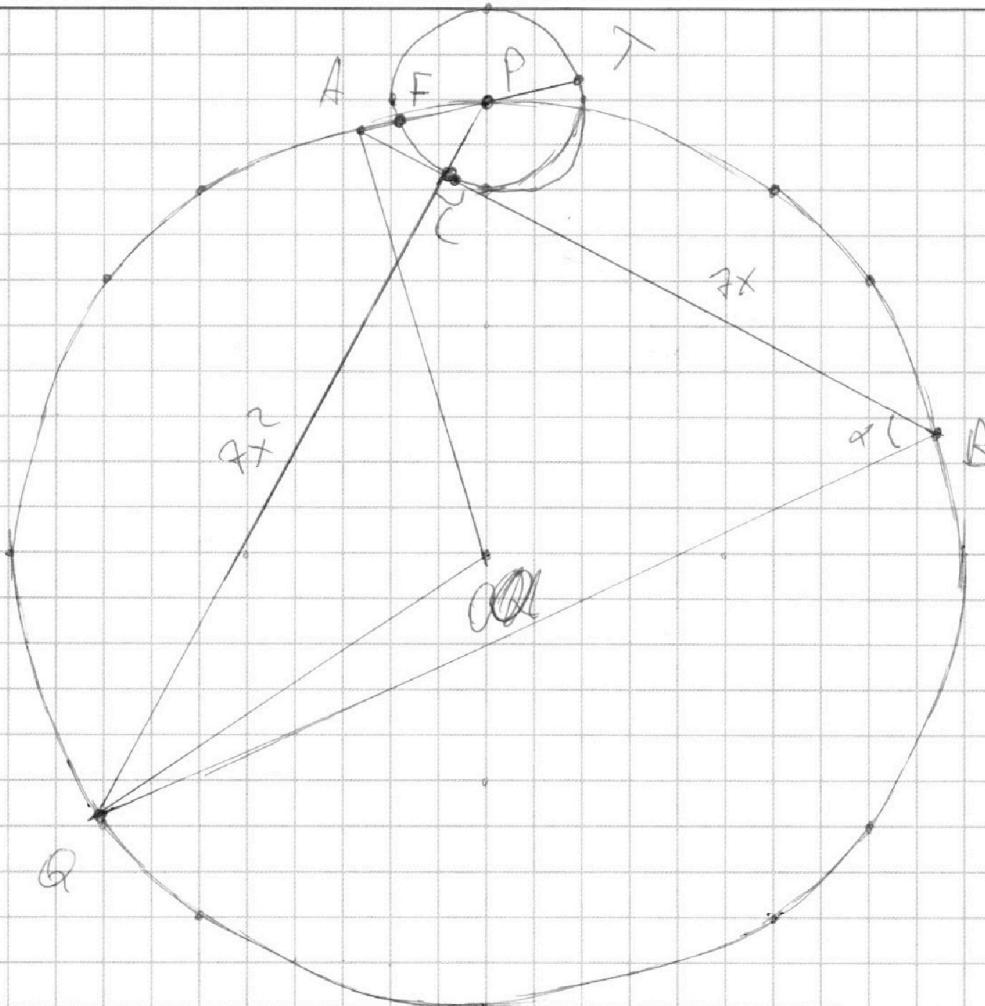
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Проведён Треугольник  $P, O$   
одн-коэф  $\omega$  и  $R$  соотв.

Треугольник  $PC$  со стор-ю  $OC = R$  б. м.  $Q$

Пусть  $OT = OB = 5 \text{ см} ; PC = 1 \text{ см}$

(безогл размечка см);

$AC = x \text{ см} ; BC = 7x \text{ см} .$  Смешан (см  $R$ );

по теор  $7x^2 = PC \cdot QC ; (QC = 7x^2 \text{ см})$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

PC  $\perp$  AB m. v. каканье.

$$BQ = \sqrt{BC^2 + QC^2} = \sqrt{4x^2 + 4x^4} =$$

$$= 2\sqrt{1+x^2} \text{ теорема Пифагора}$$

$$\angle ABQ = \angle APQ = \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{BC}{BQ} = \frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{1+x^2}{x^4+2x^2+1} - 1 =$$

$$= \frac{x^4+2x^2-x^4-2x^2-1}{x^4+2x^2+1} = \frac{1-x^4}{x^4+2x^2+1} =$$

$$= \frac{x^2(x^2+1)(1-x^2)}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{x^2+1}$$

Ну и пишем где погрешно начертил.

~~отсюда~~ Из  $\triangle ABQ$  и  $\triangle OAQ$   
выводим  $AQ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

•  $\triangle ABC$

$$AQ^2 = 8\sqrt{64x^2 + (4gx^3 + 4gx^4)} - 2 \cdot 7x \sqrt{1+x^2} \cdot 8x$$

$$\bullet \frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2} = 1.13x^2 + 4gx^4 = 112x^2 \text{ см}^2 =$$

$$= 4gx^4 + x^2 \text{ см}^2$$

$\triangle AOB$ .

$$AQ^2 = 50 \cdot 50 \cdot \frac{1-x^2}{x^2+1} = 50 \left(1 - \frac{1-x^2}{x^2+1}\right) =$$

$$= 50 \left(\frac{2x^2}{x^2+1}\right)$$

$$4gx^4 + x^2 = \frac{100x^2}{x^2+1}$$

$$(4gx^4 + x^2)(x^2+1) = 100x^2$$

$$50gx^6 + 50x^4 + x^2 = 100x^2 \quad x^2 = -\frac{99}{50} \text{ некор.}$$

$$4gx^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x^4 + \frac{50}{4g} - \frac{99}{4g} = 0 \cdot \left(x^2-1\right)\left(x^2+\frac{99}{4g}\right) = 0$$

$$x^2 = 1 ; x = 1. AB = 8 \text{ см} \quad \text{Ответ: } 18$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н/у

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Небходимо помнить квадраты

$$\sqrt{2x^2 - 2x + 1} + x - 3x = \sqrt{x^2 + x + 1} = 2 - 7x$$
  
$$\sqrt{2x^2 - 5x}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + \frac{25}{8}} - \sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{2x^2 + 2x + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{2}x - \frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{1}{8} - \sqrt{2x^2 + 2x + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{2}x - \frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{1}{8} = 2 - 7x + \sqrt{\left(\sqrt{2}x + \frac{5}{2}\right)^2} + \frac{1}{2}$$

$$1) x > \frac{5}{4} \cdot \text{Тогда } x \geq 1,5 \text{ и } \\ \text{тако чно } 2x^2 - 5x + 3 \geq 0.$$

$$x \in (-\infty, 1] \cup [1,5; +\infty)$$

Слева чно - то меньше, та

$$x\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{4} + \text{чно } x\sqrt{2} - \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N5

P(-12; 24) . . . Q(3; 24)

O<sub>(0;0)</sub>

R(15; 0)

это модель точки A(x<sub>1</sub>; y<sub>1</sub>)

ГМТ возможны точки B(x<sub>2</sub>; y<sub>2</sub>) —  
прямая ОА

$$2x_2 + y_2 = (12 + 2x_1 + y_1) = \text{const}$$

Каждая из всех таких прямых  
единаковы это модель биссектрисы т. А.

Например, что уравнение - 2

Интересно что любую из таких  
прямых пересекают параллельные  
истории РО и QR на таких и линиях.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Понимаем, как сдвигаемся  
макс  $y_1$  при  $\Delta x = 1$ .

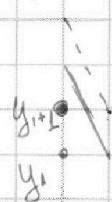
При увеличении  $x$ , максимум  
макс сдвигается вправо на 1

(один сдвиг  $\Delta x = 1$ )

Справа на 1, то  $y$ -координата  
 $m_A$  изменяется, и разность

$2x_2 - 2x_1$  тоже должна быть  
изменена. Аналогично

Мы сдвинем  $y_2$  на 1 вправо  
макс сдвигается на 1 вправо  
такое сдвинутые разности  $y_2 - y_1$



$$y_2 - y_1$$

И получим, что максимум сдвигается  
таким же образом  $f(x_1, y_1)$  имен-  
но на прямой видо  $2x_1 + y_1 - C = 0$   
где  $C = \text{const}$ , т.е. максимум в окрестности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Посмотрите, что скажет  
при этом разместим  
ГМТ векторной Аи В гда  
этих А

$$x_1, y_1, \quad x_2 = x_1 - y \\ x_2, y_2 = y_1;$$

$$2x_2 - 2x_1 = 12$$

$x_2 - x_1 = 6$ . Остается найти  
каких пар треугольников  
всегда. Их (пар) будет как 10

( $x_1$ , варьируется от 0 до  $15 - 6 = 9$ )  
при выборе  $y_1 = y_2 = 0$ )

пар треугольников

чтобы  $13$

10 треугольников, на каждой из которых

$$= 1690$$

Нар матем  ~~$12 \cdot 12 \cdot 10 = 1440$~~   $13 \cdot 13 \cdot 10 =$

Ответ: ~~1440~~ 1690 — Я забыл все  
треугольники, но  
предложение решено.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

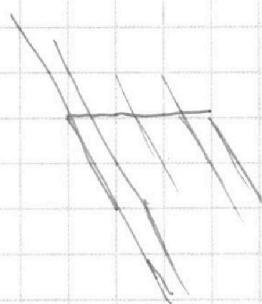
- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Но это только те прямые, которые  
проходят через точки на границе.

Есть другие прямые



$$\text{виде } 2x + y = c - c = 0;$$

Таких прямых

у нас не 16, а 15.

Нар прямых со сдвигами  
6 6 не 10, а 9. И бывает  
прямой  $12^2$  всех вспущен параллель-  
границы,

$$12 \cdot 12 \cdot 9 = 1440 - 144 = 1296$$

$$1296 + 1690 = 2986$$

$$\begin{array}{r} + 1690 \\ \hline 1296 \\ \hline 2986 \end{array}$$

Ответ: 2986



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1    2    3    4    5    6    7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N6

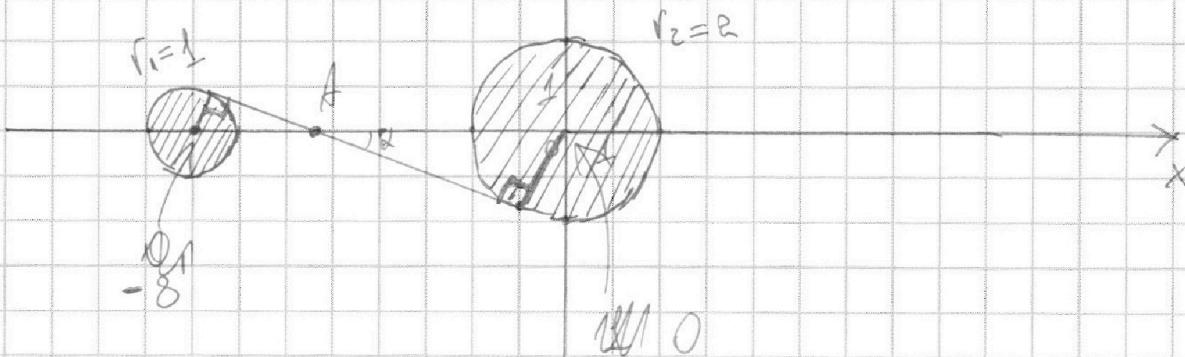
Заменили, что то, что скажет  
что зра пересекают круг.

Давайте же изобразим  
(изобразим решение пер-  
секущий). Заменил зра

места зра

Сдело  $\leq 0$  путь, зра  
также находятся в зра  
рабо зра круга.

Граница круга -  
то же решение



Если решений рабо, то грана  
 $ax - y + 10 = 0$  зра касательна  
один круг. Таких прямых  
четыре: две внешние касательные

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



и где винтажный.

Задача винтажную парасольку  
на картинке. Найдите туда

стартовую координату  $m$ . А.

переведите в приведенное  
координатной  $Ox$ .

А дальше отрезок  $[-8; 0]$

в один-килограммовую  $\frac{1}{2}$  из погодных

зубков прямую сильных превышений.  
Оногда  $A(-\frac{16}{3}; 0)$

$$S: n \angle = \frac{3}{16} \frac{9}{3}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha \quad \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{9}{64} \cdot \frac{64}{8764-9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{9}{55}} = \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

Этоты туда и совместимым

~~$$A = \frac{3\sqrt{55}}{55} \quad C = -\frac{3\sqrt{55}}{55}$$~~

или  $A$  сам



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Угол — это значение  
изображаемое при  $y = 0$

$$\frac{-1}{\tan \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\theta = -\frac{\pi}{4}$$

$$Q = \frac{-\sqrt{55}}{55}$$

$$Q = \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

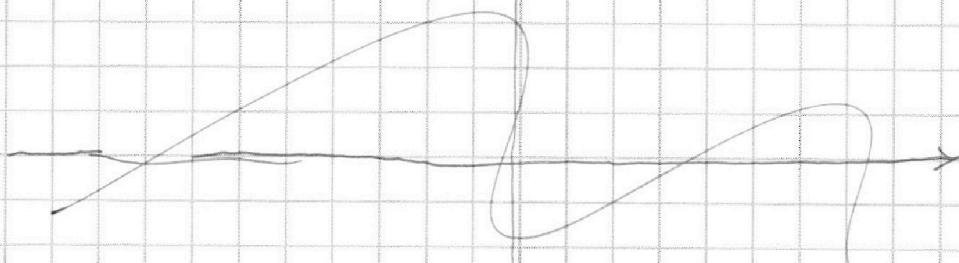
$\theta = +\frac{\pi}{4}$  ~~записано с ошибкой~~

$Q = \frac{-3\sqrt{55}}{55}$   $Q = \pi - \frac{\sqrt{55}}{3}$  тоже подходит  
иссчитываем второй  
бесконечный пасмурный

(или из симметрии проходит через  $A$ )

Бесконечный блокнот:

исследование



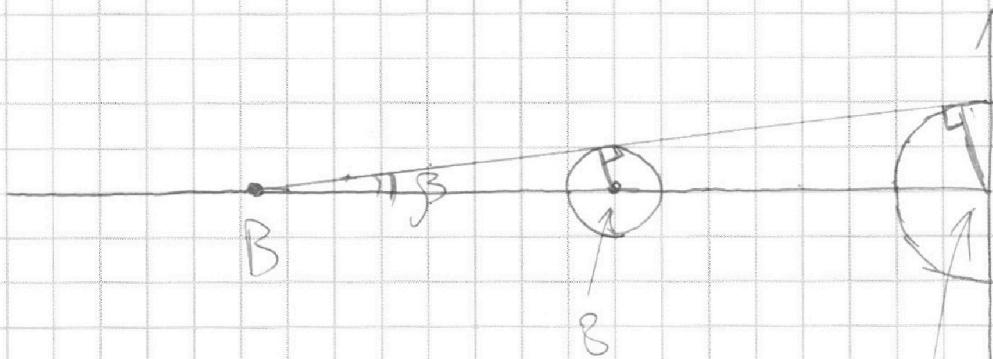
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение м. В. Уз погоды

$$B(-16, 0), \sin \beta = \frac{1}{8}$$

$$\tan \beta = \sqrt{\frac{1}{64} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{64}}} = \sqrt{\frac{1}{64} \cdot \frac{64}{63}} = \sqrt{\frac{1}{63}}$$

~~Найдем~~ ~~также~~ ~~найдем~~ ~~угол из биссектрисы~~ ~~касательного~~

$$a = -\tan \beta = -\sqrt{63}$$

~~а~~ ~~=~~  ~~$\sqrt{63}$~~  ~~значит~~ ~~не~~ ~~погоды~~

~~Ответ:~~  ~~$\sqrt{63}$~~  ; ~~- $\sqrt{63}$~~

$a = \tan \beta$  ~~или~~ ~~один из~~ ~~бр.~~  
~~касательного~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 1) a &= \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{63}}{63}} \\ a &= -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{aligned}$$

для группой  $a = -\sqrt[3]{\frac{\sqrt{63}}{63}}$ .  
отв. еще группой  $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{63}}{63}}$   
из симметрии

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{\sqrt{63}}{63}, -\frac{\sqrt{63}}{63}, -\frac{3\sqrt{55}}{55}, \frac{3\sqrt{55}}{55} \right\}$$

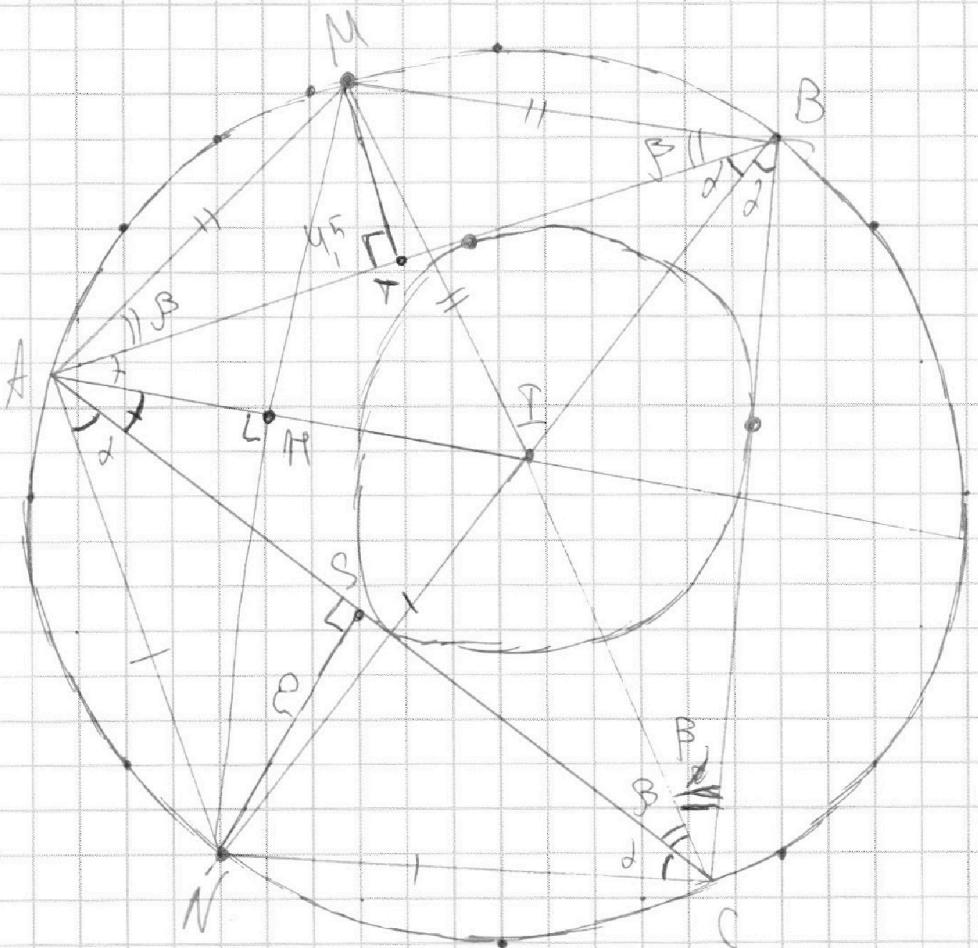
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Линия с перпендикулем. Найдем I -  
центр окн.  $NI = NA = NC$  ;  
 $MI = MF = MB$ .

2) Составим четырехугольник  
прилож. И можем  
найти  $C-I-M$  и  $B-I-N$  как  
один т.к. M - середина дуги

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 7  
Доказать, что  $\angle BAC = \angle BAN$ .

М.в. I - сектанты  $\alpha, \beta$ .

Доказываем  $B-I-N$

Введём  $\angle ABD = \delta$ ;  $\angle ACI = \beta$ ,  
и приведём

Через окружность получаем  
чтобы  $\angle AIB = \angle BAC$ ,  
 $\angle ABN = \angle NBC = \angle ACN = \angle NCI = \delta$ ;  $\angle MAB = \angle MBA = \angle MCA = \angle MCB = \beta$

3) Построим  $MN$ ,  $MN \cap AI = H$ .  
 $M \in N \in H$  — сектанты,  $MH \perp AH$ .

Выразим  $AM$  из  $AH$ .

$$AM = \frac{AH}{\sin \beta} \quad \text{или} \quad AM = \frac{AH}{\sin \beta}; \quad AH = AM \cdot \cos \left( \frac{\pi}{2} - \delta \right)$$

$$\left( \cos \frac{\pi}{2} = -1 \right)$$

$$\left( \angle MAH = \frac{\pi}{2} - \delta \right) \text{ м.к. } \angle BAC =$$

$$= \pi - 2\delta + 2\beta; \quad \angle BAI = \frac{\pi}{2} - \delta - \beta;$$

$$\angle MAB = \angle BAI + \beta = \frac{\pi}{2} - \delta$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$AH = 4,5 \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \beta$$

$$\text{Задано} \quad AN = \frac{2}{\sin \alpha} \quad i$$

$$AH = \frac{2 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\frac{2 \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{4,5 \cdot \sin \beta}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} = 2,25$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 1,5$$

Ну и считаем

$$AH = \frac{4,5}{1,5} = 3 \quad 4,5 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{4,5}{1,5} = 3$$

$$\Delta NAH - P/5; AI = 2 AH = 6$$

Ответ: 6



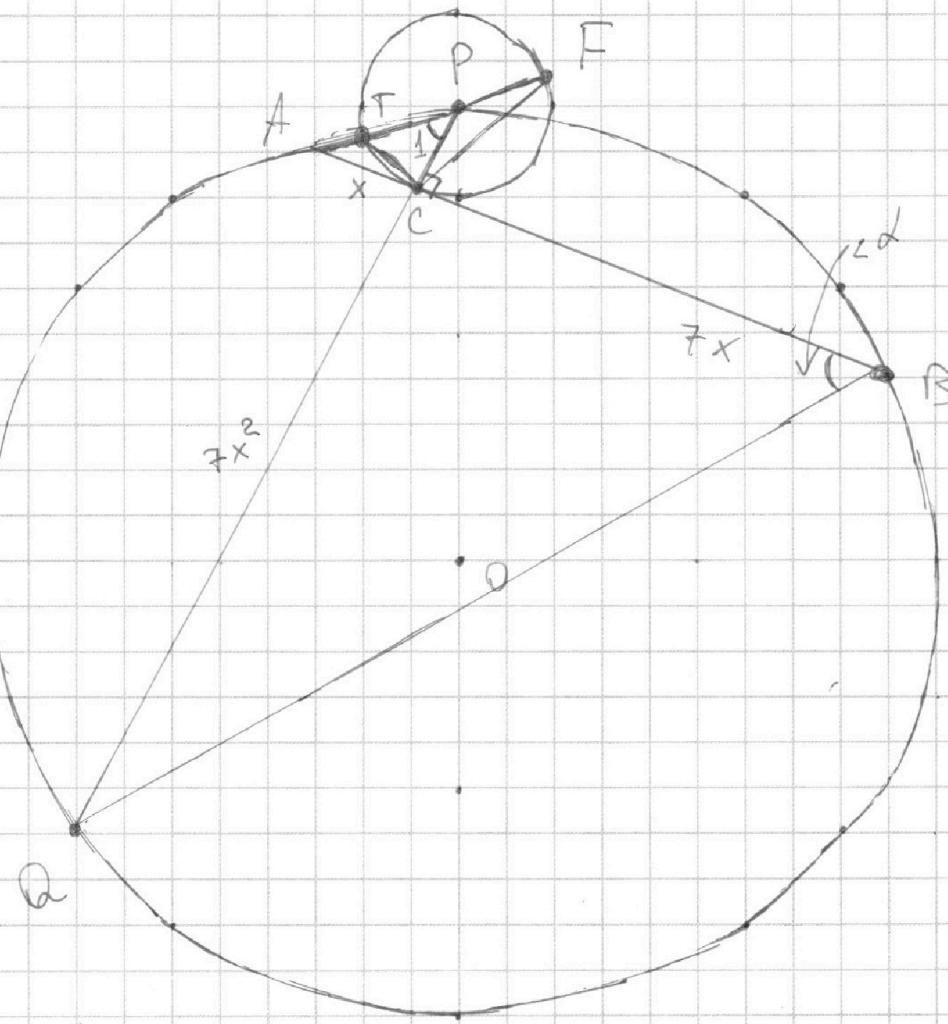
На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Проведем прямую  $P, O$  - цепь  $\omega, \Omega$  симб.

Проведем  $PC$  и продлим до пересечения с  $\Omega$  в т.  $Q$ .

Сделаем м.  $AC$  с мр.  $\Omega$

$AC \cdot BC = PC \cdot CQ$ . Возьмём и скажем, что



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                                     |                          |                          |                                     |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Му

всегда ли чудо есть

$$\text{Одн.: } 2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$x^2 - 2,5x + 1,5 \geq 0$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (1,5; +\infty)$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$x^2 + x + 0,5 \geq 0 \quad D = 4 - 8 = -4,$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$g(x) = 2 - 7x$$

$g(x)$  линейно убывает на  
мн-бе вег. чисел.

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$  убывает на  $(-\infty; 1)$  и возрастает на



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Возьмем в квадрат, потом будем сужать

$$2x^2 - 5x + 3 + (2x^2 + 2x + 1) -$$

сужаем

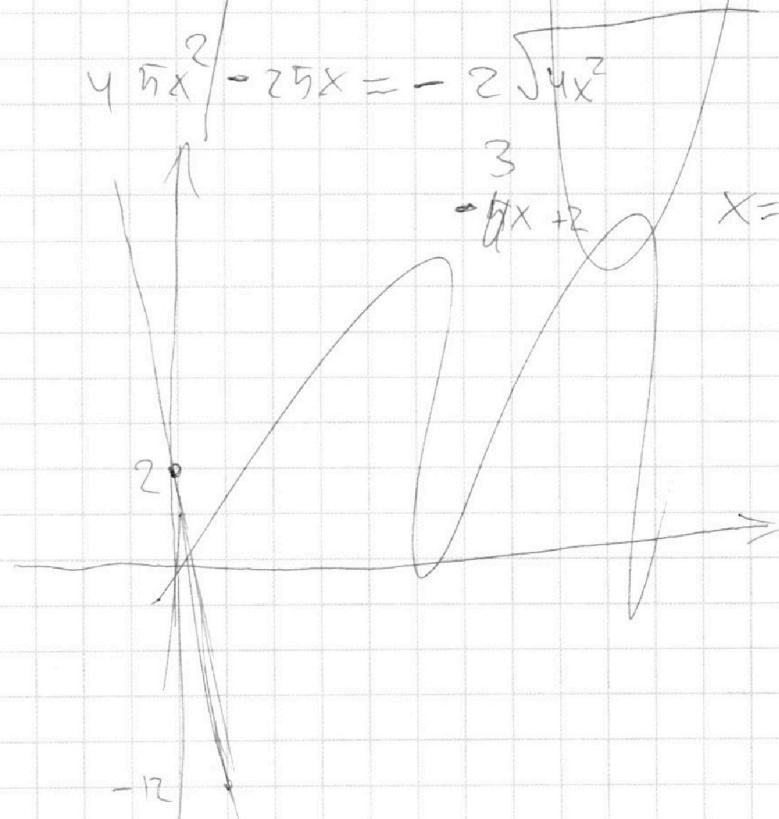
$$-2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 49x^2 - 1428x + 4$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} =$$

$$= 49x^2 - 28x + 4$$

$$4\sqrt{4x^2 - 25x} = -2\sqrt{4x^2}$$

$$4x^2 - 25x = -2\sqrt{4x^2}$$
  
$$4x^2 - 25x = -4x$$
  
$$4x^2 - 21x = 0$$
  
$$x_1 = 0, x_2 = \frac{21}{4}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

стремимо больше, чем

