



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Решим $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2$.~~

~~Отсюда $z = \frac{14 + 17 + 20}{7} = \frac{10 + 17 + 37}{7}$~~

~~$= 2^{51} \cdot 7^{64}$~~

~~разделим на $b^2 c^2$, получим a^2 ,
который кратен~~

Обозначим x_a, x_b, x_c — суммы
входящих звеньев в число
 a, b, c соответственно, и y_a, y_b, y_c —
суммы входящих звеньев

туда же. Заменим

$$\begin{cases} x_a + x_b \geq 14 \\ x_b + x_c \geq 17 \\ x_a + x_c \geq 20 \end{cases}$$

следовательно получаем

$$2(x_a + x_b + x_c) \geq 51, \quad x_a + x_b + x_c \geq 25,5.$$

$$x_a, x_b, x_c \in \mathbb{N}, \quad \text{значит } x_a + x_b + x_c \geq 26$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример: $x_a = 17$ $x_a =$

$$\begin{cases} x_a + x_b = 15 \\ x_b + x_c = 17 \\ x_a + x_c = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_c - x_a = 2 \\ x_c + x_a = 20 \end{cases}$$

$x_c = 11$; $x_a = 9$; $x_b = 6$ пример

на $x_a + x_b + x_c = 26$

Вторая система:

$$\begin{cases} y_a + y_b \geq 10 \\ y_b + y_c \geq 17 \\ y_a + y_c \geq 37 \end{cases} \quad 2(y_a + y_b + y_c) \geq 64$$

$$y_a + y_b + y_c \geq 32$$

Но y как есть и более сильное

утверждение: $y_a + y_c \geq 37$ (т.к. $y_b \geq 0$)

Отсюда $y_a + y_b + y_c \geq 37$

Пример на $y_a + y_b + y_c = 37$

$y_a = 10$; $y_c = 27$; $y_b = 0$.

Мы получили две минимальные
суммы переменных в системе.

Ответ: $26 \cdot 37$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2
Ну, давайте повернём граф

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a} \cdot \frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab - 8ab}{a+b} =$$
$$= \frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b}$$

Ну, пусть $a+b = m$; мы хотим
чтобы сверху тоже делилось на m
 $(a+b)^2 \div m$. Надо чтобы $8ab \div m$
заменим, что числа $(a+b)$ и ab
взаимнопросты (т.к. число ab делит
на все простые делители
чисел a и b и ни на какие боль-
ше, а число $a+b$ не делится
на них, т.к. a и b взаимнопро-
сты).

$$\begin{cases} a+b \div m \\ 8ab \div m \\ \text{НОД}(a+b, 8ab) = 1 \end{cases} \begin{cases} \text{случай } m \nmid 8 \\ \text{т.к. } 8 \div m \text{ и } ab \div m \\ \text{т.к. } a+b \div m \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример для $m = 8$

$$a = 5; b = 3$$

$$\frac{5+3}{5^2+3^2-6 \cdot 15} = \frac{8}{34 - \cancel{60}^90} = -\frac{8}{56}$$

Умнож. сокр. на 8, получаем $-\frac{1}{7}$.

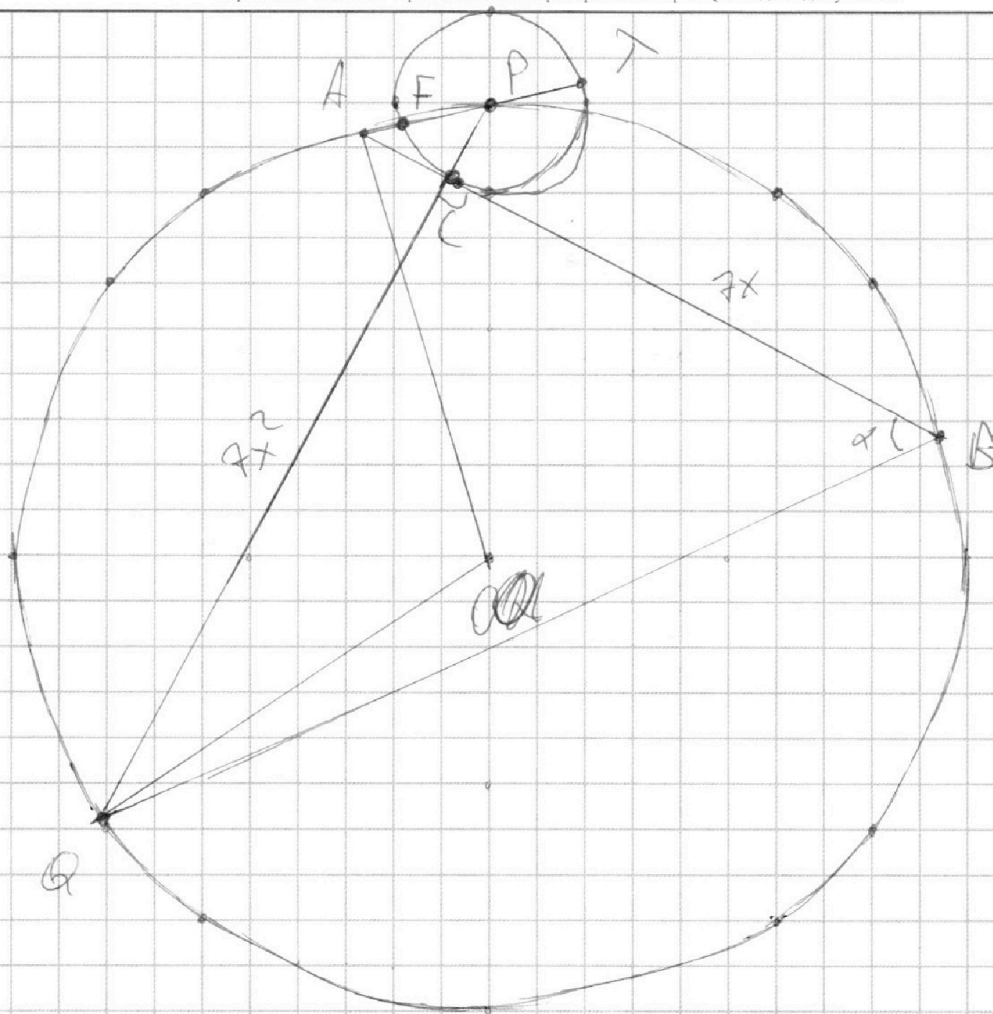
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Проведем диаметр окружности P, O
перпендикуляр ω и Ω совмещ.

Проведем PC до перпендикуляра Ω в м. Q

Пусть $OA = OB = 5$ см; $PC = 1$ см

(введем размерности);

$AC = x$ см; $BC = 7x$ см. (теорема о касательной);

получим $7x^2 = PC \cdot CQ$; $CQ = 7x^2$ см

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$PC \perp AB$ м.к. касание.

$$BQ = \sqrt{BC^2 + QC^2} = \sqrt{4ax^2 + 4ax^4} =$$

$$= 2x\sqrt{1+x^2} \text{ теорема Пифагора}$$

$$\angle ABQ = \angle APQ = \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{BC}{BQ} = \frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \frac{1+x^2}{x^4+2x^2+1} - 1 =$$

$$= \frac{2+2x^2-x^4-2x^2-1}{x^4+2x^2+1} = \frac{1-x^4}{x^4+2x^2+1} =$$

$$= \frac{x^2(x^2+1)(1-x^2)}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{x^2+1}$$

Ну и пишем две теоремы косинусов.

~~Для~~ Из $\triangle ABQ$ и $\triangle PAQ$
выразим AQ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\triangle ABQ$

$$AQ^2 = 64x^2 + (49x^2 + 49x^4) - 2 \cdot 7x \sqrt{1+x^2} \cdot 8x$$

$$\frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2} = 113x^2 + 49x^4 = 112x^2 \quad \text{см}^2 =$$

$$= 49x^4 + x^2 \quad \text{см}^2$$

$\triangle AOQ$ ~~н~~:

$$AQ^2 = 50 \neq 50 \cdot \frac{1-x^2}{x^2+1} = 50 \left(1 - \frac{1-x^2}{x^2+1} \right) =$$

$$= 50 \left(\frac{2x^2}{x^2+1} \right)$$

$$49x^4 + x^2 = \frac{100x^2}{x^2+1}$$

$$(49x^4 + x^2)(x^2+1) = 100x^2$$

$$50 \cancel{49} x^6 + 50x^4 + x^2 = 100x^2 \quad x^2 = -\frac{99}{49} \text{ неок}$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x^4 + \frac{50}{49} - \frac{99}{49} = 0 \quad \left(x \neq 1 \right) \left(x^2 + \frac{99}{49} \right) = 0$$

$$x^2 = 1 \quad ; \quad x = 1. \quad AB = 8 \text{ см} \quad \text{Объем} = 18$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Повыжаем парные квадраты

~~$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$~~

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x}$$~~

$$\sqrt{2x^2 - 5x + \frac{25}{8} - \frac{1}{8}} - \sqrt{2x^2 + 2x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{\left(x\sqrt{2} - \frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{1}{8}} - \sqrt{2x^2 + 2x + \frac{1}{2}} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{\left(x\sqrt{2} - \frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{1}{8}} = 2 - 7x + \sqrt{\left(x\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}}$$

1) $x > \frac{5}{4}$. Тогда $x \geq 1,5$ и
поэтому $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$;

$$x \in (-\infty; 1] \cup [1,5; +\infty)$$

Слева это — то меньше, чем

~~$$x\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{4}$$~~

$$x\sqrt{2} - \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5



$O(0; 0)$

$P(15; 0)$

для любой точки $A(x_1; y_1)$

ГМТ возможных точек $B(x_2; y_2)$ —
прямая вида

$$2x_2 + y_2 = (12 + 2x_1 + y_1) = \text{const}$$

так как у всех точек прямых
одинаков для любой выбранной т. А.

~~Получим, что уравн - 2~~

Интересно что ровно 16 точек
прямых пересекают параллелограмм
исчерпан PO и QR на прямых и лежат.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

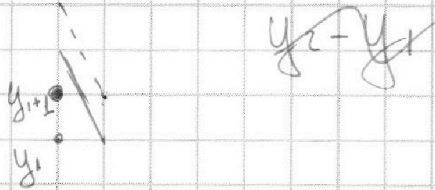
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Посмотрим, как складывается
матрица для $m.A$ при выборе $m.A$.
При увеличении x , на единицу
матрица складывается ~~выше~~ на 1
~~сдвиг~~ ~~цифра~~ $2x_1 +$

справа на 1, т.е. y -координата
 $m.A$ не меняется, и разность

$2x_2 - 2x_1$ тоже должна быть
не меняется. Аналогично

при сдвиге на y , на 1 вверх
матрица складывается на 1 вверх
для сокращения разности $y_2 - y_1$



Ну и ~~последнее~~ еще так скажыва-
ется что y может $A(x_i, y_i)$ лежа-
щая на прямой вида $2x_i + y_i - C = 0$
где $C = \text{const}$, Т.е. $m.A$ может B одинаковое.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Посмотрим, на сколько
при этом разнится
ЧП в вариантах А и В для
этих А

$$\begin{matrix} x_1, y_1 & & x_2 = x_1, y_2 = y_1 \\ & & x_2 = x_1, y_2 = y_1 \end{matrix}$$

$$2x_2 - 2x_1 = 12$$

$$x_2 - x_1 = 6$$

Считаем кол-во
пар граней в паралле-
лелепипеде. Их (пар) будет как 10

(x_1 варьируется от 0 до $15-6=9$
при выборе $y_1 = y_2 = 0$)
пар граней

10 граней, на каждой ^{по 13} точек.

Стар точек ~~$12 \cdot 12 \cdot 10 = 1440$~~ $13 \cdot 13 \cdot 10 = 1690$

Ответ: ~~1440~~ 1690

Я забыл еще
многие, см.
предыдущее решение.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

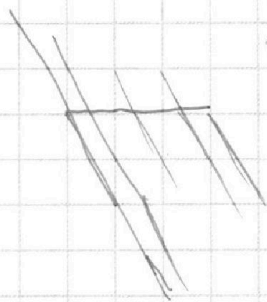
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Но это только те прямые, которые
проходят через точки на границе.

если другие прямые



вида $2x + y + c - c = 0$:

Такая прямая

у нас не 16, а 15.

Теперь прямая со сдвигом

66 не 10, а 9. Число точек

прямой 12^2 точек внутри паралле-
граммы

$$12 \cdot 12 \cdot 9 = 1440 - 144 = 1296$$

$$1296 + 1690 = 2986$$

$$\begin{array}{r} 1690 \\ + 1296 \\ \hline 2986 \end{array}$$

Ответ: 2986

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



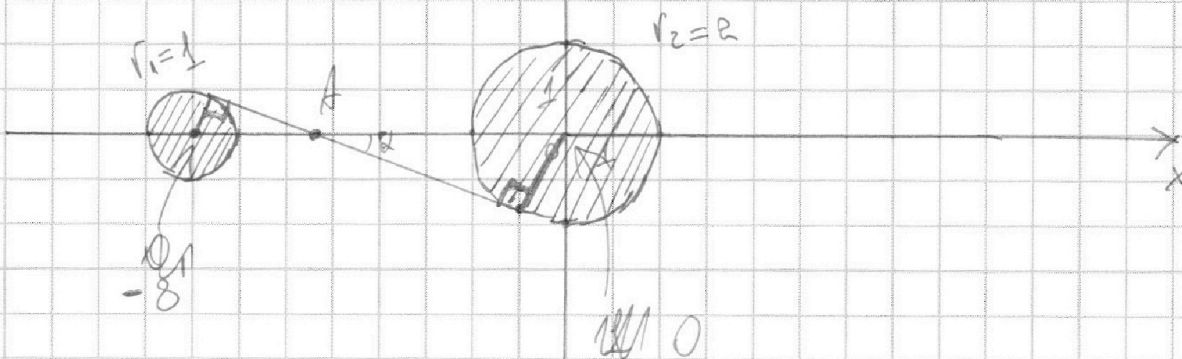
№6

Заметим, что то, что скизе -
это два перекатывающихся круга.

Давайте изобразим
(изобразим решение пер-во
скизу). Зашифровал.

точка касания
Если ≤ 0 , значит, тогда
тогда касания внутри
только одного круга.

Граница круга -
тоже решение



Если решение равно 0, то прямая
 $ax - y + 10b = 0$ должна касаться
обоих кругов. Такая прямая
существует: две внешние касательные

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

и две внутренние.

Воздух внутреннюю нарисовал на графике. Найдем $\tan \alpha$ сначала изордикум m, A переключая в правую часть координатной с O_x

А затем отрезок $[-8; 0]$

в \sin -ном $\frac{1}{2}$ из подобия двух прямоугольных треугольничков. Отсюда $A(-\frac{16}{3}; 0)$

$$\sin \alpha = \frac{9}{16} \cdot \frac{8}{3}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha \quad \tan \alpha = \sqrt{\frac{9 \cdot 64}{64 \cdot 64 - 81}} =$$

$$= \sqrt{\frac{9}{55}} = \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

Эти же $\tan \alpha$ совпадают с $\tan \alpha$

$$\alpha = \frac{3\sqrt{55}}{55} \quad \text{и} \quad \alpha = -\frac{3\sqrt{55}}{55} \quad \text{или} \quad \alpha \text{ с осью}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



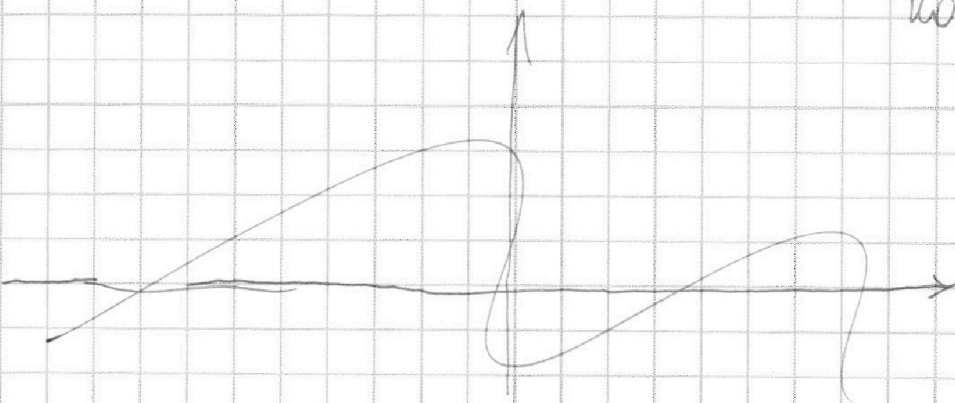
$\sqrt{3} \neq 1$ - это отнюдь не
коэффициенты при y и
при x .

~~$\frac{-1}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$~~ $a = \text{tg } \alpha$ заданной с
обычн. кан.
 ~~$a = \frac{-1}{\text{tg } \alpha} = \frac{-\sqrt{3}}{3}$~~ $a = \frac{3\sqrt{3}}{5}$

$a = \frac{-3\sqrt{3}}{5}$ $a = \frac{11 - \sqrt{3}}{3}$ тоже подходит

и соответствует второй
внутренней касательной
(она из семейства и проходит через A)
Внешняя касательная:

касатель-
ные



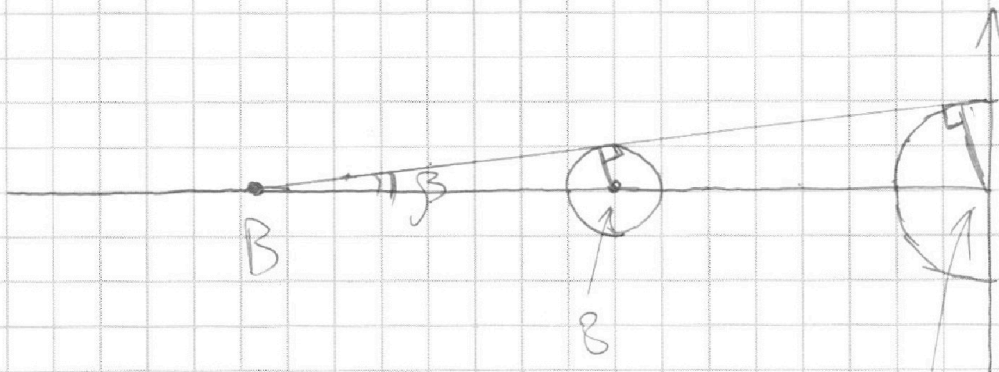
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найдем м. В. Из условия

$$B(-16; 0). \quad \sin \beta = \frac{1}{8}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \sqrt{\frac{1}{64} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{64}}} = \sqrt{\frac{1}{64} \cdot \frac{64}{63}} = \sqrt{\frac{1}{63}}$$

~~Нам не нужна. $\operatorname{tg} \beta$ совпадает с углом
одной из касательных к окружности.~~

$$a = -\frac{1}{\operatorname{tg} \beta} = -\sqrt{63}$$

~~$a = \sqrt{63}$ так как не подходит.~~

~~Ответ: $\{\sqrt{63}; -\sqrt{63}\}$~~

$a = \operatorname{tg} \beta$ для одной из касательных.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a = \sqrt{\frac{\sqrt{63}}{63}} \\ a = -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{cases}$$

для другой $a = -\frac{\sqrt{63}}{63}$
очев. одн. продуманность B
из симметрии

Ответ: $\left(\frac{\sqrt{63}}{63}, -\frac{\sqrt{63}}{63}, -\frac{3\sqrt{55}}{55}, \frac{3\sqrt{55}}{55} \right)$

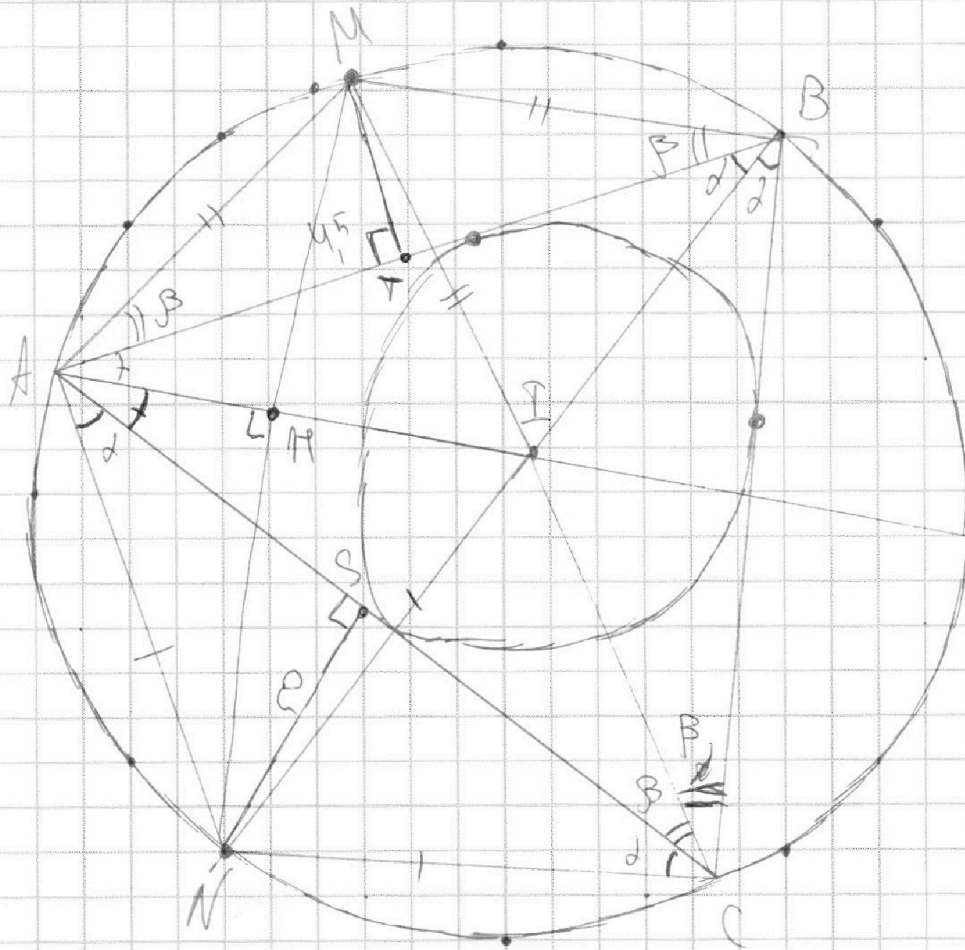
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Лемма о медиане. В треугольнике I -
центр впис. $NI = NA = NC$;
 $MI = MA = MB$.

2) обозначим углы как на
рисунке. И можно
показать $C-I-M$ и $B-I-N$ коллине-
арны т.к. M - середина дуги

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



значит лемма Кэ Шиссера
 $\angle C$; CI тоже Шиссера

м.к. I — центр вл. сф.
Аналогично $B-I-N$

Введём $\angle ABI = \alpha$; $\angle ACI = \beta$,
увеличим

через окружность ΔABC проводим
улы. AI тоже Шиссера $\angle BAC$
 $\angle ABN = \angle NBC = \angle ACN = \angle NCI = \alpha$; $\angle MAB = \angle MBA = \angle MCA = \angle MCB = \beta$

3) Построим MN , $MN \perp AI = H$.
 $MINM \neq$ — ромб, $MH \perp AI$.

Выразим стороны AM .

$$AM = \frac{4R}{\sin \beta} \cos \alpha \quad \Delta MFA \quad \Delta MFA$$
$$AM = \frac{4R}{\sin \beta} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \beta}; \quad AM = AM \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)$$

$$\left(\angle MAH = \frac{\pi}{2} - \alpha \text{ м.к. } \angle BAC =\right.$$

$$= \pi - 2\alpha - 2\beta; \quad \angle MAI = \frac{\pi}{2} - \alpha - \beta;$$

$$\angle MAH = \angle MAI + \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AH = \frac{4,5 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} \quad \cos\left(\frac{\sqrt{17}}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

Аналогично $AN = \frac{2}{\sin \alpha};$

$$AH = \frac{2 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\frac{2 \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{4,5 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} = 2,25$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 1,5$$

Ищут сумму

$$AH = \frac{4,5}{1,5} = 3 \quad \text{или} \quad 4,5 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{4,5}{1,5} = 3$$

$$\triangle NAI - \text{P/S}; AI = 2AH = 6$$

Ответ: 6

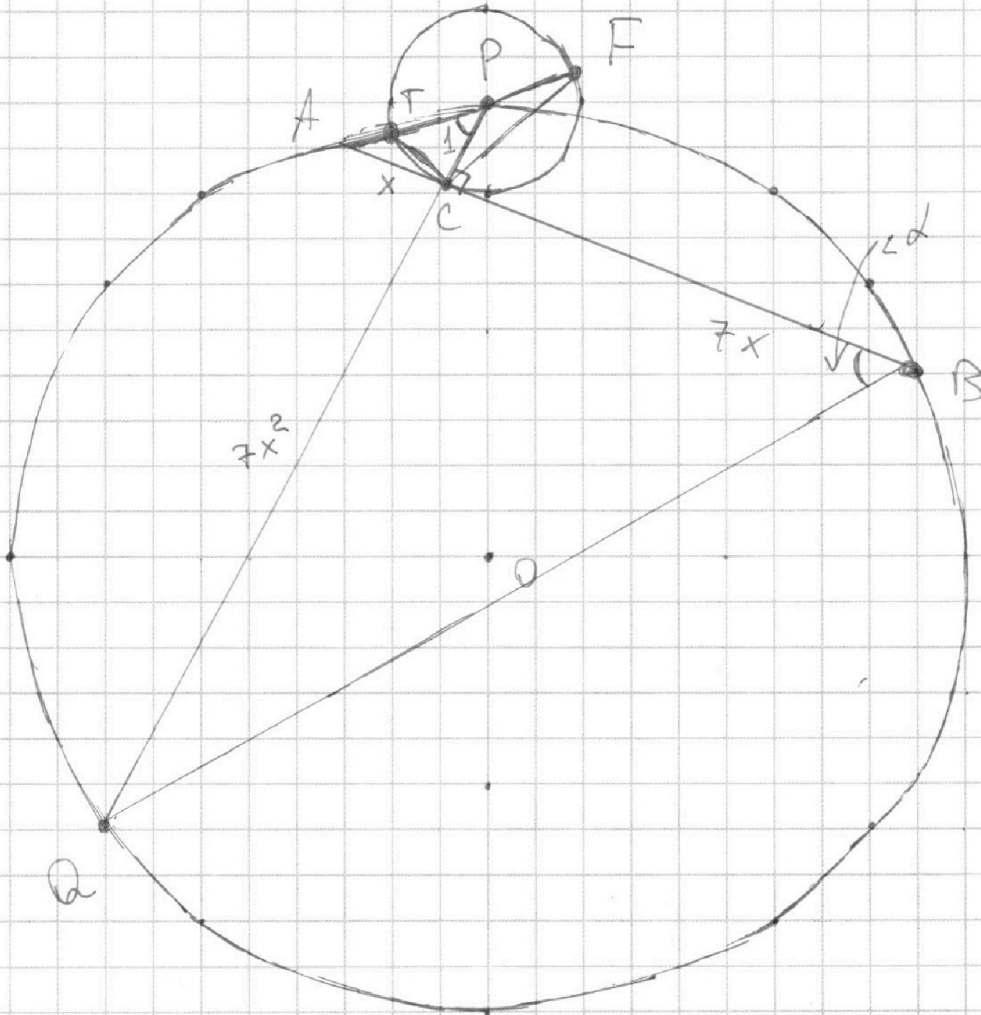
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Проведем дугу с центром P, O — центром ω , Ω — осн. в.

Проведем PC и продолжим до пересечения с Ω в м. Q.

Смелость м. Q с осн. Ω

$AC \cdot BC = PC \cdot CQ$. Возьмем и скажем, что



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

~~вспомогательная функция~~

~~ОДЗ: $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$~~

~~$x^2 - 2,5x + 1,5 \geq 0$~~

~~$x \in (-\infty; 1) \cup (1,5; +\infty)$~~

~~$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$~~

~~$x^2 + x + 0,5 \geq 0$ $D = 4 - 8 = -4$,~~

~~$2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$~~

~~$f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$~~

~~$g(x) = 2 - 7x$~~

~~$g(x)$ монотонно убывает на
ин-ве вещ. чисел.~~

~~$\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ убывает на промежутке
 $(-\infty; 1)$ и возрастает на~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Возведем в квадрат, помем будем

$$2x^2 - 5x + 3 + (2x^2 + 2x + 1) -$$

будем

$$- 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 49x^2 - 182x + 4$$

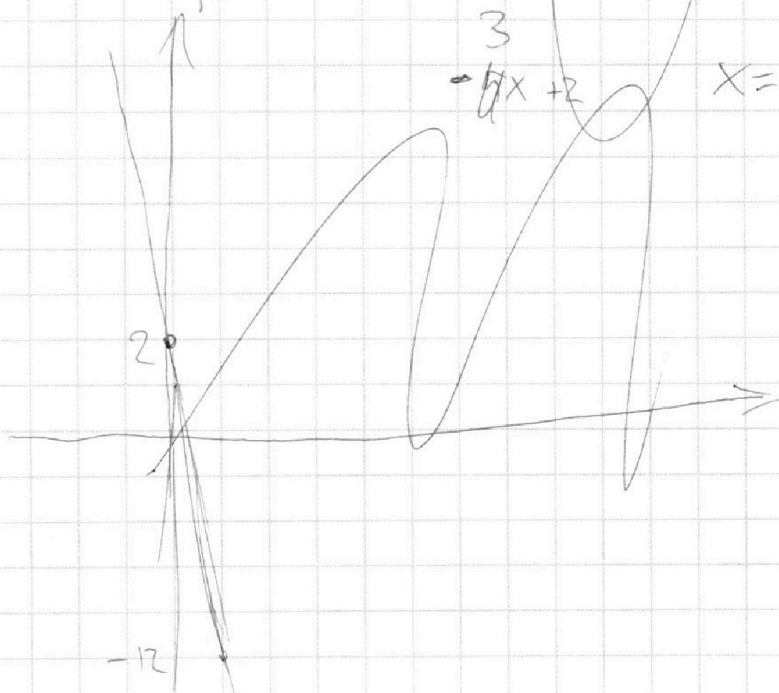
$$4x^2 - 3x + 4 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} =$$

$$= 49x^2 - 28x + 4$$

$$49x^2 - 25x = -2\sqrt{4x^2}$$

$$3 - 5x + 2$$

$$x = -1$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~справочно-то больше, чем~~

