



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| X | | | | | | |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. $ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$

$bc : 2^{14} \cdot 7^{11}$

$\therefore 2^{20} \cdot 7^{17}$

$\Rightarrow abc : 2^{20} \cdot 7^{37}$

2. Задачким число делителей $\omega_1 bc =$

$= 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot 6$

ω_1

Пусть b входит степень двойки меньше
как 14 . т.д.

тогда b входит степень двойки $\geq 14 - n$

а bc входит степень двойки $\geq 17 - n$

~~$14 - n + 17 - n \geq 20$~~

или ~~$31 - 2n \geq 20$~~

или ~~$n \leq 5$~~ (число чисел, включая 0 и 5)

бесконечное множество степеней $\omega_1 bc \geq$

$\geq 94 - n - 17 - n \geq 31 - n \geq 31 - 5 = 26$

Тогда $abc : 2^{20} \cdot 7^{37}$ | $\Rightarrow abc : 2^{26} \cdot 7^{37}$
 $a b c : 2^{26}$ | $\min(abc) = 2^{26} \cdot 7^{37}$

3. Требуется: $b = 2^5$, $\omega_1 = 7^{20} \cdot 2^9$, $c = 7^{17} \cdot 2^{12}$

$\omega_1 b = 7^{40} \cdot 2^{14} \cdot 7^{16} \cdot 2^{14}$

$bc = 7^{17} \cdot 2^{17} \cdot 7^{14} \cdot 2^{14}$

$bc = 7^{34} \cdot 2^{21} \cdot 7^{37} \cdot 2^{20}$

$abc = \min(abc) = 7^{37} \cdot 2^{26}$

Ответ: $7^{37} \cdot 2^{26}$

если $n > 5$, то $abc : 2^{27} \cdot 7^{31} \cdot 2^{22} \cdot 7^{37} \cdot n : 2^{26} \cdot 7^{37}$
 $\Rightarrow abc : \min(abc) = 7^{37} \cdot 2^{26}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \frac{a+b}{m} \quad \frac{a+b}{m} \\ & \frac{a^2 - ab + b^2}{m} = \frac{(a+b)^2 - 8ab}{m} \quad \text{м.н. } 2/3 \text{ чекка} \\ & \frac{a+b}{m} \quad \frac{a+b}{m} \\ & (a+b)^2 - 8ab \vdots m \Rightarrow 8ab \vdots m \\ & \text{и } a+b \text{ выражение простое} \\ & \text{значит } a+b \text{ не делит } \\ & \text{делит } 8ab \text{ (однако} \\ & \text{делит } a+b \text{ не делит } 8ab \text{ и} \\ & \text{делит } 8ab \Rightarrow \text{делит } a+b \text{ и} \\ & \text{делит } 8ab \text{ и } a+b \text{ не} \\ & \text{делит } 8ab \\ & \text{значит } 8ab \vdots m \text{ но } m \text{ выражение простое} \\ & (a+b) \vdash m \Rightarrow \text{делит } m = 8, \\ & \text{значит } a+b \vdash m \\ & \text{Пример: } a=77, b=3 \quad \frac{7}{3} \frac{7}{3} \\ & \frac{a+b}{m} \quad \frac{80}{8} \\ & \frac{a^2 - ab + b^2}{m} = \frac{77^2 + 3^2 - 6 \cdot 77 \cdot 3}{m} = \frac{80^2 - 8 \cdot 77 \cdot 3}{m} = \frac{4552 - 560}{m} \\ & \Rightarrow \text{делит } 8 \\ & \text{значит } m = 8 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



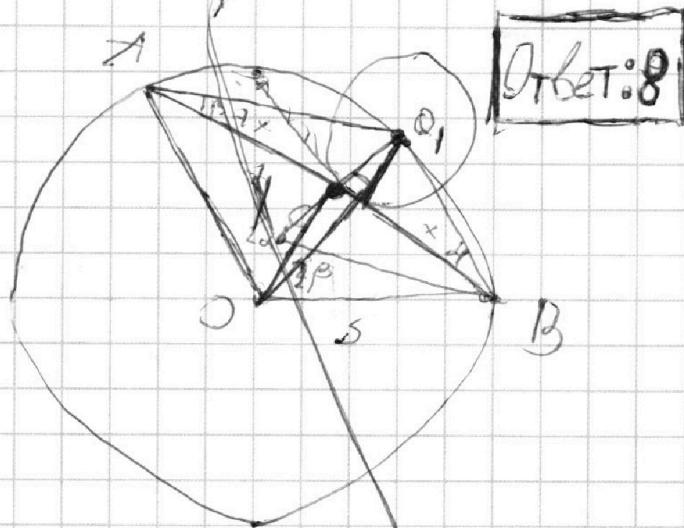
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle AOC = 2\alpha$, $\angle BOC = 2\beta$. $R = OA = OB = 8x = 8$

$$\text{Тогда } \angle OAB = \angle OBA = \\ = 180 - \alpha - \beta$$

$$\text{Тогда } \angle OAB = \angle OBA = \\ = \beta, \angle OBA = \\ = \angle OCA = \alpha$$

- вписанные
углы



Одна из отрезок $CX = OC$ назначена
 O, C одинаковы

По $\angle OAB$ учи: $2\alpha, 90 - \alpha, 90 - \beta$

(всего в 2 концах
в середину вс)

By $\angle OAB$ учи: $2\alpha, 90 - \alpha, 90 - \beta$
(рекурсивно решить $\angle OCA$ с помощью α)

Тогда $\angle OAB = \angle OCA = \beta$

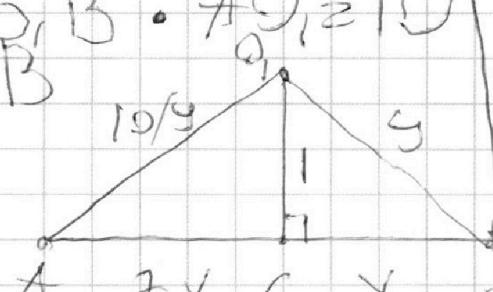
$$\Rightarrow \frac{O_1}{AO_1} = \frac{OB}{AO} \Rightarrow \frac{2}{AO_1} = \frac{OB}{5}$$

Последует $\triangle AO_1B$
Пусть $OB = y \Rightarrow AO_1 = 10/y$

Тогда $x^2 + 1 = y^2$

$$x^2 + 1 = \frac{100}{y^2} \Rightarrow x^2 + 1 = \frac{100}{y^2}$$

$$(4y^2 + 1)(y^2 + 1) = 100 \Rightarrow x = 1$$



М

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$1) 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \rightarrow x \notin (1; 5)$$

$$2) \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 7x = 2$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 5x + 3 + 49x^2 + 4 - 28x + 2(7x - 2) \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$49x^2 - 35x + 6 = 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$(7x - 2)(7x - 3) = 2(2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3})$$

$$x = \frac{2}{4}$$

$$-7x + 3 = 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$49x^2 - 42x + 9 = 8x^2 - 20x + 12$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 - 41 \cdot 4}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{-8}}{82} = \text{нет корней}$$

Значит, существует один корень

$$\sqrt{2 \cdot \frac{4}{49} + \frac{10}{7} + 3} - \sqrt{2 \cdot \frac{4}{49} + \frac{4}{7} + 1} = x = \frac{2}{7} \text{ подходит}$$
$$= \sqrt{\frac{85}{49}} - \sqrt{\frac{85}{49}} = 0 = 2 - 7 \cdot \frac{2}{7} = \text{(ноги получились одинаковые)}$$

Берем

$$\text{Ответ: } x = 2/7$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + 10x \leq 0 \quad (1)$$

$$(x+5)^2 + y^2 - 25 \leq 0 \quad (2)$$

$$(2). x^2 + y^2 = 2^2$$

$$(x+5)^2 + y^2 = 5^2$$

покажит

2 Видимо:

1 - корни на границах

2 - (x, y) внутри

одной из областей

(одна из двух областей)

Верно. Всегда ли окружности не пересекаются?

$$(1): y = -10x - 5$$

$$\bullet a = -10 \quad (1)$$

$$y = 10x \quad (2)$$

имеем 1 и 2, 1 и 2 пересекаются

пересекаются, надо

$$y = 10x + 5 \quad (1)$$

$$a = 0$$

прямая

Сделай график все пересекаются
и круги окружности
— это решение

→ Картинка 2 решения \Rightarrow Правиль - один
пересекается (2 и 1) окружности

и $x^2 + y^2 + 10x \leq 0$ через $(2, 0)$ и $(-8, 0)$

$$\Rightarrow y = ax + b \Rightarrow 10a + b = 0$$

2) Симметричный к 1 $a = -1/8$

3) Внешний и внутренний

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Вычертите график (чертежом схематично),
у которого $Q > 0$, ветвь симметрична.

$$y = \sqrt{q-x^2} = ax + 10b = ax + c, c = 10b$$

$$\begin{aligned} q - y^2 &= q^2 x^2 + 2acx + c^2 \\ (q^2 + 1)x^2 + 2acx + (c^2 - q) &\geq 0 \quad \text{как } q > 0 \\ D = q^2 - c^2 - 4ac &= 15q - 4c^2 - 4c^2 = 15q - 8c^2 \quad \text{как } c = 10b \\ 4c^2 &= q^2 - 1, \\ c &= \sqrt{q^2 - 1}, \end{aligned}$$

$$y = \sqrt{1-(q-x)^2} = ax + c$$

$$(q^2 - x^2 - 16x - 63) = q^2 x^2 + 2acx + c^2$$

$$\begin{aligned} (q^2 + 1)x^2 + (2ac + 16)x + (c^2 + 63) &\leq 0 \\ D = 2(q^2 c^2 + 256 + 64ac) - 4q^2 c^2 - 4c^2 - 256 &\leq 0 \\ 4c^2 + 256a^2 &= 64ac + 4 \\ c^2 + 64a^2 &= 16ac + 1 \end{aligned}$$

$$64a^2 - 16ac + (c^2 - 1) \geq 0$$

$$c^2 + a^2 - 16ac - 1 \geq 0 \quad -2 \geq 0$$

$$c^2 + a^2 - 2 \geq 16ac \sqrt{q^2 - 1}$$

$$448a^4 - 268a^2 + 4 = 1024a^4 - 256a^2$$

$$304a^4 - 12a^2 + 4 = 0 \quad \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 304}}{2 \cdot 304} = \frac{12 \pm 112}{608} = \frac{62}{304} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Одн.рнн: } a = \pm \frac{1}{2}; \quad Q = \pm \frac{1}{8}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

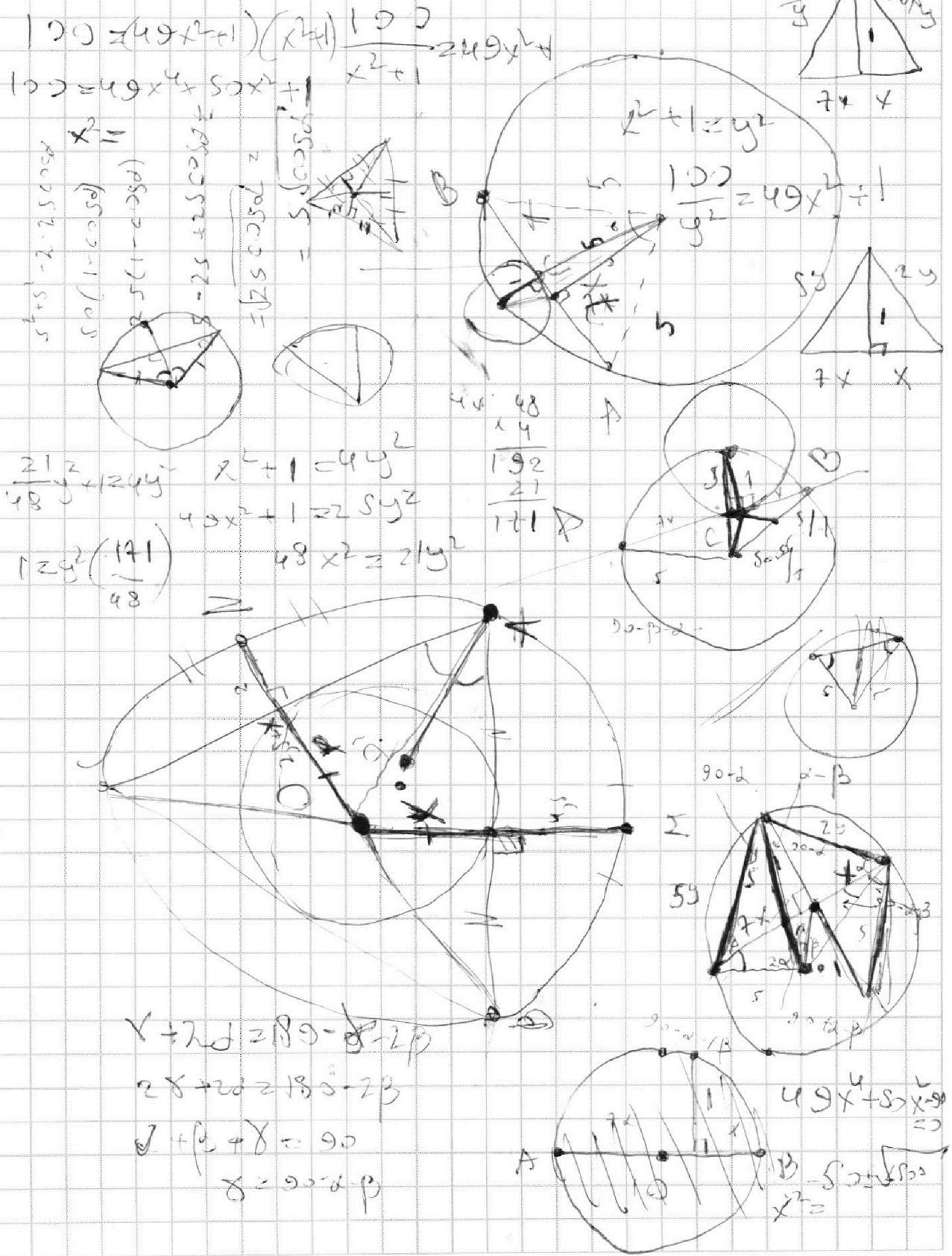
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

572

$$12(a^2 - 12a + 36)$$

$$a = \sqrt{12^2 - 4 \cdot 36}$$

$$a(12) = \frac{12}{2} = 6$$

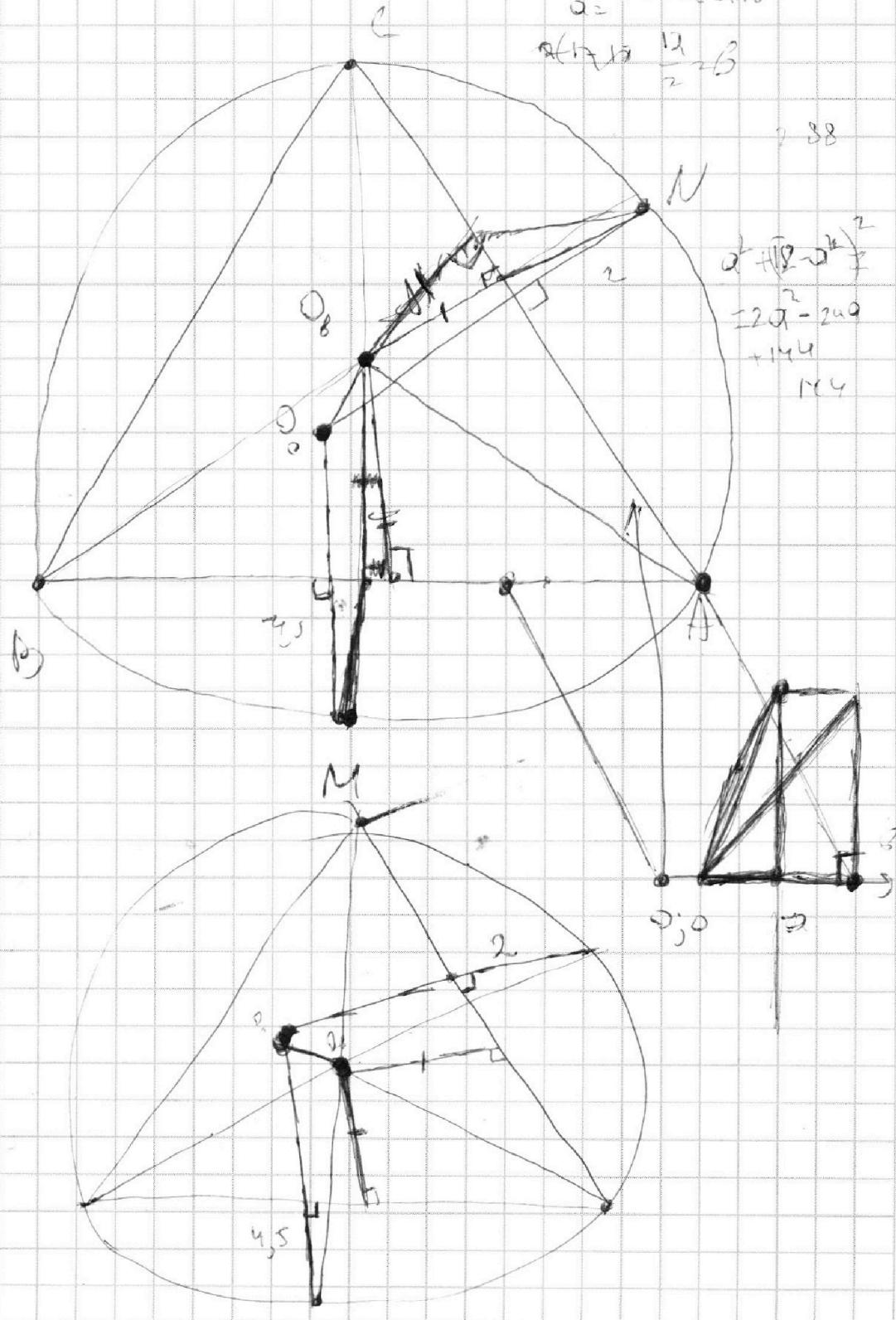
7 88

$$a^2 + (12 - a)^2$$

$$12a^2 - 24a$$

$$+ 144$$

$$164$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$9x - y + 106 = 0$$

$$\sqrt{2x^2 + y^2 - 1} = \sqrt{16x^2 + 106^2} = \sqrt{16x^2 + 1128}$$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1) ((x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \quad \text{или} \quad -31x^2 - 3y^2 \geq 32)$$

9

$$y = 9x + 106$$

$$1 - x^2 - 64 + 16x^2 + 2\sqrt{16x^2 + 106^2} - 1$$

$$y = 2x + 6$$

$$(x^2 + 1)x^2 + (2\sqrt{16x^2 + 106^2} - 1) = 0$$

$$8\sqrt{16x^2 + 106^2} + 64 = 4 \cdot 62(x^2 + 1)$$

$$x = \frac{-24}{\sqrt{16x^2 + 106^2}}$$

$$y = 2x + 6$$

$$1) B=R \quad n(0-n)1S-n$$

$$9x^2 - 26 = 0$$

$$1 = -8x^2 - 2R(0-R) \quad 1 = -8x^2 - 2$$

$$2\Delta x + \Delta y = 12$$

$$8x^2 = 1$$

$$1 = 8x^2 + 2$$

$$x^2(x^2 - 1) = 3(2x^2 + 3)^2$$

$$9 = \frac{1}{8} \sqrt{1 - (x+3)^2} = 0 \quad 9 = -1/8$$

$$0; (0-1S)$$

$$1 - x^2 - 64 + 16x = 0$$

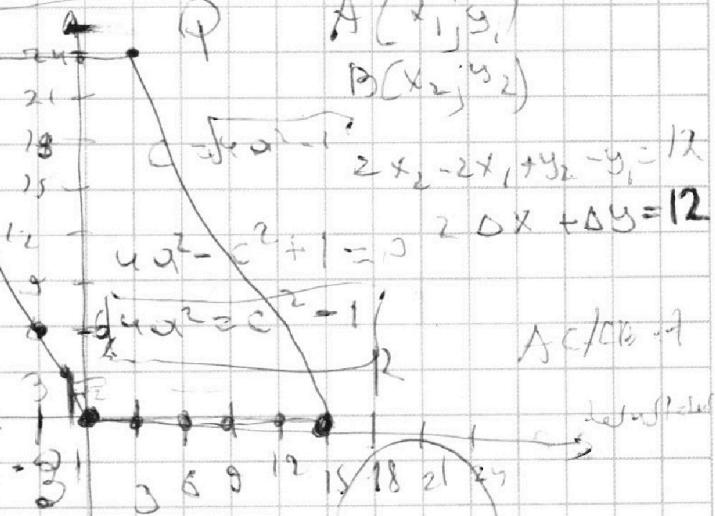
$$1 (0-1S)$$

$$2(-1-1P) Q x + 106$$

$$x^2 + y^2 = 4 \\ (x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$4 - x^2 = 2^2 x^2 + 16x^2 + 2 \cdot 2x \cdot x$$

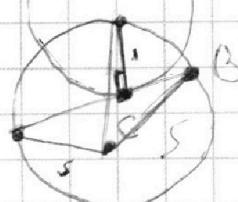
$$(x^2 + 1)x^2 + 2 \cdot 2x \cdot x + 4(x^2 + 1)$$



$$y = \sqrt{4 - x^2} = 2x + 6$$

$$4 - x^2 = 4x^2 + 12x + 36$$

$$0 = 4x^2 + 12x + 32 = 4(x^2 + 3x + 8) = 16x^2 + 48x + 32 = 0$$



1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$\min 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$8490 \\ 1348 \\ \hline 4554$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$a \cdot b \cdot c$$

$$2^{24}$$

$$24$$

$$(ac) : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$b = 2^n$$

$$= \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$77 \\ 128$$

$$c = 2^{17} \cdot 7^{11}$$

$$a = 2^{14-n}$$

$$a+b \cdot m$$

$$168$$

$$a = 7^{20} \cdot 2^9$$

$$2^n = 11$$

$$(a+b)^2 - 8ab$$

$$1848$$

$$2^{20} \cdot 2^6 \quad 4552 \mid 1569$$

$$539$$

$$8366 \cdot m$$

$$1625$$

$$81 \quad 1215$$

$$1726$$

$$a+b \cdot m$$

$$11+16$$

$$125 \quad 6572$$

$$1742$$

$$a+b \cdot m$$

$$m > 8$$

$$805 \quad 7865$$

$$5031$$

$$a+b \cdot m$$

$$641$$

$$163 \quad 1522$$

$$1742$$

$$a+b \cdot m$$

$$11+16$$

$$32 \sqrt{-5x^2 - 3}$$

$$-\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-2 - 7x$$

$$25$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x = 1, 1.5$$

$$x = 1, 2$$

$$188$$

$$x = 5 \pm \sqrt{24 - 24}$$

$$x = 1, 5$$

$$x = 1, 2$$

$$25$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = 1, 2$$

$$x = 1, 2$$

$$125$$

$$49x^2 - 28y + 4 = 49x^2 - 3x + 4 - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$125$$

$$49x^2 - 28y = -2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$125$$

$$25 \cdot 49x^2 - 25 \cdot 70x^3 + 25x^2 = 4(49x^2 - 6x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$4(49x^2 - 6x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$4(49x^2 - 6x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$125$$

$$30 \quad 09$$

$$1215x^4 - 1726x^3 + 641x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$= 2 - 7x$$

$$0 + 3 = 14$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$0 + 3 = 14$$

$$125$$

$$a = 2^9 \cdot 7^{20}$$

$$70^2 - 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 10 \cdot 3 = 17$$

$$a+b = 17$$

$$2560$$

$$c = 2^{11} \cdot 7^7$$

$$8000 = 12000 \cdot 01 + 0$$

$$0 + 3 = 20$$

$$125$$

$$b = 2^6$$

$$3 - 2 = 1$$

$$20 +$$

$$17$$

$$-47027493 \quad 48^2 - 5 \cdot 49 - 1 = 1$$

$$77 \quad 3$$

$$20 - n + k > 16$$

$$20 + 2k > 31$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

1234567890

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$2x^2 - 5x + 3 = 0$
 $x = 1$
 $(3x-1)(x-\frac{3}{2})$
 $+x-2 < 0$
 $x < \frac{2}{3}$

$45x^2 - 25x - 3 = 0$
 $5x(9x-5) = -3$
 $\frac{5x}{9} = \frac{-3}{9x-5}$
 $x = \frac{-3}{9x-5}$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 2 - 2x$
 $4x^2 - 3x + 4 - 2x - 2 = 0$
 $4x^2 - 5x + 2 = 0$
 $4(x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}) = 0$
 $4((x-\frac{5}{8})^2 - (\frac{25}{64} - \frac{1}{16})) = 0$
 $4((x-\frac{5}{8})^2 - \frac{21}{64}) = 0$
 $(x-\frac{5}{8})^2 = \frac{21}{64}$
 $x-\frac{5}{8} = \pm \frac{\sqrt{21}}{8}$
 $x = \frac{5}{8} \pm \frac{\sqrt{21}}{8}$
 $x = \frac{5+3\sqrt{7}}{8}, \frac{5-3\sqrt{7}}{8}$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 2 - 2x$
 $4x^2 - 3x + 4 - 2x - 2 = 0$
 $4x^2 - 5x + 2 = 0$
 $4(x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}) = 0$
 $4((x-\frac{5}{8})^2 - (\frac{25}{64} - \frac{1}{16})) = 0$
 $4((x-\frac{5}{8})^2 - \frac{21}{64}) = 0$
 $(x-\frac{5}{8})^2 = \frac{21}{64}$
 $x-\frac{5}{8} = \pm \frac{\sqrt{21}}{8}$
 $x = \frac{5}{8} \pm \frac{\sqrt{21}}{8}$
 $x = \frac{5+3\sqrt{7}}{8}, \frac{5-3\sqrt{7}}{8}$

$2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 1 = 0$
 $5x(5x-9x) = 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \cdot \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$
 $(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + x - 2) =$
 $= \sqrt{x^2 - 3x + 4} + (14x - 4)\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2x^2 + 2x + 1$
 $(9 - 14x)\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 9x^2 - 3x + 6$
 $2(2 - 7x)\sqrt{x-1}(2x-3) = (7x-2)(7x-3)$
 $2\sqrt{(x-1)(2x-3)} = (3-7x)$
 $4x^2 - 10x + 6 = 49x^2 - 42x + 9$
 $45x^2 - 32x + 3 = 0$
 $45x^2 - 32x + 3 = 0$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 4 \cdot 45 \cdot 3}}{2 \cdot 45} =$
 $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = x - 2$
 $2x^2 - 5x + 3 < 4x^2 - 28x + 9 = \frac{32 + 22}{90} = 1/9$
 $49x^2 - 33x + 1 > 0$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 49 \cdot 1}}{2 \cdot 49} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 196}}{98} =$
 $23 \pm \sqrt{435} = \frac{23 \pm \sqrt{435}}{98}$
 $23 + \sqrt{435} = \frac{23 + \sqrt{435}}{98}$
 $23 - \sqrt{435} = \frac{23 - \sqrt{435}}{98}$