



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (1)$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \quad (2)$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \quad (3)$$

$$abc : 2$$

перемножим  $(1) \cdot (2) \cdot (3)$

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{15} \cdot 2^{17} \cdot 2^{23} \cdot 7^{11} \cdot 7^{18} \cdot 7^{39}$$

$$(abc)^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$abc : 2^{28} \cdot 7^{34}, \text{ так как } ac : 2^{23} \cdot 7^{39}, \text{ то}$$

$$abc : 2^{28} \cdot 7^{39}$$

Т.е. минимальное

знаем  $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

Пример:  $b = 2^4$ ;  $a = 2^{11} \cdot 7^{27}$ ;  $c = 2^{13} \cdot 7^{18}$

Ответ: ~~2^{28} \cdot 7^{39}~~  $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

Если дроби сократимой, то

$$\begin{aligned} (a+b) &: m \\ (a+b)^2 - 9ab &: m \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a+b &: m \\ 9ab &: m \end{aligned}$$

Т.к.  $\frac{9}{2}$  - не сократима, то

$a, b$  - взаимнопросты тогда  
 $a+b$  и  $ab$  - взаимнопросты, т.к.

$ab$  делится на все множители  $a$  и  $b$   
 $a \nmid (a+b)$  и  $b \nmid (a+b)$   
значит

$9 : m \Rightarrow$  наименьшее значение

$$m = 9$$

Ответ: 9





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Т. к. стороны  $AB$  и  $AC$  равны  $\Delta AOB$ ;  $\Delta AOC$

$$AO_2 = O_2B = BO_2 = 13$$

$$\textcircled{1} AB^2 = AO_2^2 + BO_2^2 - 2 \cos \angle AOB \cdot AO_2 \cdot BO_2$$

$$\textcircled{2} AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2 \cos \angle BCA \cdot AC \cdot CB$$

$$(24x)^2 = 2 \cdot 169 - 2 \cos 2\alpha \cdot 169$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$(24x)^2 = 3 \cdot 169 - 4 \cos^2 \alpha \cdot 169$$

$$\underline{(24x)^2 =}$$

По т. Пифагора:

$$BC = \sqrt{BO_2^2 + CO_2^2} = \sqrt{49x^2 + 289x^4}$$

$$AC = \sqrt{AO_2^2 + CO_2^2} = \sqrt{289x^2 + 289x^4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (24x)^2 = 3 \cdot 169 - 4 \cos^2 \alpha \cdot 169 \\ (24x)^2 = 289x^2 + 289x^4 + 49x^2 + 289x^4 - \\ - 2 \cos \alpha \cdot \sqrt{49x^2 + 289x^4} \cdot \sqrt{289x^2 + 289x^4} \end{array} \right.$$

$$238x^2 = 289 \cdot 2 \cdot x^4 - 2 \cos \alpha \cdot$$

$$\cdot \sqrt{49x^2 + 289x^4} \cdot \sqrt{289x^2 + 289x^4}$$

$$238x^2 = 289 \cdot 2x^4 - 2x^2 \cos \alpha \cdot 17 \cdot$$

$$\cdot \sqrt{49 + 289x^2} \cdot \sqrt{1 + x^2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~24~~

$$576x^2 = 3 \cdot 169 - 4 \cdot 169x^2 \cdot 169$$

$$\text{ms } x = \frac{\sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}}{4 \cdot 169} = \frac{\sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}}{2 \cdot 13}$$

$$238x^2 = 289 \cdot 2x^4 - 2x^2 \cdot 17 \cdot \sqrt{1+x^2}$$

$$\cdot \sqrt{49+289x^2} \cdot \sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}$$

$$238 = 289 \cdot 2x^2 - \frac{17 \cdot 17}{13} \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{49+289x^2}$$

$$\cdot \sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}$$

~~28 77 (17 \cdot 2x^2 - 14)~~

Из уравнения находим  $x$ , затем  
 $x$  можем найти  $AB$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ИЧ.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad | \uparrow^2$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} =$$
$$= (9x - 1)^2$$

$$2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = -75x^2 + 15x + 2$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \text{ выполняется для } x \in (1 - \frac{1}{\sqrt{3}}; 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}) \\ \cancel{3x^2 + 3x + 1 \geq 0} - \text{выполнено для } \cancel{x} \end{cases}$$

$$-75x^2 + 15x + 2 \geq 0, \quad \cancel{\text{для } x}$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 4 \cdot 75 \cdot 2}}{-75 \cdot 2} = 0,1 \pm \sqrt{\frac{3225}{150}} \cdot \frac{\sqrt{28}}{150}$$

$$0,1 + \frac{\sqrt{3225}}{150} < 0,3; \quad \left| -\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{3} \right| \Rightarrow$$

$$0,1 + \frac{\sqrt{3225}}{150} \cdot \frac{1}{3} < 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{вершина параболы } y = -75x^2 + 15x + 2$$

$$x_0 = \frac{-15}{-75 \cdot 2} = 0,1$$

$$y_0 = -0,75 + 1,5 + 2 = 2,75$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{при } x = 0, 1 + \frac{\sqrt{825}}{180}; y_1 = 0; y_2 > 0$$

$$y_1 = -75x^2 + 15x + 2$$

$$y_2 = 2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$$

$$\text{при } x = 0, 1$$

$$y_1 = 2, 75$$

$$y_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{143}{100} \cdot \frac{133}{100}}$$

$$y_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{19019}{10000}}$$

$$\begin{array}{r} x \quad 143 \\ \times \quad 133 \\ \hline 429 \\ 143 \\ \hline 9019 \end{array}$$

$$2 \sqrt{(9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2)} =$$

$$= (-75x^2 + 15x + 2) \quad \uparrow \quad 2$$

$$2 \cdot (9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) =$$

$$= (-75x^2 + 15x + 2)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 5.

$$0 \leq y_1 \leq 26$$

Пусть  $x_1, y_1$  определены

$$y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1 - \text{традиционный}$$

прямой метод все равно

В для выбора  $A$

QA имеет универсальное свойство

2

для  $m \leq n$  с  $n$   $\dots (26)$

$$\frac{12 + \frac{26}{2} + 1 + \frac{26}{2}}{\frac{26}{2}} + \frac{26}{2} + 1 = 14$$

но мы же ограничим себя,

$$\text{но прямая } y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1$$

Выводим за пределы параллельно

все  $\dots$  содержащиеся  $m$

A  $\dots$   $y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1$

$$y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1$$



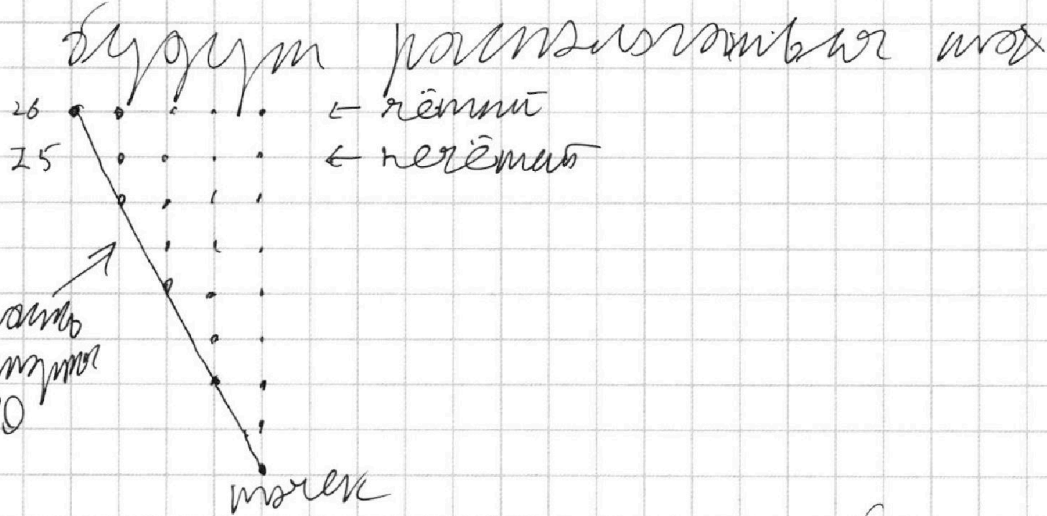
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



для яётыя точка будет 14  
точка. .  
точка B, для не яётыя 13 точка B

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

$$\begin{cases} x + y - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

Сумма штендера имеет

минимум 2 решения, то это

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 = 0 \end{cases}$$

при этом дискриминант  
одних уравнений равен сумме  
раствор 0, т.к. и в том и в том  
уравнения есть квадратные, т.е.

при всех значениях  $x$  выражение  
будет равно нулю, т.е. не имеет.

выражения равно нулю  
равно

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

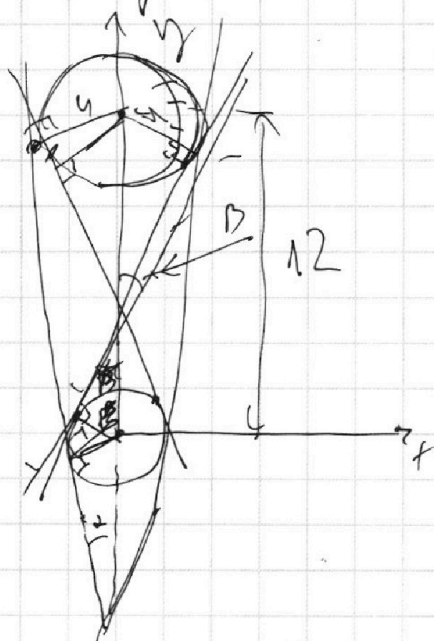
1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = 1$ ;  $x^2 + (y-12)^2 = 16$  - уравнения  
окружностей

Т.е. есть 2 окружности  
с уравнениями  $x^2 + y^2 = 1$ ;  $x^2 + (y-12)^2 = 16$   
и прямой  $y = -ax + 86$ , и дана  
прямая, которая условно выделена  
зеленым цветом как  
окружностей.



$$\frac{y}{\sin \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha} = 12$$

$$\frac{3}{\sin \alpha} = 12$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{15}} \\ a = -\frac{1}{\sqrt{15}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{15} \\ a = -\sqrt{15} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4}{\sin \beta} + \frac{1}{\sin \beta} = 12$$

$$\sin \beta = \frac{5}{12}$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{144 - 25}{144}} = \frac{\sqrt{119}}{12}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\left[ \begin{array}{l} \alpha = \frac{5}{\sqrt{119}} \\ \alpha = -\frac{5}{\sqrt{119}} \end{array} \right] \quad \left[ \begin{array}{l} \alpha = \frac{\sqrt{119}}{5} \\ \alpha = -\frac{\sqrt{119}}{5} \end{array} \right]$$

$$\text{Ответ: } \alpha = \frac{\sqrt{119}}{5}; \quad \alpha = -\frac{\sqrt{119}}{5};$$

$$\alpha = \sqrt{15}; \quad \alpha = -\sqrt{15}$$

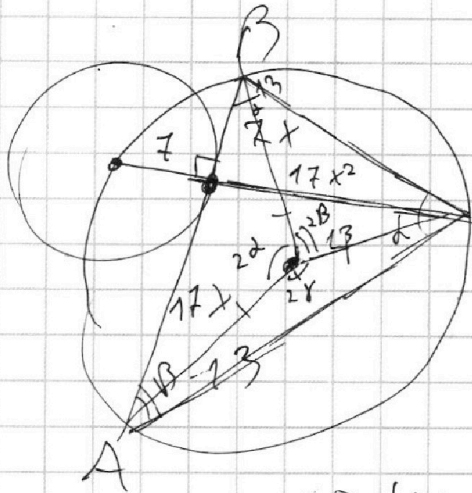
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$7 \cdot 17x^2$$

$$17x^2$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ \times 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$(24x)^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cos 2d \cdot 13^2$$

$$(24x)^2 = ((7x)^2 + (17x^2)^2) +$$

$$+ ((17x^2)^2 + (17x)^2) - 2 \cos d \cdot$$

$$\cdot \sqrt{(17x^2)^2 + (17x)^2} \cdot \sqrt{(7x)^2 + (17x^2)^2}$$

$$2 \cdot 13^2 - 2 \cos 2d \cdot 13^2 =$$

$$= \cancel{7x^2} - (289 + 49)x^2 + (289 \cdot 2 \cdot x^4 -$$

$$- 2 \cos d \sqrt{\quad} \sqrt{\quad})$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}\sqrt{3x^2 + 3x + 1} =$$

$$= 81x^2 - 18x + 1$$

$$2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -75x^2 + 15x + 2$$

$$\frac{36 - 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 18} \cdot \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{-15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 2 \cdot 75}}{-15}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 =$$

$$= 2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = (1 - 9x)^2$$

$$6x^2 - 3x + 3 - 2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} =$$

$$= 981x^2 - 18x + 1$$

$$2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = -75x^2 + 15x + 2$$

$$3 \cdot 6 + 2 = 5$$

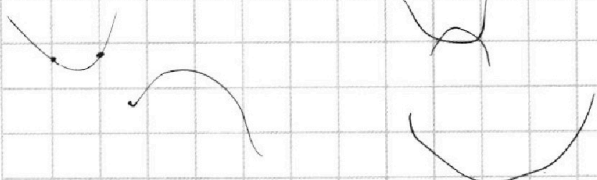
$$3 + 3 + 1 = 7$$

$$3 + 6 + 2 = 11$$

$$\sqrt{11} = 10$$

$$1 \pm \frac{3}{3}$$

$$\frac{-15 \pm \sqrt{225 + 4 \cdot 2 \cdot 75}}{-75 \cdot 2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 86 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$ax + y - 86 = 0$$

$$y = 86 - ax$$

$$1,4 \cdot \frac{143}{100} \cdot \frac{133}{100}$$

$$\frac{3}{100} - \frac{6}{10} + 2$$

$$(x^2 + (86 - ax)^2 - 1)(x^2 + (86 - ax - 12)^2 - 16) \leq 0$$

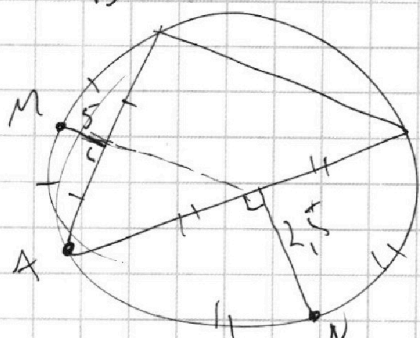
$$(x^2 + a^2 x^2 - 16 a b x + 64 b^2 - 1)(x^2 + (86 - ax - 12)^2 - 16) = 0$$

$$x^2 + (86 - ax)^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + (86 - ax - 12)^2 - 16 = 0$$

$$1,5 \cdot 2,25$$

$$1,4 \cdot \frac{14}{14} + \frac{56}{14} = \frac{19}{14}$$



$$1,7 \cdot \frac{3}{10}$$

$$2 \cdot \sqrt{\left(\frac{27}{100} - \frac{16}{10} + 2\right) \cdot \frac{27}{100}}$$

$$+ \left(\frac{9}{10} + 1\right)$$

$$27 - 180 + 200 = 47$$

$$217 \cdot 50 \cdot 200$$

$$= \frac{47}{100} \cdot 27 + 90 + 100 = \frac{217}{100}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-15 \pm \sqrt{225 + 600} = 25.3$$

$$-150$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ +15 \\ \hline 30 \\ +15 \\ \hline 45 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$= \frac{-15 \pm \sqrt{825}}{-150} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= 0,1 \pm \frac{\sqrt{825}}{150}$$

~~0,1~~ 0,1

$$0.4 \neq 1 =$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = -\frac{25}{3} +$$

$$+5 + 2 =$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} < 0$$

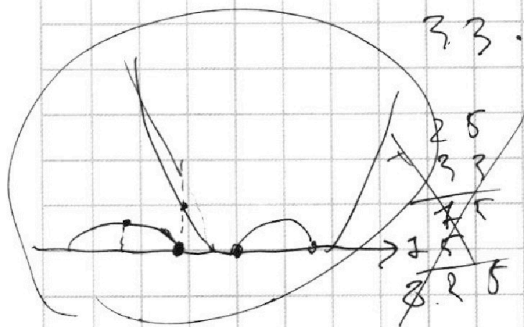
0,1

$$= 825$$

$$= 33$$

$$2 \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{2}{9}}$$



$$33 \cdot 25 \times 0,1 +$$

$$\frac{30}{150} = \frac{1}{5}$$

$$2 \sqrt{\left(\frac{1}{3} - 2 + 2\right)\left(\frac{1}{3} + 2 + 1\right)}$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$\frac{b}{2a} = \frac{-15}{-150} =$$

$$= 0,1$$

$$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 14$$

$$0,333 \times \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \sqrt{825}$$

$$0,1 + \frac{\sqrt{825}}{150} \approx 0,3$$

$$1,5^2 = 2,25 \quad (2,3)$$

$$1 - \frac{1}{1,5} = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3} \approx 0,333$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

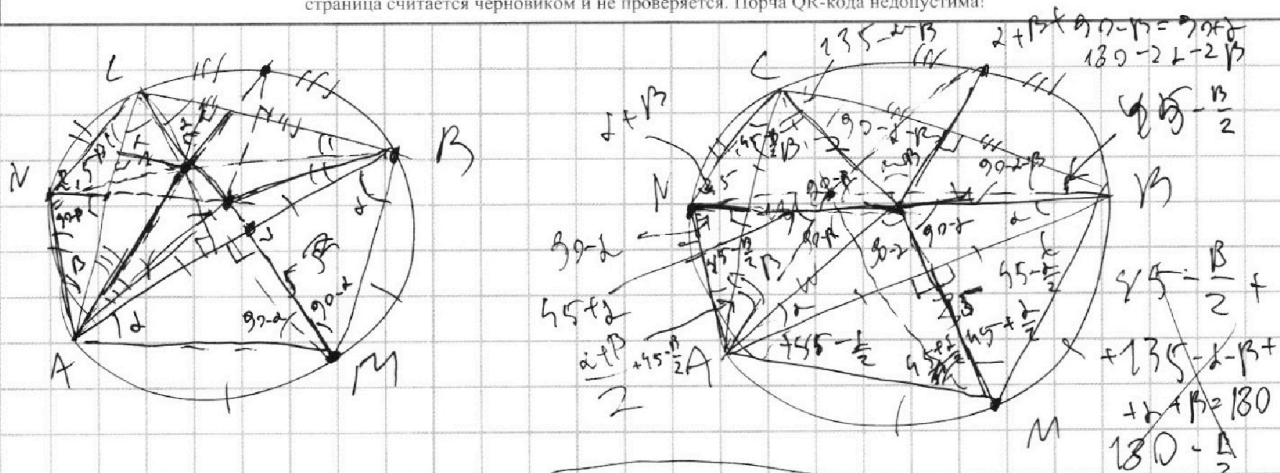
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

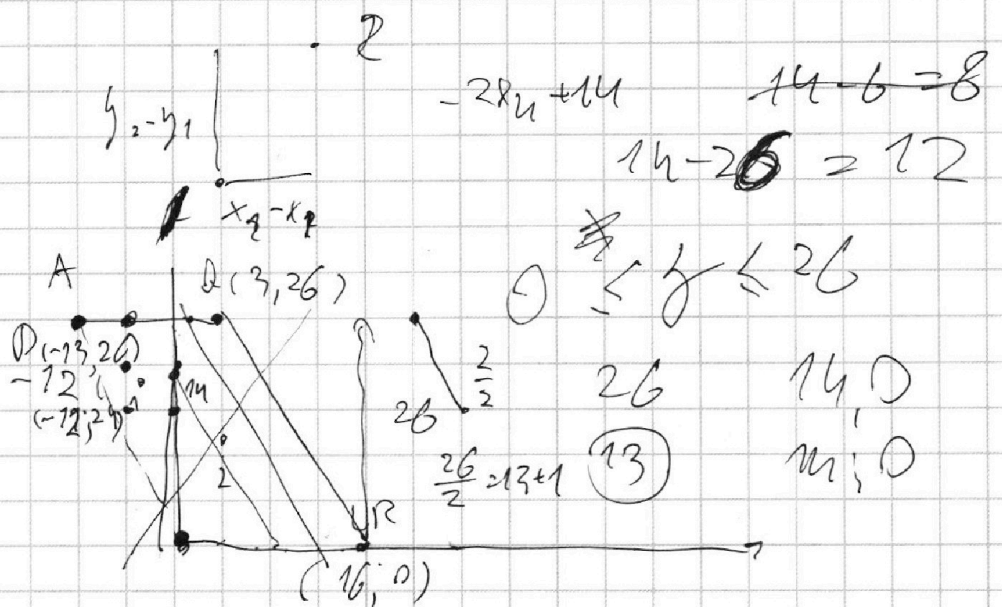


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 11} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 7 - 9x$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$



$$2x_2 - 13 \cdot 2 + y_2 + 26 = 14$$

$$2x_2 + y_2 = 14$$

$$y_2 = 2x_2 + 14$$



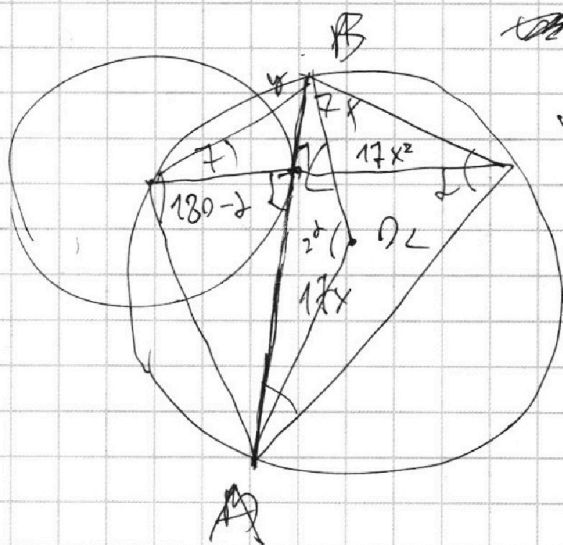
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{49x^2 + 289x^4}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ \times 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$49x^2 = y \cdot (y+7)$$

$$y^2 + 7y - 49x^2 = 0$$

$$y = \frac{-7 + \sqrt{49 + 9 \cdot 49x^2}}{2}$$

$$\frac{AB^2}{2}$$

$$\begin{aligned} (24x)^2 &= 169 \cdot 2 + 2 \cos 2\alpha \cdot 169 = \\ &= 49x^2 + 289x^4 + 289x^4 + 289x^2 + \\ &= 2 \cos 2\alpha \sqrt{49x^2 + 289x^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot \sqrt{289x^4 + 289x^2} \quad 238 = 289 \cdot 2 - \\ - \frac{17}{13} \cdot 17 \\ \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \end{aligned}$$

$$= 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$(24x)^2 = 3 \cdot 169 - 4 \cos^2 \alpha \cdot 169$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ + 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ - 289 \\ \hline 287 \\ \hline 287 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ 287 \\ \hline 49 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 238 \\ - 17 \\ \hline 68 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

abc

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$(abc)^2 : 2^{110} \cdot 7^{136}$$

$$abc : 2^{55} \cdot 7^{68}$$

WZ

$\frac{a}{b}$  нецелое.

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$a+b = m$$

$$a^2 - 7ab + b^2 = n$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab} = \frac{1}{(a+b) - \frac{9ab}{a+b}}$$

$$9ab : a+b$$

$$\Rightarrow (9) \cdot a+b$$

$$b = 2^{15} \cdot 7^9$$

$$a = 7^{11} \cdot 18$$

$$c = 2^2 \cdot 7^{18}$$

$$15 + 17 - 23 = 9$$

$$= 9$$

$$17 + 6 =$$

$$= 23$$

$$a = 2^{18} \cdot 7^{21}$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{18}$$

$$24 - 2 = 22$$

$$7^{39}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

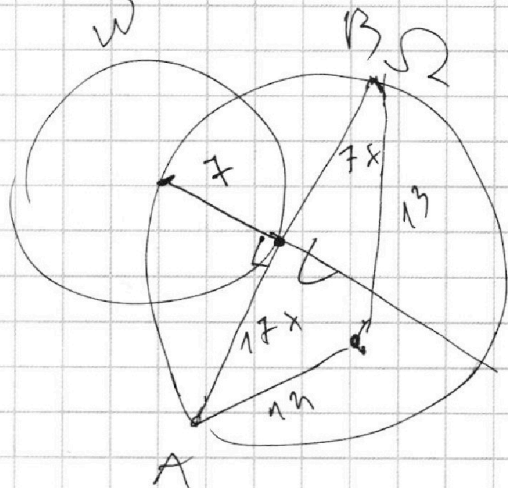
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

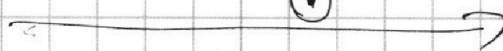
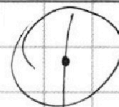
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = -ax + b$$

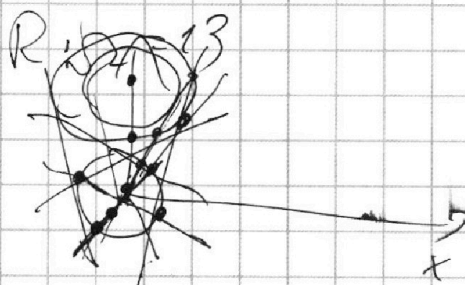


N3



A B -

$$y = 86 - ax$$



N4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 12} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$x^2 - 2x + \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$\sqrt{36 - 4 \cdot 6} = \sqrt{36 - 24} =$$

$$= \sqrt{12} =$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$y_2 = -2x_2 + 14$$

$$\frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

~~$$x^2 + x + 1 = 0$$~~