



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $t$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $t$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$ab : 2^{15} 7^{11} \quad ①$$

$$bc : 2^{17} 7^{18} \quad ②$$

$$ac : 2^{23} 7^{39} \quad ③$$

$$ab \cdot bc \div 2$$

перемножим все ① · ② · ③

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{15+17+23} 7^{11+18+39}$$

$$(abc)^2 : 2^{55} 7^{68}$$

$$ab \cdot bc : 2^{28} 7^{34}, \text{ т.к. } ac : 2^{23} 7^{39}$$

$$ab \cdot bc : 2^{28} 7^{39}$$

T. d. минимум

запись ab · bc = 2^{28} 7^{39}

Пример:  $b = 2^4$ ;  $a = 2^{11} \cdot 7^{21}$ ;  $c = 2^{13} \cdot 7^{18}$

$$\text{Отв. } \cancel{2^{28} \cdot 7^{39}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

Если дробь <sup>также</sup> иррациональна, то

$$\begin{aligned} (a+b) &: m \\ (a+b)^2 - 9ab &: m \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} a+b &: m \\ 9ab &: m \end{aligned}$$

т.н.  $\frac{a+b}{9}$  - иррационально, т.к.

$a, b$  - взаимнопростые между

$a+b$  и  $ab$  - взаимнопростые, т.к.

$ab$  делится на все множители  $a$  и  $b$

$a+b$  делится на  $a$  и  $b$  из-за общего делителя

запись

$9 : m \quad (\Rightarrow)$  наименовавшее значение

$$m = 9$$

ответ: 9

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

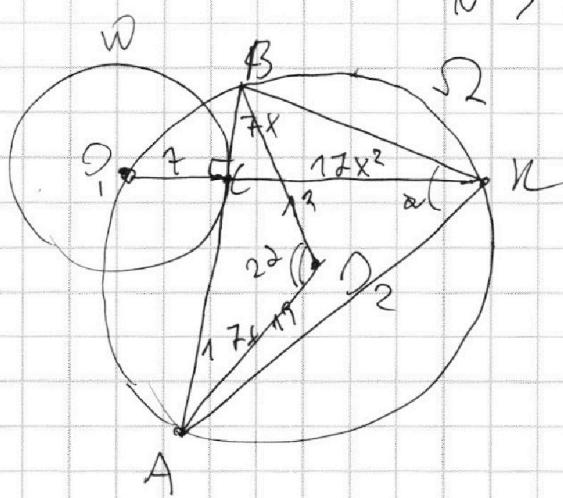
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N3.

Решение:

O<sub>1</sub> - центр W

O<sub>2</sub> - центр S<sub>2</sub>

$$R_W = 7$$

$$R_{S_2} = 13$$

BA - хорда

R W

A, B ∈ S<sub>2</sub>.

Демонстрируем:

$$1) O_1 C \cap S_2 = \{O_1, K\}$$

2) ~~∠BKA~~ Руководствуясь  $\angle BKA = d$ ; Тогда

$\angle BO_1A = 2d \Rightarrow \angle BDO_2 + 2d$  тоже

центральный опирающийся на  $\angle AOB$

Таким  $\angle BOC = 2x$ ;  $\angle CA = 17x$

т.к.  $O_1K$ ;  $AB$  - хорда  $AB \cap O_1K = K$ , то

$BC \cdot AC = O_1C \cdot CK$

$$7 \cdot 17x^2 = 7 \cdot CK$$

$$CK = 17x^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Т. косинусы между  $A$  и  $O_2B$ ;  $A$  и  $KB$

$$AO_2 = O_2B = R_{\Delta} = 13$$

$$\textcircled{1} A^2 + B^2 = AO_2^2 + BO_2^2 - 2 \cos \angle A O_2 B \cdot AO_2 \cdot BO_2$$

$$\textcircled{2} A^2 + B^2 = AK^2 + KB^2 - 2 \cos \angle BKA \cdot BK \cdot AK$$

$$(24x)^2 = 2 \cdot 16^3 - 2 \cos 2\alpha \cdot 16^3$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$(24x)^2 = 3 \cdot 16^3 - 4 \cos^2 \alpha \cdot 16^3$$

$$(24x)^2 =$$

ПО Т. Пифагора:

$$BK = \sqrt{BC^2 + CK^2} = \sqrt{49x^2 + 289x^4}$$

$$AK = \sqrt{AC^2 + CK^2} = \sqrt{289x^2 + 289x^4}$$

$$(24x)^2 = 3 \cdot 16^3 - 4 \cos^2 \alpha \cdot 16^3$$

$$(24x)^2 = 289x^2 + 289x^4 + 49x^2 + 289x^4 - 2 \cos 2\alpha \cdot \sqrt{49x^2 + 289x^4} \sqrt{289x^2 + 289x^4}$$

$$238x^2 = 289 \cdot 2 \cdot x^4 - 2 \cos 2\alpha \cdot$$

$$\cdot \sqrt{49x^2 + 289x^4} \sqrt{289x^2 + 289x^4}$$

$$238x^2 = 289 \cdot 2x^4 - 2x^2 \cos 2\alpha \cdot 17 \cdot$$

$$\cdot \sqrt{49 - 289x^2} \sqrt{1 + x^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~24~~

$$576x^2 = 3 \cdot 169 - 462x^2 + 169$$
$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}}{4 \cdot 169} = \frac{\sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}}{2 \cdot 13}$$

$$238x^2 = 289 \cdot 2x^2 - 2x^2 \cancel{62 \cdot 17} \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot$$

$$\cdot \sqrt{49+289x^2} \cdot \sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}$$

$$238 = 289 \cdot 2x^2 - \frac{62 \cdot 17}{23} \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{49+289x^2}$$
$$\cdot \sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}$$

~~$$238 = 289(17 - 2x^2)$$~~

Из уравнения находим  $x$ , затем  
и можем найти  $A B$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad |^2$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = \\ = (9x - 1)^2$$

$$2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = -75x^2 + 15x + 2$$

$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \text{ не выполняется для } x \in (1 - \frac{1}{\sqrt{3}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}) \\ \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \geq 0 - \text{ выполняется для } x \end{cases}$

$$-75x^2 + 15x + 2 = 0, \quad \cancel{\text{решение}}$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 4 \cdot 2 \cdot 75}}{-75 \cdot 2} = 0,1 \pm \sqrt{\frac{825}{750}}$$

$$0,1 + \sqrt{\frac{825}{750}} < 0,3 ; \quad 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$0,1 + \sqrt{\frac{825}{750}} < 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

вершина параболы  $y = -75x^2 + 15x + 2$

$$x_0 = \frac{-15}{-75 \cdot 2} = 0,1$$

$$y_0 = -0,75 + 1,5 + 2 = 2,75$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

прич  $x = 0, 1 + \frac{\sqrt{325}}{180}$ ;  $y_1 = 0; y_2 > 0$

$$y_1 = -78x^2 + 15x + 2$$

$$y_2 = 2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$$

при  $x = 0, 1$

$$y_1 = 2, 75$$

$$y_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{143}{100} \cdot \frac{133}{100}}$$

$$y_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{19019}{10000}}$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ 133 \\ \hline 1429 \\ 1429 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2 \sqrt{(9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2)} =$$

$$= (-75x^2 + 15x + 2) \quad \uparrow 2$$

$$21 \cdot (9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) =$$

$$= (-75x^2 + 15x + 2)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5.

$$0 \leq y \leq 26$$

Пусть  $x_1; y_1$  определены

$$y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1 - \text{то задача}$$

представляет все точки

в зоне выпуклости A

Рассмотрим граничные значения

2

для которых  $y_2$  максимальна.

$$\begin{aligned} & (-13; 26); (-12; 26) \text{ входят в } \\ & \frac{12}{2} \cdot \left( \frac{26}{2} + 1 + \frac{26}{2} \right) + \frac{26}{2} + 1 = 14 \end{aligned}$$

~~$\frac{26}{2} + 1 = 14$~~  макс если овалом в

нашёл все горизонтальные левые,

$$\text{то предыдущая } y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1$$

представляет собой полукруг

всё множество находящиеся там

и кроме этого уравнения имеет  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$

$$y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1$$



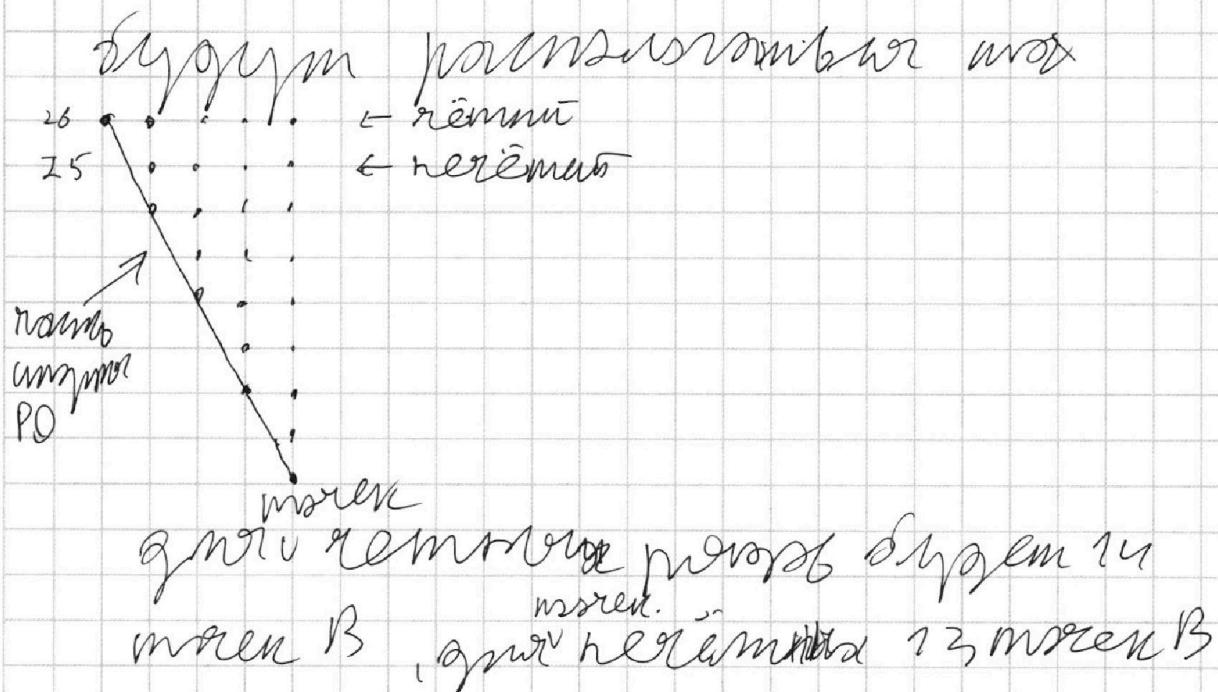
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5.

$$\begin{cases} x + y - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

Если считать линии

то есть 2 решения, то есть

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 & \textcircled{1} \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 = 0 & \textcircled{2} \end{cases}$$

при этом дисперсионным  
области узловых точек должны  
быть 0, F. K. while из трех  
значения бывшего узла, т. к.  
при всех значениях x уравнение  
однозначно имеет одно значение, т. к.  
однозначно оно есть узел, который

бесконечно разделяется на  
полосы



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

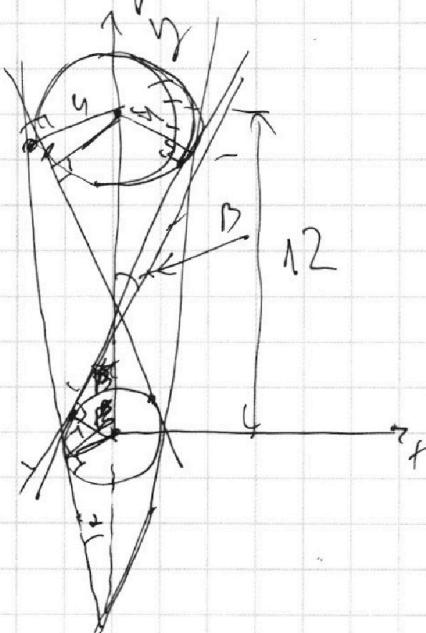
- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = 1$ ;  $x^2 + (y - 12)^2 = 16$  - уравнения  
окружностей

Т. е. есть 2 окружности  
с уравнениями  $x^2 + y^2 = 1$ ;  $x^2 + (y - 12)^2 = 16$   
и траектория  $y = -\alpha x + 16$ , и дано  
что линия, общие сеченные вспомогательные  
окружности и касательная к ним обеих  
окружностей.



$$\frac{y}{\sin \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha} = 12$$

$$\frac{3}{\sin \alpha} = 12$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \\ = \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}} \\ \alpha = -\frac{1}{\sqrt{15}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \\ \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4}{\sin \beta} + \frac{1}{\sin \beta} = 12$$

$$\sin \beta = \frac{5}{12}$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{144 - 25}{144}} = \frac{\sqrt{119}}{12}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{119} \\ \alpha = -\frac{5}{\sqrt{119}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\sqrt{119}}{5} \\ \alpha = -\frac{\sqrt{119}}{5} \end{cases}$$

$$\text{решение: } \alpha = \frac{\sqrt{119}}{5}; \alpha = -\frac{\sqrt{119}}{5},$$

$$\alpha = \sqrt{15}; \alpha = -\sqrt{15}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

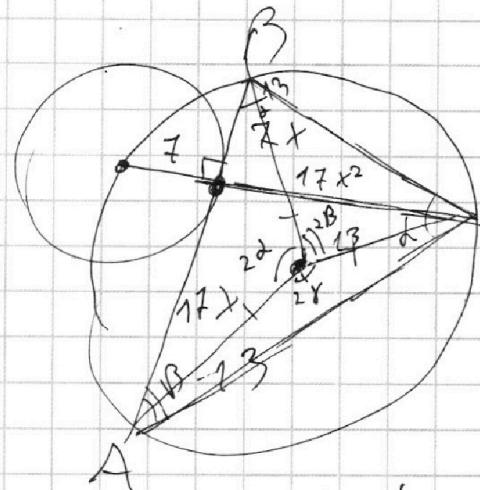
6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$7 \cdot 17x^2$$

$$17x^2$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17^2 \\ - 12 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$(24x)^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cos 2x \cdot 13^2$$

$$\begin{aligned} (24x)^2 &= (7x)^2 + (17x^2)^2 + \\ &+ ((17x^2)^2 + (17x)^2) - 2 \cos 2x \cdot \\ &\cdot \sqrt{(17x^2)^2 + (17x)^2} \cdot \sqrt{(7x)^2 + (17x^2)^2} \end{aligned}$$

$$2 \cdot 13^2 - 2 \cos 2x \cdot 13^2 =$$

$$\begin{aligned} &\geq \cancel{7x^2} - (289 + 49) \cancel{x^2} + (289 \cdot 2 \cdot x^4 - \\ &- 2 \cos 2x \underbrace{\sqrt{4x^4}}_{\text{у4.}} \quad \cancel{+ 14}) \end{aligned}$$

$$\left( 3x^2 - 6x + 2 \right) - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2 \sqrt{3x^2 - 6x + 2} \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = \\ = 81x^2 - 72x + 1 \end{aligned}$$

$$2 \sqrt{3x^2 - 6x + 2} \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -75x^2 + 15x + 2$$

$$\frac{36 - 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 13^2} \cdot \frac{6 \div 2 \cdot 13}{6} - \frac{1 \pm \sqrt{1}}{3} \quad \text{или} \quad \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 2 \cdot 75}}{-15 \cdot 0}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

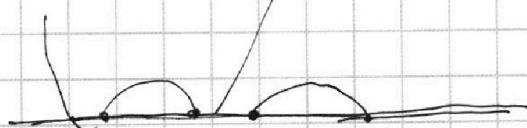
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & 3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 = \\ & - 2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = (1 - 9x)^2 \\ & 6x^2 - 3x + 3 - 2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = \\ & = 81x^2 - 18x + 1 \end{aligned}$$

$$2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = - 75x^2 + 15x + 2$$



$$3 - 6 + 2 = 5$$

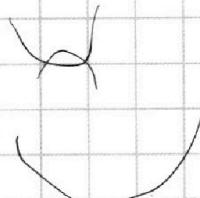
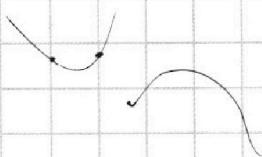
$$3 + 3 + 1 = 7$$

$$3 + 6 + 2 = 11$$

$$\boxed{11} = 10$$

$$- 75 \pm \sqrt{225 + 4 \cdot 2 \cdot 75} \over - 75 \cdot 2$$

$$1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \alpha x + y - 86 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\alpha x + y - 86 = 0$$

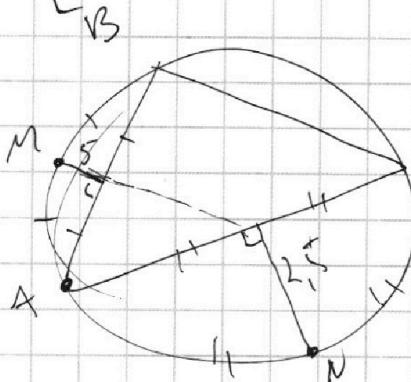
$$y = 86 - \alpha x$$

$$(x^2 + (86 - \alpha x)^2 - 1)(x^2 + (86 - \alpha x - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$(x^2 + \alpha^2 x^2 - 16\alpha x + 6400 - 1)(x^2 + (86 - \alpha x - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$(x^2 + (86 - \alpha x)^2 - 1) = 0$$

$$x^2 + (86 - \alpha x - 12)^2 - 16 = 0$$



н 7

$$5 \cdot 200$$

1,5 (2,25)

$$1,4 \times 14$$

$$+ \frac{56}{196}$$

$$2 \cdot \sqrt{\left(\frac{217}{100} - \frac{18}{10} + 2\right) \cdot \frac{27}{100}} =$$

$$+ \left(\frac{9}{10} + 1\right)$$

$$27 - 18 + 200$$

$$= \frac{47}{100} \cdot \frac{27 + 90 + 100}{100} \frac{217}{100}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{-15 \pm \sqrt{225 + 600}}{-150} = 25 \cdot 3$$

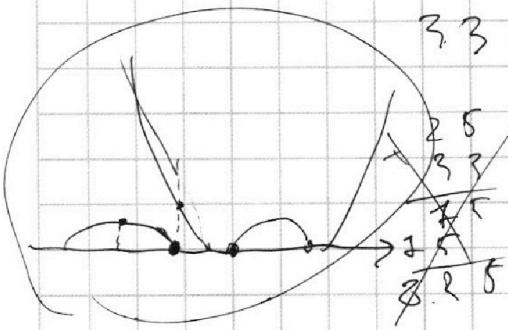
$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$\frac{-15 \pm \sqrt{825}}{-150} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right) + \\ & + 5 + 2 = \\ & \frac{3 - \sqrt{3}}{3} = 7 - \frac{2}{3} < 0 \end{aligned}$$

$$0,1 \cdot 825 = 33$$

$$8 \cdot 4 + 1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} =$$



$$\frac{30}{150} = \frac{1}{5}$$

$$2 \sqrt{\left(\frac{1}{3} - 2 + 2\right)\left(\frac{1}{3} + 1 + 1\right)} =$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$\frac{6}{2a} = \frac{-15}{-150} =$$

$$2x_2 + y_1 = 2x_1 + y_1 + 16.$$

(-2,1)

$$(9,333) \times 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \checkmark \quad 0,1 + \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,333$$

$$1,5^2 = 2,25$$

(2,3)

$$1 - \frac{1}{1,5} = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3} \approx 0,333$$



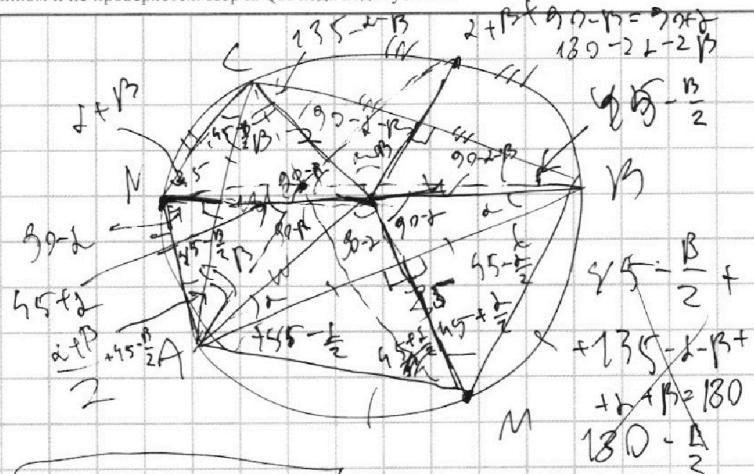
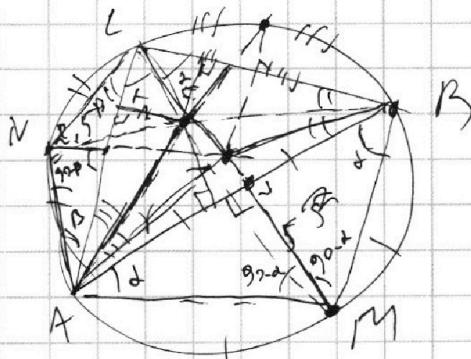
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



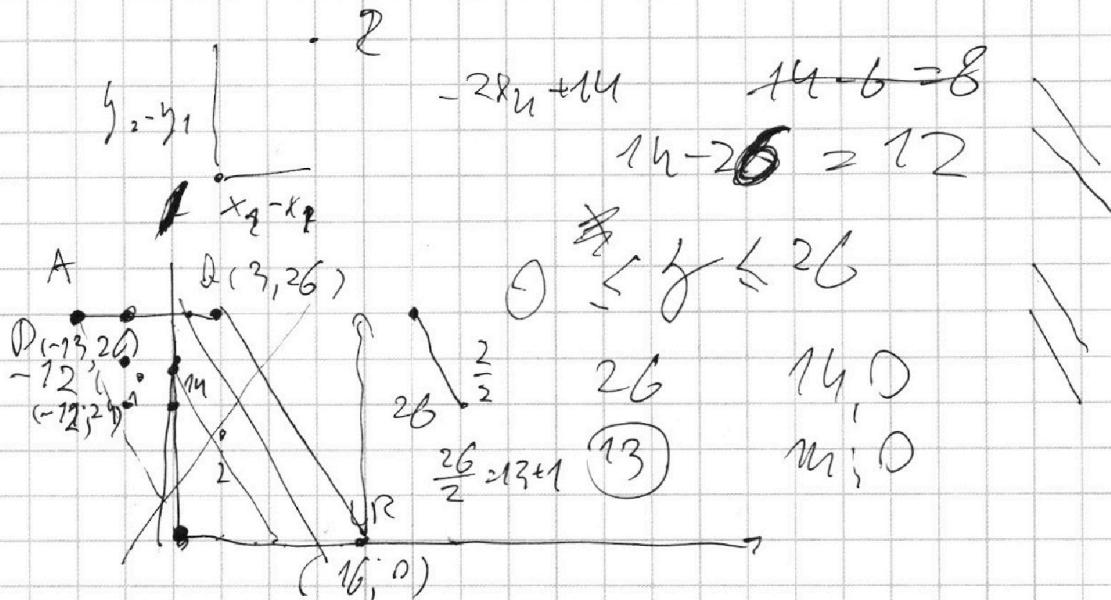
 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 7 - 9x$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$



$$2x_2 - 13 \cdot 2 + y_2 + 26 = 14$$

$$2x_2 + y = 14$$

$$y = 2x_2 + 14$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

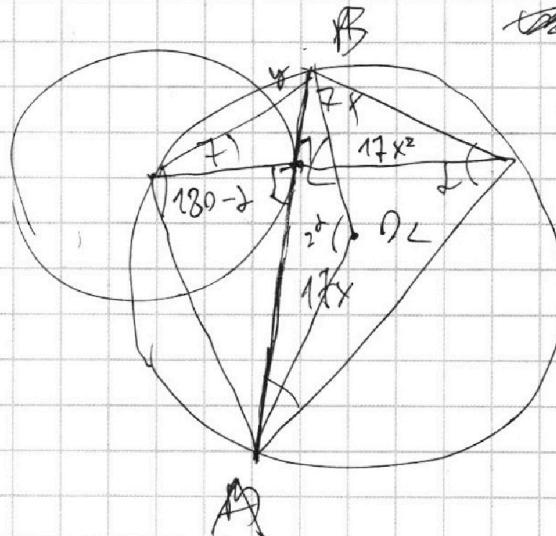
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{49x^2 + 289x^4}$$

$$\begin{array}{r} \times 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 119 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$49x^2 =$$

$$y \cdot (y+7)$$

$$y^2 + 7y - 49x^2 = 0$$

$$y = \frac{-7 + \sqrt{49 + 9.49x^2}}{2}$$

$$AB^2$$

$$(24x)^2 = 169 \cdot 2 + 20522 \cdot 169 =$$

$$= 49x^2 + 289x^4 + 289x^4 + 289x^2 +$$

$$+ 2 \cos \angle \sqrt{49x^2 + 289x^4}.$$

$$\cdot \sqrt{289x^4 + 289x^2}$$

$$238 = 289 \cdot 2 -$$
$$- \frac{17}{13} \cdot 12$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$$

$$= 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$(24x)^2 = 3 \cdot 169 - 4 \cos^2 \alpha \cdot 169$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 29 \\ \hline 96 \\ + 98 \\ \hline 546 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ 289 \\ \hline 276 \\ \hline 287 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ 287 \\ \hline 287 \\ - 119 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 238 \\ 27 \\ \hline 68 \end{array}$$

I-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$b = 2^{15} \cdot 6 = 2^9$$

$$a = 7^{11} \cdot 18$$
$$c = 2^2 \cdot 7$$

$$abc$$

$$15+17-23=2$$

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{55} \cdot 7^{68} = ⑨$$

~~$$(abc)^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}$$~~

~~$$b = 2^{15} \cdot 6 = 2^9 = ③$$~~

~~$$abc : 2^{28} \cdot 7^{34}$$~~

~~$$a = 2^{11} \cdot 7^{21}$$~~

~~$$c = 2^{13} \cdot 7^{18}$$~~

~~$$2^{22} \cdot 7^{39}$$~~

6 не сим.

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$a+b:m$$

$$a^2 - 7ab + b^2 : m$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - ab} = \frac{1}{(a+b) - \frac{ab}{a+b}}$$

$$⑨ m : a+b$$

$$⑨ a+b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

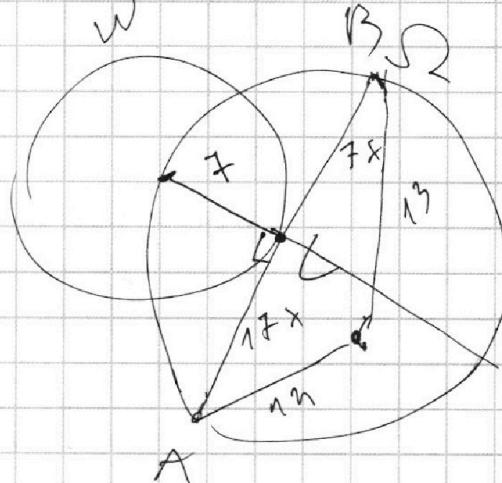
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

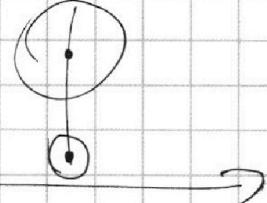
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = -\alpha x + b$$

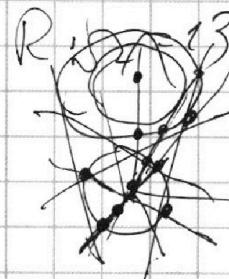


н3.



A B →

$$b = 86 - \alpha x$$



н4.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$x^2 - 2x + \frac{2}{3}$$

$$x_1 x_2 = \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$\sqrt{36 - 4 \cdot 6} = \sqrt{36 - 24} = \\ = \sqrt{12} = \\ = 2\sqrt{3}$$

$$y_2 = -2x_2 + 14 \quad \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x^2 + x + 1 = 3$$