



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 2

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
- [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-17; 68)$ ,  $Q(2; 68)$  и  $R(19; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - Найдите произведение длии медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ.**

N 1.

Пусть  $x_1, y_1, z_1$  - степени вхождения 2, 3 и 5 в ассортименте, определило определить  $x_2, y_2, z_2$  и  $x_3, y_3, z_3$ , для вида с. Т.к. нужно найти такое минимальное произведение abc, будем считать, что a, b и с делится только на 2, 3 и 5. Тогда, по условию имеем следующие 3 системы неравенств:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 7 \\ x_2 + x_3 \geq 13 \\ x_3 + x_1 \geq 14 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 + y_2 \geq 11 \\ y_2 + y_3 \geq 15 \\ y_3 + y_1 \geq 17 \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 + z_2 \geq 14 \\ z_2 + z_3 \geq 18 \\ z_3 + z_1 \geq 13 \end{cases}$$

Сложим неравенства в каждой системе и поделим на 2, получим:

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 17 \quad y_1 + y_2 + y_3 \geq \frac{43}{2} \quad z_1 + z_2 + z_3 \geq \frac{75}{2}$$

Т.к. число целое, то

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 17 \quad y_1 + y_2 + y_3 \geq 22 \quad z_1 + z_2 + z_3 \geq 38$$

Приведём пример подходящих под условие чисел:

$$x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 10; \quad y_1 = 6, y_2 = 5, y_3 = 11; \quad \cancel{z_1 = 14, z_2 = 0, z_3 = 29}$$

но замечаем, что  $z_1 + z_2 + z_3 \geq z_3 + z_1 \geq 43$ , поэтому

$$z_1 = 14, z_2 = 0, z_3 = 29.$$

Таким образом, минимальное значение abc равно

$$2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 3^{y_1+y_2+y_3} \cdot 5^{z_1+z_2+z_3} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Описание подобия  $\triangle CEF$  и  $\triangle ACD$  равно квадрату  
их коэффициенту подобия, а он равен:

$$K = \frac{CE}{AD} = \frac{\sqrt{30}}{26} c = \frac{\sqrt{30}c}{26}$$

$K^2 = \frac{30}{36}$  — это и есть искомое отношение площадей.

Ответ:  $\frac{30}{36}$ .

$$K = \frac{AD}{CE} = \frac{\frac{3}{\sqrt{3}} c}{\frac{\sqrt{30}}{26} c} = \frac{6}{\sqrt{30}}$$

$K^2 = \frac{36}{30}$  — это и есть отношение площадей  $\triangle ACD$  к площади  $\triangle CEF$ .

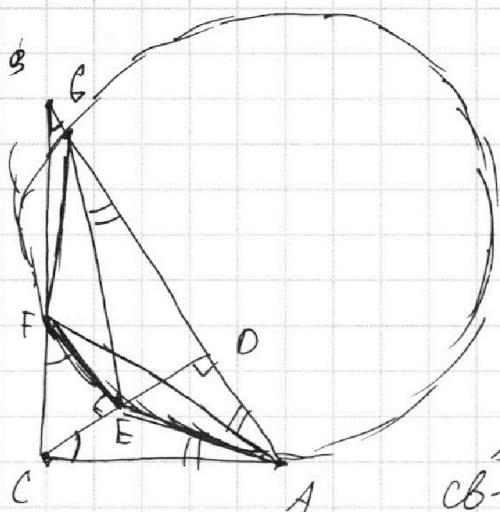
Ответ:  $\frac{36}{30}$ .

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



Пусть окружность из условия пересекает вторую раз  $AB$  в точке  $G$ .

Пусть  $AB = C$ , тогда  $BD = \frac{10}{13}C$ ,

$AD = \frac{3}{13}C$ . Т.к. сб-бы высоты  
предлаг. треул.:  $CD^2 = BD \cdot AD \Rightarrow$

$$\Rightarrow CD = \frac{\sqrt{130}}{13}C.$$

Заменим, что  $\angle FCD = \angle CBA$  и

$\triangle ADC \sim \triangle CBD \sim \triangle ABC$ , но известны

сб-бы предполож. 1.

По м. Пифагора:  $BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} =$

$$= \sqrt{\frac{30}{13^2}C^2 + \frac{100}{13^2}C^2} = \sqrt{\frac{130}{13^2}C^2} = \sqrt{\frac{10}{13}}C, \text{ тогда } \sin \angle ABC =$$

$$\sin \angle ABC = \frac{CD}{CB} = \frac{\frac{\sqrt{130}}{13}C}{\sqrt{\frac{10}{13}}C} = \frac{\sqrt{13}}{13}.$$

Заменим, что раз  $EF \parallel AB$ , ~~и~~ и  $AFFG$  - вписаный, то  $AEFB$ -равнобедная трапеция, а в ней,  $\angle FEG = \angle ABE$ . Т.к.  $AC$ -касательная к данной окр., то  $\angle CAE = \angle CGE = \angle FAB$ . Тогда заменим, что  $\triangle ACE \sim \triangle AFB$ , но сб-бы угла:  $\angle CAE = \angle FAB$  и  $\angle FCD = \angle ABC$ , а тогда

$$\frac{CE}{CA} = \frac{FB}{AB} \Leftrightarrow \frac{CE}{FB} = \frac{CA}{AB} = \sin \angle ABC = \sqrt{\frac{3}{13}}. \quad (1)$$

$\angle CEB = \angle EFB = \angle FAB \Rightarrow \triangle CFE \sim \triangle CBD \sim \triangle ABC$ , тогда

$$\frac{CE}{CF} = \sin \angle ABC \Rightarrow CE = \frac{CE}{\sqrt{\frac{13}{3}}} = \sqrt{\frac{13}{3}}CE.$$

$$\text{Из (1): } FB = \sqrt{\frac{13}{3}}CE$$

$$BC = CF + FB \Rightarrow 2 \cdot \sqrt{\frac{13}{3}}CE \Rightarrow CE = 2 \sqrt{\frac{13}{3}} = \sqrt{\frac{10}{13}}C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CE = \frac{\sqrt{30}}{26}C$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

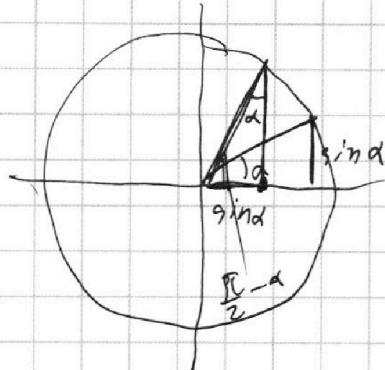
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1/3



Заметим, что  $\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x$ ,  
как видно из рисунка, тогда

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = 6x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

Ответ:  $x = \frac{\pi}{6}$ .

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



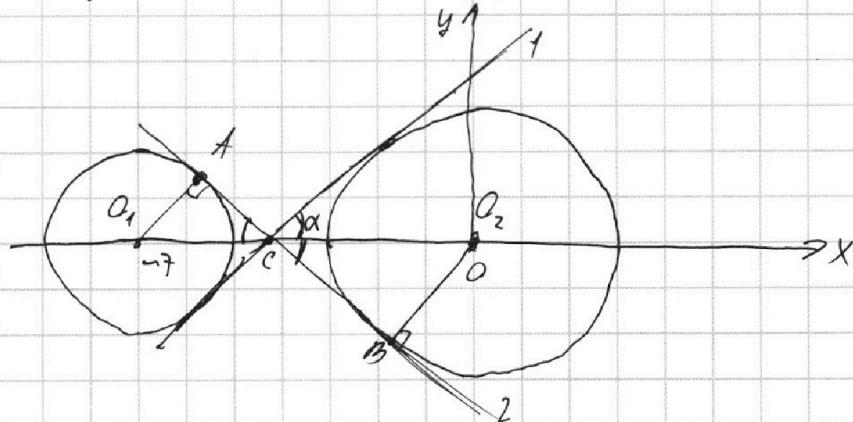
- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

14

$x^2 + y^2 - 9 = 0$  — это график окружности радиуса 3 с центром в точке  $(0; 0)$ .  
 $x^2 + 14x + y^2 + 4y = (x+7)^2 + y^2 - 49 - 4 = 0$  — график окружности радиуса 2 с центром в точке ~~(0, 2)~~  $(-7; 0)$



$x^2 + 3ay - 7b = 0$  — это график параболы, где параметр  $a$  отвечает за угол наклона, а  $b$  — это значение графика вверх и вниз.

Переведём исходные данные к приведённым окружностям.  
 Заметим, что если  $K$ -изогр. наклона ~~не меньше~~ наклона первой параболы, то ~~не больше~~ наклона второй, и на  $O_1C$  длина отрезка пересечения этих окружностей не бывает, если в двух точках  $O_1$  и  $O_2$ .

$x^2 + 3ay - 7b = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$ , тогда, если  $K$ -изогр. наклона первой параболы, то  $K > -\frac{1}{3a} > -K$ , т.к. угол наклона второй в силу симметрии равен  $-K$ .  
 См. обозначения точек на рисунке.  $\angle O_1AC \approx \angle O_2BC$ , то  
 учитывая формулы  $\angle O_1CA = \angle O_2CB$ , тогда  $O_1C/C O_2 = O_1A/O_2B = \frac{2}{3} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow O_2C = \frac{3}{7} \cdot O_1C = \frac{3}{7} \cdot \frac{21}{5} = 4,2$

$$CB = \sqrt{OC^2 - OB^2} = \sqrt{\left(\frac{21}{5}\right)^2 - 4^2} = \sqrt{9,2^2 - 4^2} = 1,2\sqrt{6} \text{ км}$$

$$\tan \angle OCB = OB/OC = \frac{4}{1,2\sqrt{6}} = \frac{1}{0,48\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{12} > -\frac{1}{3a} > -\frac{5\sqrt{6}}{12} \Leftrightarrow -\frac{5\sqrt{6}}{12} > 3a > -\frac{5\sqrt{6}}{12} \Leftrightarrow -\frac{5\sqrt{6}}{9} > a > \frac{5\sqrt{6}}{4}$$

Ответ:  $a \in \left(-\frac{5\sqrt{6}}{9}; \frac{5\sqrt{6}}{4}\right)$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

45

$$\log_{36x^2} 343 = \frac{1}{2} \log_{6x} 343 = \frac{5}{2} \log_{6x} 3 = \log_{6x} \sqrt{343}$$

$$\log_7(6x) = \log_{6x} \sqrt{343} + \log_{6x} 49 - 4 = \log_{6x} 49\sqrt{343} - 4$$

~~$$\log_{36x^2} 343 = \frac{1}{2} \log_{72x} \log_{6x} \sqrt{343} = \log_{6x} 7^{\frac{3}{2}}$$~~

~~$\log_7$~~

$$\log_{36x^2} 343 = 3 \log_{36x^2} 7 = \frac{3}{\log_7(6x)} = \frac{3}{2 \log_7(6x)}$$

$$\log_{6x} 7 = \frac{1}{\log_7(6x)}$$

$$\log_7(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_7(6x) = \frac{3}{2 \log_7(6x)} - \frac{2}{\log_7(6x)} - 4 = -\frac{1}{2 \log_7(6x)} - 4.$$

Пусть  $a = \log_7(6x)$ , тогда

$$a^7 = -\frac{1}{2a} - 4 \Rightarrow a^5 = -4a - \frac{1}{2}$$

Заметим, что  $a^5$  - монотонно возрастающая  
функция, а  $-4a - \frac{1}{2}$  - монотонно убывающая, поэтому  
это уравнение имеет не более одного решения.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

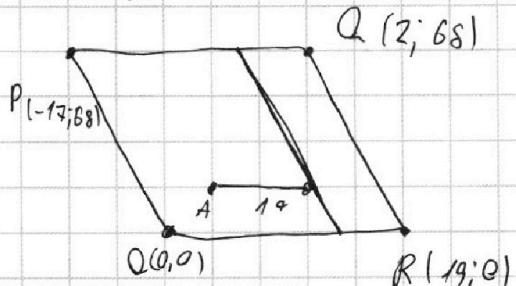
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ms.



Tycm<sup>ie</sup>  $\Delta x = x_2 - x_1$ ,  $\Delta y = y_2 - y_1$ ,  
 moga  $40x - 40y = 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 40y = 40 - 40\Delta x \quad (1)$

Значит, что у стороны  $PQ$  есть одна точка  $A$ , которая лежит на отрезке  $PQ$ . Тогда, если  $\angle QAP = 14^\circ$ , то  $\angle QPR = 180^\circ - 14^\circ = 166^\circ$ . Но угла  $QPR$  нет, так как  $R$  лежит на прямой  $PQ$ .

Немногие понимают, что если  $sy=0$ , то  $sx=10$ ,  
~~на~~ на определённой высоте  $y$  всего  $20-10=10$   
 исходящих потоков, но ~~один~~ <sup>один</sup> поток <sup>и выше</sup> с ~~одинаковыми~~  
~~х~~, ~~одинаковыми~~ потоками в не ~~одинаковых~~ линиях в ~~один-~~две.

~~Наргиса моногам и  
Причина неприменимости к ней правила биографии  
из-за отсутствия, когда родился = 18 марта 1918~~

При этом изориентируя точку А можно воспроизвести 10 способами, из которых 18 способов, и для каждого такого способа воспроизведения пары 18 способов, т.е. всего  $10 \cdot 18^2$  способов воспроизведения пары А, В.

12. 11. 18 *Cantharis vulgaris* F. 11,12  
No 144 Mill. 11/12a 2022-18 B. 12. 18/19/20

но мы учили жалоба спасать, для Адмиралов Моря,  
но испортил Ленин твоих В пересекают пар-лы в  
человеческих твоих, но може сеть еще 3 группы  
твой, ~~но~~ в концов твои же на-бо привели,  
комары в пересекают пар-лы в недоступные твоих  
твоих, назначу тебе на-бо спасать ворону  
пару А В розы 4. 10. 18<sup>2</sup>

Antw. 4. 10. 18<sup>2</sup>.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

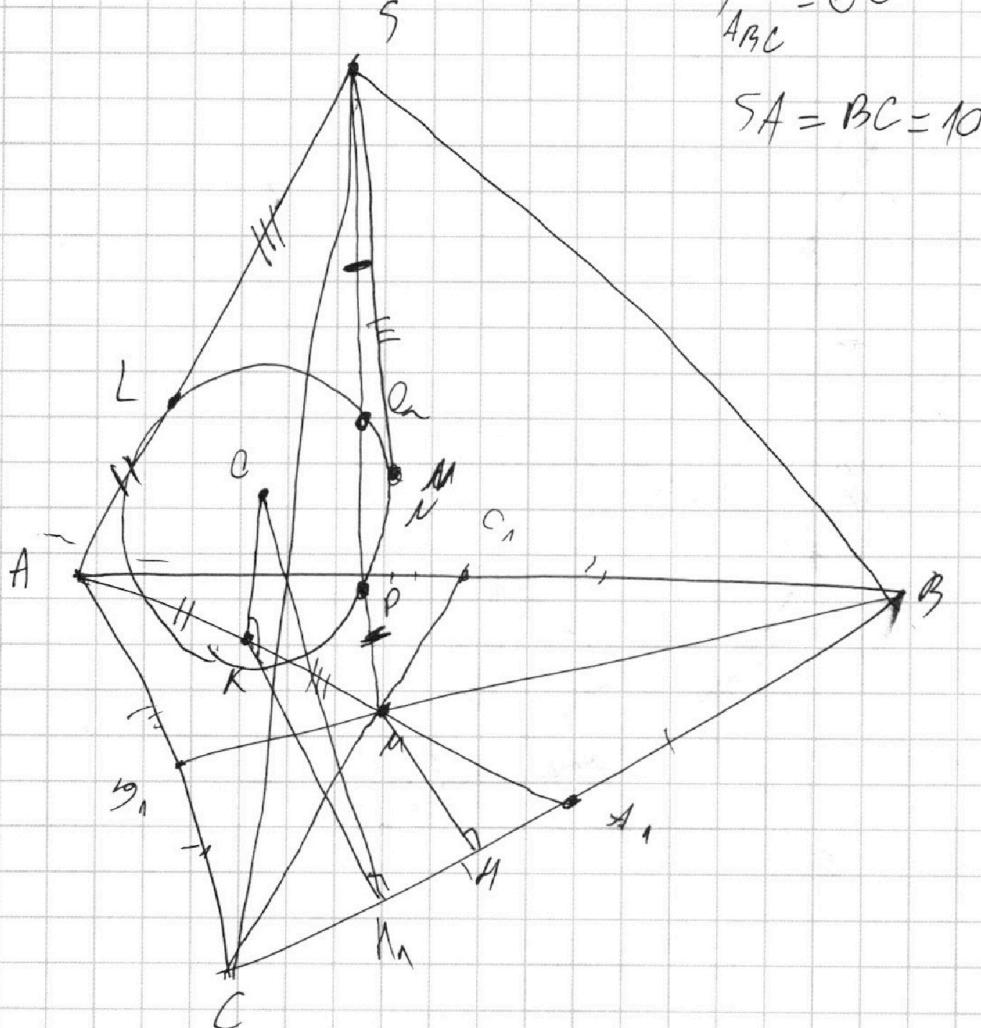
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N7



$$S_{ABC} = 60$$

$$SA = BC = 10$$

Число точек M отстоящих от центра S равно

$MK^2 = MP \cdot PC$ . Число точек B от центра S равно

$SL^2 = SQ \cdot SP$ , но по условию,  $SP = MQ$  и,  $SQ = SM - MQ =$   
 $= SM - SP = MP$ , а значит,  $SL = MK$ . Тогда  $AK = HL$ , т.к.

$AL$  и  $AK$  - касательные к  $S$ . Получили, что  $AH = HS = 10$ .

Опустим высоту AH в  $\triangle ABC$ .

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По свойству медианы,  $S_{AMC} = S_{CMB} = S_{BMA} \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{AMC} = \frac{S_{ABC}}{3} = 20.$$

$$S_{AMC} = MH \cdot BC \Rightarrow MH = \frac{2S_{AMC}}{BC} = 4.$$

Т.к. точка пересечения медиан делит их в отношении  
или 2:1, то  $MA_1 = \frac{AM}{2} = 5$ .

По т. Пифагора,  $A_1H = \sqrt{AH^2 - MH^2} = 3$ , тогда

$$CH = CA_1 - A_1H = \text{Не умелие обозначения}, CH = CA_1 - A_1H = \\ = \frac{BC}{2} - A_1H = 5 - 3 = 2 \quad \text{и} \quad BH = BC - CH = 8.$$

$$\text{По т. Пифагора, } MC = \sqrt{MH^2 + CH^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, \quad AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} = \\ = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}.$$

$$AA_1 = \frac{3}{2} AM = 15; \quad BB_1 = \frac{3}{2} BM = 6\sqrt{5}; \quad CC_1 = \frac{3}{2} CM = 3\sqrt{5}.$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 15 \cdot 6\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} = 1350.$$

5)  $SK = SL = MK = 3$ , тогда  $AK = AL = AS - SL = 7$ .

Спустим перпендикульр  $KH_1$  из точки  $K$  на  $BC$ .

Пусть  $O$ -центр  $\odot R$ , тогда  $\angle KKH_1O$  и  
задает радиус  $\odot R$  для угла при верхе  $BC$ , по определению.

Т.к.  $KH_1 \parallel MH$ , то  $\Delta MHA_1 \sim \Delta KH_1A_1$ , а тогда  $\frac{KH_1}{MH} = \frac{KA_1}{MA_1} \Rightarrow$

$$\Rightarrow KH_1 = \frac{MH(AA_1 - AK)}{MA_1} = \frac{4 \cdot (15 - 7)}{5} = \frac{32}{5} \quad \frac{MH}{MA_1}$$

$$\operatorname{tg} \angle CH_1K = \frac{OK}{KH_1} = \frac{4}{32/5} = \frac{5}{8}$$

Тогда  $\angle CH_1K$  при верхе  $BC$  равен  $2 \operatorname{arctg}(\frac{5}{8})$

Ответ: а) 1350; б)  $2 \operatorname{arctg} \frac{5}{8}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$7 \cdot 7 = 49$$

$$\begin{array}{r} 149 \\ \times 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$U = \log_{6x} (6x)^4$$

6

3

9

27

81

$$343 = 3^5$$

$$\frac{BF}{CE} = \frac{AB}{AC}$$

$$\log_7 6x - \log_7 6x$$

$$\log_{36x^2} 343 = 5 \log_{36x^2} 3 =$$

$$\log_7 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2 \log_7 y} - 4 = \frac{5}{\log_3 36x^2} = \frac{5}{2 \log_3 6x}$$

$$y^4 + \frac{6}{y} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{y} - 4$$

$\frac{12}{2}$

$$2a^4 = 9 - 8a$$

$$b^4 + \frac{7}{2b} + 4 = 0$$

$$-2 \log_{6x} 7 = \frac{5}{2} \log_{6x} 7$$

$$a^4 = \frac{9}{2a} - 4$$

$$\log_7 6x = \frac{9}{2 \log_3 6x} - 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$\frac{y}{10} \cdot \frac{y}{4} = \frac{5}{2}$$

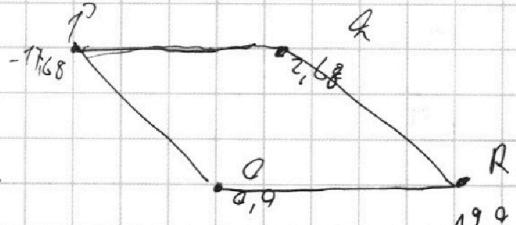
и

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 7 \\ \times 10 \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \cdot 3 \\ \times 10 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$1,2 \cdot 7,2 =$$

$$= \begin{array}{r} 25 \cdot 3 \\ \times 1,2 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ 8,64 \end{array}$$



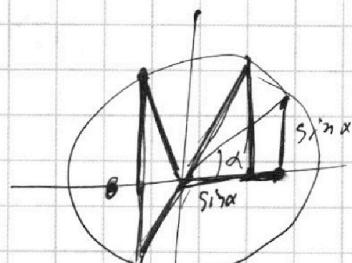
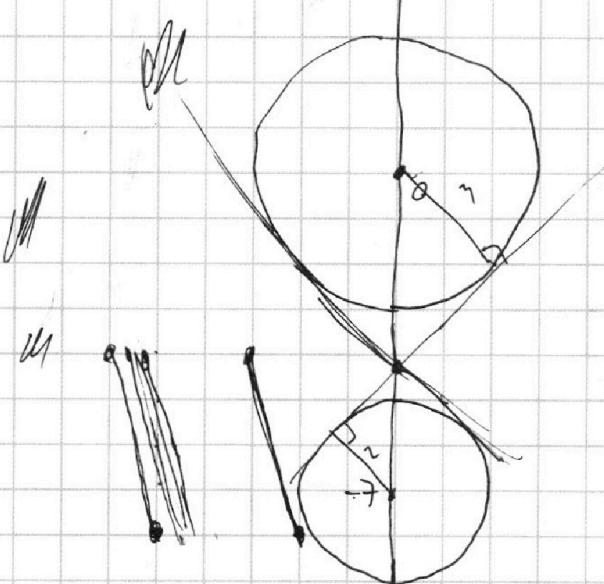
$$u_{Ax} + u_y = 40$$

$$u_y = u_0 - u_{Ax}$$

$$\begin{aligned} x_1, y_1 \\ x_1 u_{Ax} - y_1 u_y \end{aligned}$$

$$5 \sin x \cos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{\frac{3\pi}{2} + x}{5}\right)$$



$$\frac{4\pi}{6}$$

$$5 \left| 2\pi k + \frac{\pi}{2} - x \right| = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \left( 2\pi k + x - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{10\pi k + \frac{5\pi}{2}}{2} - \frac{3\pi}{2} = 6x$$

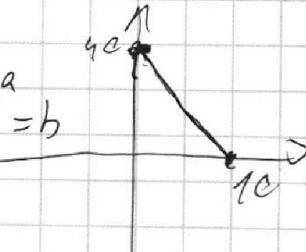
$$\frac{10\pi k + \pi}{6} = x$$

$$10\pi k - \frac{5\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = -4x$$

$$\frac{10\pi k - 4\pi}{-4} = x = \frac{4\pi - 10\pi k}{4}$$

~~хххх~~

$$b \cdot \log_a b - \log_b a = b$$



$$\begin{aligned} \log_a b &= b \\ a^{\log_a b} &= b \\ b^{\log_b a} &= a \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y_3 = 11$$

$$y_2 = 5$$

$$y_1 = 6$$

$$z_3 = 24$$

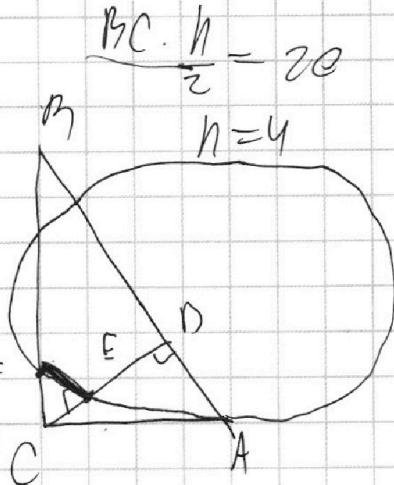
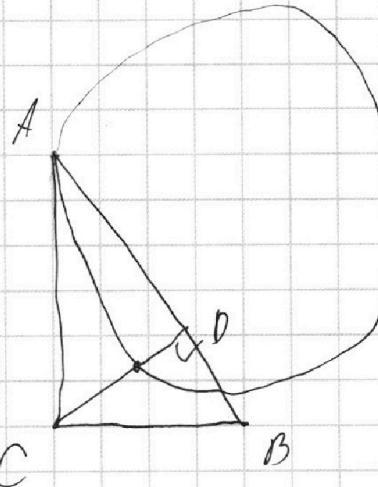
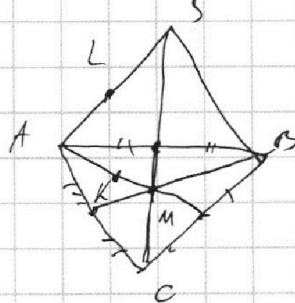
~~з~~

$$z_1 = y_3 - 2h = \\ = 13$$

$$z_2 = 0$$

$$z_1 = 14$$

$$z_2 = 29$$



$$(x_1^2 + y_1^2 - 4)(x_2^2 + y_2^2 - 9) = 0$$

$$a = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

~~X1+Y1=7~~

$$\begin{aligned} x_1 + y_1 &\geq 7 \\ y_1 + z_1 &\geq 13 \\ z_1 + x_1 &\geq 14 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ 5 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 22 \\ \hline 39 \end{array}$$

$$CB = \sqrt{\frac{AC^2}{13^2} C^2 + \frac{BC^2}{13^2} C^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{130}{13^2} C^2} = \sqrt{\frac{10}{13}} C$$

$$\sin \angle CMA = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{\frac{10}{13}}} = \sqrt{\frac{3}{13}} = \frac{5}{8}$$

~~AC = 13 C~~

$$AC = \frac{\sqrt{13}}{13} C$$

$$9a + 45$$

$$10 \cdot 15 \cdot 9 = 1350$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle OH_1K &= \frac{h}{\frac{32}{5}} = \frac{20}{32} = \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!