МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

# 11 КЛАСС. Вариант 3

1. [4 балла] Натуральные числа $a$, $b$, $c$ таковы, что $ab$ делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, $bc$ делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, $ac$ делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения $abc$.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник $ABC$. Окружность, касающаяся прямой $BC$ в точке $B$, пересекает высоту $CD$, проведённую к гипотенузе, в точке $F$, а катет $AC$ – в точке $E$. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника $ABC$ к площади треугольника $CEF$.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра $a$, для каждого из которых найдётся значение параметра $b$, при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)\left(x^2 + y^2 - 20y + 64\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа $x$ и $y$ удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения $xy$.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы $AA_1$, $BB_1$ и $CC_1$ треугольника $ABC$ пересекаются в точке $M$. Сфера $\Omega$ касается ребра $AS$ в точке $L$ и касается плоскости основания пирамиды в точке $K$, лежащей на отрезке $AM$. Сфера $\Omega$ пересекает отрезок $SM$ в точках $P$ и $Q$. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника $ABC$ равна 100, $SA = BC = 16$.

   а) Найдите произведение длин медиан $AA_1$, $BB_1$ и $CC_1$.

   б) Найдите двугранный угол при ребре $BC$ пирамиды, если дополнительно известно, что $\Omega$ касается грани $BCS$ в точке $N$, $SN = 4$, а радиус сферы $\Omega$ равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

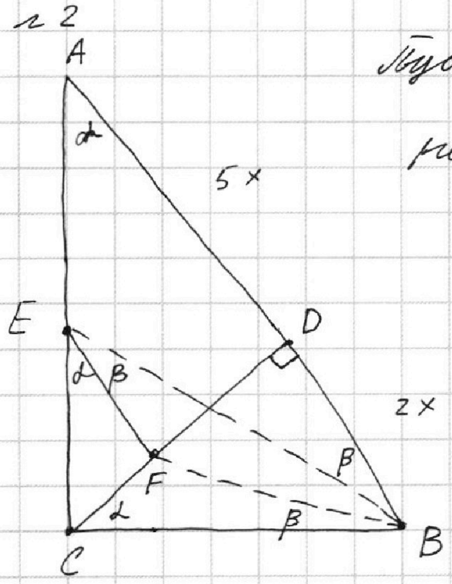
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 Числа $ab, bc, ca$ можно записать в виде
$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot k$, $bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot n$,
$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \cdot t$, где $n, k, t \in \mathbb{N}$.

Перемножим эти числа:
$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot (nkt)$, заметим, что
$2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot nkt$ должно быть полным квадратом и каждое простое число, на которое дел. $(abc)$ должно входить в чётной степени, а $3^{55}$ - в нечёт. степени, значит $(nkt) \vdots 3$
$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34} \cdot \sqrt{\frac{nkt}{3}}$. $ac$ делится на $5^{39}$, значит $abc$ тоже делится на $5^{39}$, то есть $\sqrt{\frac{nkt}{3}} \vdots 5^5$, минимальное значение $\sqrt{\frac{nkt}{3}} = 5^5 \Rightarrow$
$nkt = 5^{10} \cdot 3$ и ~~abc~~ наименьшее значение $abc$ равно $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34} \cdot 5^5 =$
$= 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$, приведём пример чисел, при которых это достигается:
$a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{12}$, $b = 2^3 \cdot 3^7$, $c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{27}$.

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

№ 2




Пусть $AD = 5x$, а $BD = 2x$. По теореме о пропорциональных отрезках в прямоуг. треугольнике $CD^2 = AD \cdot BD = 10x^2 = CD = \sqrt{10}x$. По т. Пифагора $AC = \sqrt{35}x$ и $BC = \sqrt{14}x$. Пусть $\angle CAB = \alpha$, а $\angle BEF = \beta$. $\angle EFC = \alpha$, т.к. $EF \parallel AB$, а $\angle FEB = \angle FBC$ как угол между хордой и касательной $\Rightarrow \angle FBC = \beta$. $\angle FEB = \angle EBA$, т.к. $EF \parallel AB$. $\Rightarrow \angle EBA = \beta$. ~~$\triangle EAB \sim \triangle CF$~~ $\angle DCB = 90° - \angle CAB = \alpha \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle CFB$ по 2м углам. Пусть $\frac{CF}{CD} = k \Rightarrow CF = k \cdot \sqrt{10} \cdot x$,

Из подобия $\triangle CEF$ и $\triangle CAD$ (т.к. $EF \parallel AD$)

$CE = k \cdot AC = k \cdot \sqrt{35} \cdot x$, $\frac{AB}{CB} = \frac{AE}{CF} = \frac{7}{\sqrt{14}} \Rightarrow$

$AE = k \cdot \frac{7\sqrt{10}}{\sqrt{14}} \cdot x$, $AE + CE = kx\left(\sqrt{35} + \frac{7\sqrt{10}}{\sqrt{14}}\right) =$

$= \sqrt{35}x \Leftrightarrow$ ~~$k(\sqrt{35} - 1)$~~ ~~$\sqrt{35}(k-1) = -\frac{7\sqrt{10}}{\sqrt{14}}$~~

~~$k = 1 - \frac{7\sqrt{10}}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{35}} = 1 -$~~ $k = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{35} + \frac{7\sqrt{10}}{\sqrt{14}}} =$

$= \frac{1}{2} \Rightarrow CF = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2}\sqrt{10}x$.

Из подобия $\triangle ECF$ и $\triangle ACD$ (по 2м углам)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 2

$$\frac{S_{ECF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CF}{CB}\right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{2}\sqrt{10}\,x}{\sqrt{14}\,x}\right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{2}\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^2 = \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{7} = \frac{5}{28}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ECF}} = \frac{28}{5}.$$

Ответ: $\frac{28}{5}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 3 $\quad 10\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$

$\arcsin(\cos x) = \dfrac{\pi - 2x}{10}$, $\arcsin(\cos x) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]_I$

Возьмём синус от ~~обеих~~ причём частей с учётом того, что $\dfrac{\pi - 2x}{10} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi - 2x}{10}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi - 2x}{10}\right)$$

I) $\dfrac{\pi}{2} - x = \dfrac{\pi - 2x}{10} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$.

$$\cancel{\frac{5\pi - \pi + 2x}{10} = x} \quad \cancel{\Leftrightarrow 10x = \frac{4\pi + 2x}{}}$$

$$5\pi - 10x = \pi - 2x + 20\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$$

$$-8x = -4\pi + 10\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{10\pi k}{8} = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4}$$

$$-\frac{\pi}{2} \le \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi k}{4} \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -2\pi \le 2\pi - 5\pi k \le 2\pi$$

$$-4\pi \le -5\pi k \le 0 \Leftrightarrow -4 \le -5k \le 0$$

$$-\frac{4}{5} \le k \le 0$$

Подходит только $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$

II) $\dfrac{\pi}{2} - x =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3 (продолжение)

I) $\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10} + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$.

$5\pi - 10x = \pi - 2x + 20\pi k \Leftrightarrow -8x = -4\pi + 20\pi k$

$x = \frac{\pi}{2} - \frac{20\pi}{8}k$

$-\frac{\pi}{2} \le \frac{\pi}{2} - \frac{20\pi k}{8} \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le \frac{1}{2} - \frac{5k}{2} \le \frac{1}{2}$

Подходит только $k = 0$ : $x = \frac{\pi}{2}$

II) $\frac{\pi}{2} - x = \pi - \left(\frac{\pi - 2x}{10}\right) + 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z}$.

$5\pi - 10x = 10\pi - \pi + 2x + 20\pi n$

$-12x = 4\pi + 20\pi n \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} - \frac{5\pi n}{3}$

$-\frac{\pi}{2} \le -\frac{\pi}{3} - \frac{5\pi n}{3} \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le -\frac{1}{3} - \frac{5n}{3} \le \frac{1}{2}$

$-\frac{1}{6} \le -\frac{5n}{3} \le \frac{5}{6} \Leftrightarrow -5 \le 10n \le 1$

Подходит только $n = 0$ : $x = -\frac{\pi}{3}$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{3} \end{array}\right.$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

$$\begin{cases} ax-3y+4b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+y^2-20y+64)=0 \end{cases}$$

Рассмотрим 2е ур-ние. Оно равносильно:

$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y-10)^2=36 \end{array}\right.$$

$x^2+y^2=1$ – окр-ть радиуса 1 с центром $(0;0)$

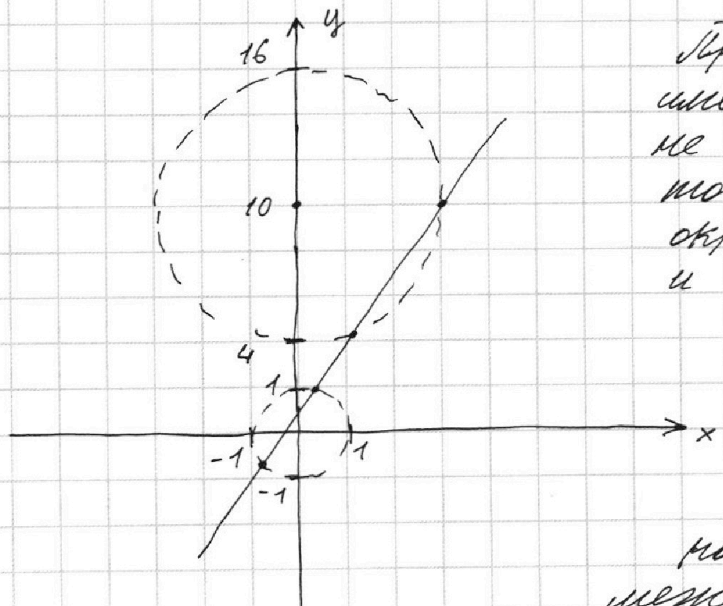
$x^2+(y-10)^2=36$ – окр-ть радиуса 6 с центром $(0;10)$

Второе ур-ние:

$3y=ax-4b$

$y=\frac{a}{3}x-\frac{4}{3}b$ – прямая с угловым коэф. $\frac{a}{3}$.

Изобразим на декартовой плоскости.




Прямая может иметь с окр-тью не более 2х общих точек, причём окр-ти $x^2+y^2=1$ и $x^2+(y-10)^2=36$ не имеют точек пересечения, т.к. расстояние между центрами

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (продолжение) больше суммы радиусов окр-тей. Пусть $O_1(0;0)$, $O_2(0;10)$ - центры окружностей. Значит прямая должна иметь с каждой из окр-тей ровно 2 общие точки, что есть расстояние от прямой до $O_1$ и $O_2$ должно быть меньше $R_1$ и $R_2$, где $R_1 = 1$ и $R_2 = 6$ - радиусы окр-тей. Применим ф-лу расстояния от точки до прямой. $L(x,y) = ax - 3y + 4b = 0$

$$\rho(L;O_1) = \frac{|4b|}{\sqrt{a^2+9}}, \quad \rho(L;O_2) = \frac{|-30+4b|}{\sqrt{a^2+9}}$$

$$\begin{cases} \frac{|4b|}{\sqrt{a^2+9}} < 1 \\ \frac{|4b-30|}{\sqrt{a^2+9}} < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |4b| < \sqrt{a^2+9} \\ |4b-30| < 6\sqrt{a^2+9} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -\sqrt{a^2+9} < 4b < \sqrt{a^2+9} \\ 30 - 6\sqrt{a^2+9} < 4b < 6\sqrt{a^2+9} + 30 \end{cases}$$
- Решений нет, когда интервалы

$(-\sqrt{a^2+9}; \sqrt{a^2+9})$ и $(30 - 6\sqrt{a^2+9}; 6\sqrt{a^2+9}+30)$ не имеют общих точек.

№4 (продолжение)

Понятно, что $6\sqrt{a^2+9}+30 > -\sqrt{a^2+9}$

Значит решений ~~есть~~ нет, когда

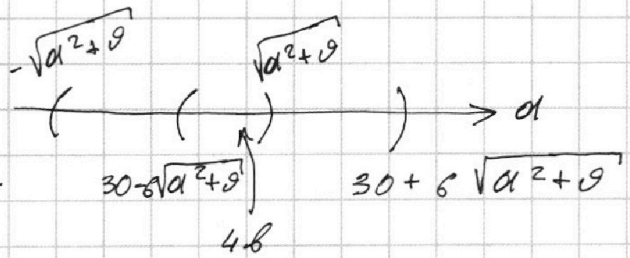
$\sqrt{a^2+9} \le 30-6\sqrt{a^2+9} \Leftrightarrow 7\sqrt{a^2+9} \le 30$

$49a^2+49\cdot 9 \le 900 \qquad 49a^2 \le 9\cdot 51$

$a^2 \le \frac{9\cdot 51}{49} \Leftrightarrow a \in \left[-\frac{3\sqrt{51}}{7}; \frac{3\sqrt{51}}{7}\right]$,

при $a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right)$ -

решения есть, то есть при данных




$a$ можно взять $4b \in$ ~~$(30-6\sqrt{a^2+9}$~~

$\in \left(\max\left(-\sqrt{a^2+9}, 30-6\sqrt{a^2+9}\right); \sqrt{a^2+9}\right)$, то есть

какое-то $4b$ из интервала, что обеспечит 4 решения.

Ответ: $a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5 $\begin{cases} \log_5^4 2x - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3 \\ \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3}\left(\frac{2}{10}\right) - 3 \end{cases}$ $\quad \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$\log_5^4 2x - \dfrac{3}{\log_5 2x} = \dfrac{1}{\cancel{\log}} = \dfrac{4}{\log_5 8x^3} - 3$

О. Д. З.

$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$

$\log_5^4 2x - \dfrac{3}{\log_5 2x} = \dfrac{4}{3(\log_5 2x) \cancel{+ \log_5 2}} - 3$

$\log_5^4 y \cancel{+ 4\log}, + \dfrac{4}{\log_5 y} = \dfrac{1}{\log_{\frac{1}{5}} y^3} - 3$

$\log_5^4 y + \dfrac{4}{\log_5 y} = -\dfrac{1}{3\log_5 y} - 3$

Замена: $a = \log_5 2x$, $b = \log_5 y$, $a, b \neq 0$ в силу О.Д.З.

$\begin{cases} a^4 - \dfrac{3}{a} = \dfrac{4}{3a} - 3 \\ b^4 + \dfrac{4}{b} = -\dfrac{1}{3b} - 3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} a^4 = \dfrac{13}{3a} - 3 \quad (1) \\ b^4 = -\dfrac{13}{3b} - 3 \quad (2) \end{cases}$

Вычтем из (1) (2): ~~сложим оба ур-ния~~

$a^4 - b^4 = \dfrac{13}{3a} + \dfrac{13}{3b}$

$(a^2+b^2)(a-b)(a+b) = \dfrac{13(a+b)}{3ab}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(a+b)\cdot\left[(a^2+b^2)(a-b)-\frac{13}{3ab}\right]=0$, $a=-b$ - решение.

$\log_5 2x+\log_5 y=$
$=\log_5 2xy=0$
$xy=\frac{1}{2}$

$(a^2+b^2)(a-b)=\frac{13}{ab} \quad |\cdot ab\neq 0$

$ab(a^3 - a^2b+b^2a-b^3)=13$

$\cancel{ab}(a^3-a^2b+b^2a-b^3)=13$

~~$(a+b)(a^3-a^2b+b^2a-b^3)=a^4-b^4$, значит~~

~~если $(a+b)\neq 0$, то $a-b=0 \Leftrightarrow a=b$~~

~~При $a=b$ система примет вид:~~

~~$a^4=\frac{13}{3a}-3$~~

$a^4=-\frac{13}{3a}-3$

$ab(a^3-a^2b+b^2a-b^3)=13$

~~$a^4b-a^3b^2+b^3a^2-b^4a=13$~~

~~Домножим ур-ние на $a+b$, проверив получим, что~~

Ответ: $xy=\frac{1}{2}$.

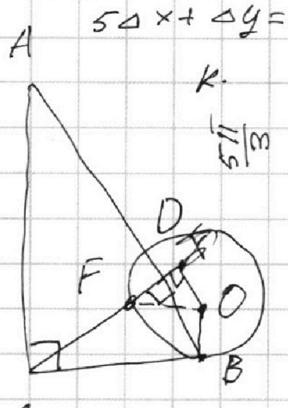
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$5\Delta x + \Delta y = 45$

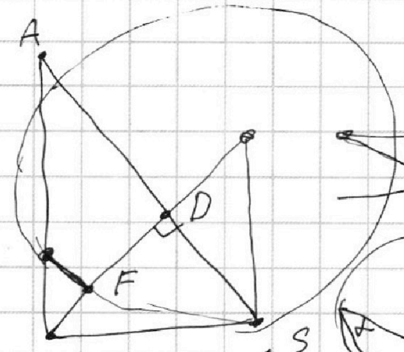
2. $30 - 6\sqrt{a^2+9} < \sqrt{a^2+9}$

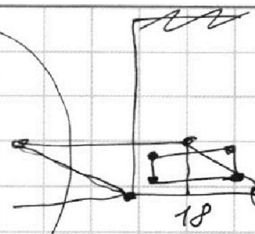


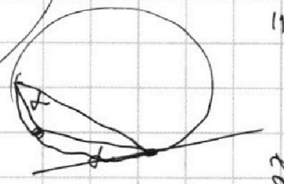
$\frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{7}} =$

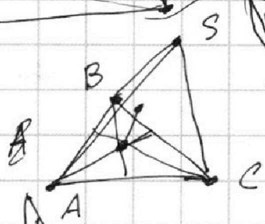
$\frac{5\pi}{3}$

$\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$







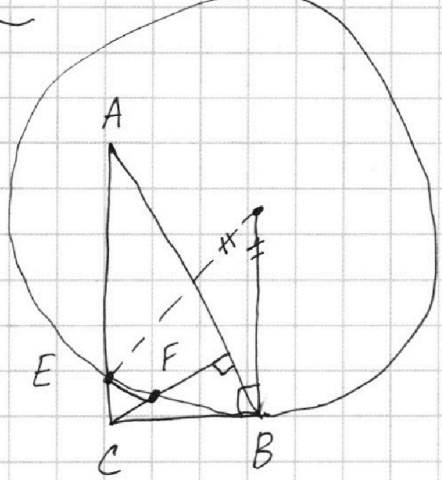


$\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 5}$

$\log_5 4 \quad 2x$

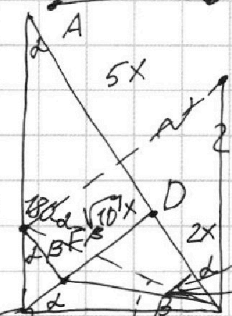
$x_1 + y_1 = 7$

$(a^2+b^2)(a-b)(a+b)$



$|\sqrt{a^2+9} - 3| > 30$

$\sqrt{35}\,x$

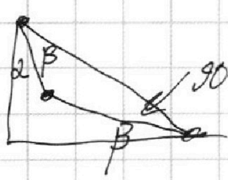


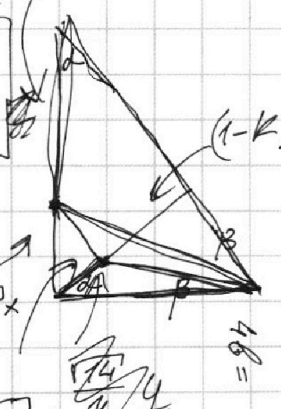
$90 - \alpha - 2\beta$

$\frac{7}{\sqrt{14}} x K \cdot \sqrt{10}$

$\sqrt{14}\,x$

$\frac{11\pi}{3}$





$AE = K \cdot AC$

$(1-K)\sqrt{10}\,x$

$EC = (1-K) \cdot AC$

$CF =$

$148 < \sqrt{a^2+9}$

$BC^2 = 2x \cdot 7x$

$K \cdot \sqrt{35}\,x$

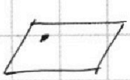
$EC \quad \frac{7}{\sqrt{14}}$

$146 - 30 < 6\sqrt{a^2+9}$

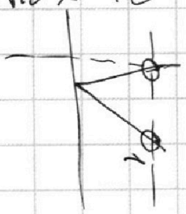
$AC^2 = 5x \cdot 7x$

$K\sqrt{10}\,x$

$\frac{CF}{BC}$



$\frac{7\sqrt{10}}{\sqrt{14}} Kx + \quad \frac{7}{\sqrt{14}}$



$x^2 + (y^2 - 20y + 100) \quad 6 - 30$

$x^2 + y^2 = 1$

$5\Delta x + \Delta y = 45$

$y_2 - y_1 = 45 - 5\Delta x \quad \frac{7x}{\sqrt{14}} + K\sqrt{35}\,x = \sqrt{35}\,\frac{x}{2}$

$\sqrt{a^2+9} - 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

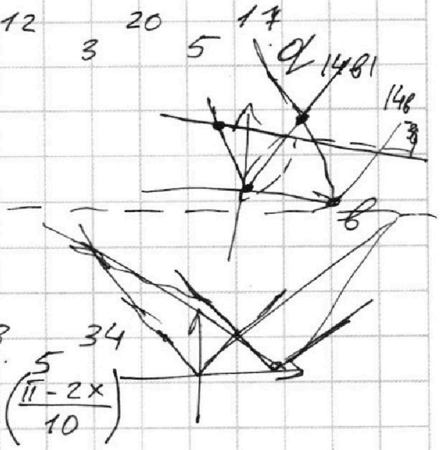
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1. $ab \div 2^8 3^{14} 5^{12} \cdot k$. $bc \div 2^{12} 3^{20} 5^{17} q$

$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \cdot t$ $\frac{\pi - 2x}{10}$



$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot p \cdot q \cdot t$

$(pqt) \vdots 3$ $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$

$a$ $b$ $c$ $\cos x = \sin\left(\frac{\pi - 2x}{10}\right)$

$17 = \cancel{4\ 6\ 7}$

$x^2 + (y-70)^2 - 36 = 0$

3 $t = \sqrt{a^2+9} - \varepsilon$, $\varepsilon \to 0$

$a$ $b$ $c$ $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{5\pi/3}{10}$

$$\boxed{\begin{aligned} a &= 2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{12} \\ b &= 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^0 \\ c &= 2^0 \cdot 3^{14} \cdot 5^{27} \end{aligned}}$$

2 17 5 3 9

3 28 7 7 14 $ax - 3y + 4b$

5 34 $x$ $y$ $z$ $\pi - \frac{5\pi}{30} = |4b|$

$x = 12$, $y = 0$, $z = 27$ $= \pi - \frac{\pi}{6} = |4b - 30|$ $= \frac{5\pi}{6}$ $x$ 0 $y$

$2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$

$x + y \geq 12$ $t^2 < a^2 + 9$ $2^{12} \cdot 3^{21} \cdot 5^{24}$

$5 > x$

$y + z \geq 17$ $x$ $\frac{1}{6} \cdot |4b - 30|$ $t - 30$

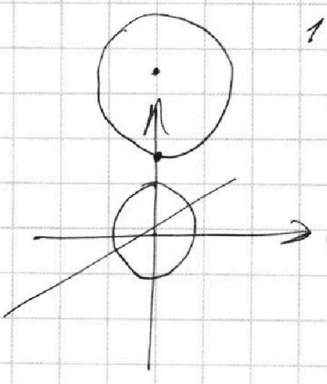
$x + z \geq 39$ $2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

12 0 27 $4b =$

$a + b \neq 0$

$2(x + y + z$

$12 + 27 = 39$



$-\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{3}$

$4^2 - 20 \cdot 4 + 64 = 0$

$a^4 = \frac{13}{3a} - 3$ $b^4 = -\frac{13}{3b} - 3$ $a^4 + b^4 = \frac{13(b-a)}{13ab} - 6$ $> 0$

$16b^2 < a^2 + 9$

$16b^2 - 240b + 900 < 36a^2 +$ $36 \cdot 9$