МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}, \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geqslant \left|x^2 + 18x\right|^{\log_{12} 13} - 18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 8$, $BD = 17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 24$, $1 \leqslant y \leqslant 24$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 11}{4x + 3} \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 - 30x - 17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB = 1$, $BD = 2$, $CD = 3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

© МФТИ, 2022

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

пользуясь св-вом f

5 $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) + f(y) - f(y) = f(x) - f(y) + f(1) = f(x) - f(y)$

~~$f(t)$~~ t	$f(t)$
1	0
2	0
3	0
4	$f(4) = f(2) + f(2) = \left[\frac{2}{4}\right] + \left[\frac{2}{4}\right] = 0$
5	~~0~~ 1
6	0
7	1
8	0
9	0
10	1
11	2
12	0
13	3
14	1
15	1
16	0
17	4
18	0
20	1

t	$f(t)$
21	1
22	2
23	5
24	0
19	4

$f(t) = 0$ 11 штук

$f(t) = 1$ 7 штук

$f(t) = 2$ 2 штуки

$f(t) = 3$ 1

$f(t) = 4$ 2

$f(t) = 5$ 1

1) $f(y)=5$ все $f(x)\neq 5$ подходят $1\cdot 23$

2) $f(y)=4$ все $f(x)\leq 4$ подходят ~~2·4·24~~ и 24 дакушхи
$2\cdot 21$

3) $f(y)=3$ аналогично $1\cdot 20$

4) $f(y)=2$ $2\cdot 15$

5) $f(y)=1$ $7\cdot 11$

6) $f(y)=0$ реш. нет

кол-во вариантов $23+2\cdot 21+1\cdot 20+2\cdot 15+7\cdot 11=192$

Ответ: 192

2.1) $\frac{t}{m}=4 \Leftrightarrow t=4m$

$$\begin{cases} 4m-2m\geq 0 \\ 16m^2+9m^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq 0 \\ 5m=\pm\sqrt{12} \end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{\sqrt{12}}{5} \Rightarrow t=\frac{4\sqrt{12}}{5}$$

$y=1+\frac{\sqrt{12}}{5}$ $\quad x=2+\frac{4\sqrt{12}}{5}$

2.2) $\frac{t}{m}=-1 \Leftrightarrow t=-m$

$$\begin{cases} -m-2m\geq 0 \\ m^2+9m^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq 0 \\ \sqrt{10}m=\pm\sqrt{12} \end{cases} \Leftrightarrow m=-\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{10}} \Rightarrow t=\sqrt{\frac{12}{10}}$$

$y=1-\sqrt{\frac{12}{10}}$ $\quad x=2+\sqrt{\frac{12}{10}}$

Ответ: $x=2$, $y=1$; $x=2+\frac{4\sqrt{12}}{5}$ $y=1+\frac{\sqrt{12}}{5}$; $x=2+\sqrt{\frac{12}{10}}$ $y=1-\sqrt{\frac{12}{10}}$

3 $\quad 5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\geq(x^2+18x)^{\log_{12}13}-18x$ $\quad$ ОДЗ: $x^2+18x>0$

$x\in(-\infty;-18)\cup(0;+\infty)$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2+18x\geq(x^2+18x)^{\log_{12}13}$

Пусть $t=x^2+18x$

$5^{\log_{12}t}+t\geq t^{\log_{12}13}$

$5^{\log_{12}t}+12^{\log_{12}t}\geq 13^{\log_{12}t}$ (св-во лог.) $\quad |:13^{\log_{12}t}>0$

$\left(\frac{5}{13}\right)^{\log_{12}t}+\left(\frac{12}{13}\right)^{\log_{12}t}\geq 1$

слева монотонно убывающая функция т.к. каждое слагаемое мон. убывает (1)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 $\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=\sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=12 \end{cases}$

Пусть $t=x-2$ $m=y-1$

$\begin{cases} t-2m=\sqrt{tm} \quad (2) \\ t^2+9m^2=12 \end{cases}$

Рассмотрим левое отдельно

$t-2m=\sqrt{tm} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2m\geq 0 \\ t^2-4tm+4m^2=tm \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2m\geq 0 \quad (1) \\ t^2-5tm+4m^2=0 \end{cases}$

1) $m=0$

$t^2=0$ $t=0$ под (1) подходит и под (2) $\Rightarrow$ $x=2$ $y=1$

2) $m\neq 0$

$\begin{cases} t-2m\geq 0 \\ \frac{t^2}{m^2}-5\frac{t}{m}+4=0 \end{cases}$ Пусть $p=\frac{t}{m}$ $p^2-5p+4=0$ $D=25-16=3^2$

$p_{1,2}=\frac{5\pm 3}{2}=\left[\begin{array}{l} 4 \\ -1 \end{array}\right.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t=12^2$ – ~~нера~~ равенства

$\left(\frac{5}{13}\right)^2+\left(\frac{12}{13}\right)^2=1$

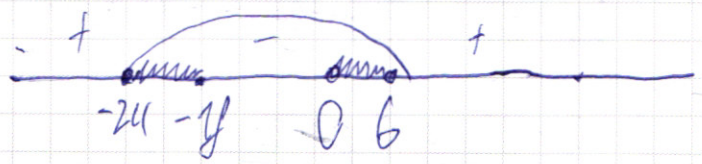
из (1) следует что $t\le 12^2$ – подходит

$x^2+18x\le 12^2$

$x^2+18x-144\le 0$

$\frac{D}{4}=81+144=15^2$

$x_{1,2}=\frac{-9\pm 15}{1}=\left[\begin{array}{l}6\\-24\end{array}\right.$



$x\in[-24;-18)\cup(0;6]$

Ответ: $x\in[-24;-18)\cup(0;6]$

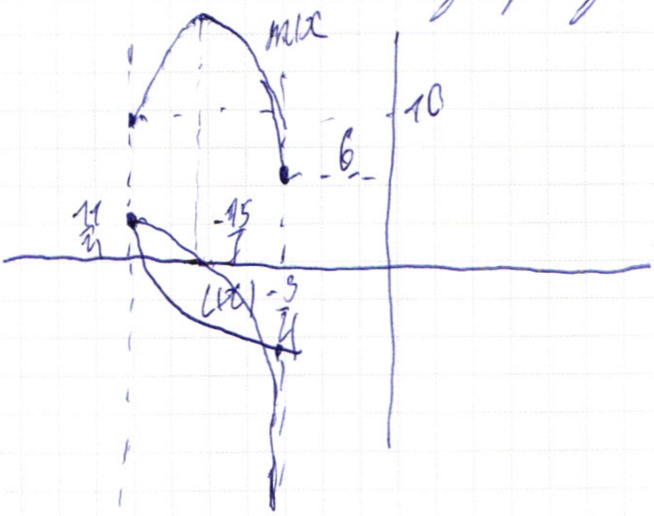
2.2) $a \neq 0$

$\Bigg[$

$l(x) = \frac{12x+11}{4x+3}$ ↓↓ $\quad l(x)' = \frac{12(4x+3)-4(12x+11)}{(4x+3)^2} = \frac{-9}{(4x+3)^2}$ ↓↓

$m(x) = -6x^2 - 30x - 12$ ↓↓ $x \in \left[-\frac{11}{4}; -\frac{15}{8}\right)$ ↑↑ $x \in \left(-\frac{15}{8}, -\frac{3}{4}\right)$

Схематично изобразим $l(x)$ и $m(x)$



$l\left(-\frac{11}{4}\right) = \frac{-33+11}{-11+3} = \frac{11}{4}$

$m\left(-\frac{11}{4}\right) = -\frac{121}{2} + \frac{15 \cdot 11}{2} - 12 \cancel{\leq 0} =$

$= \frac{-121+165-24}{2} = 10$

$m\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{9}{4} + \frac{15 \cdot 3}{2} - 12 = 6$

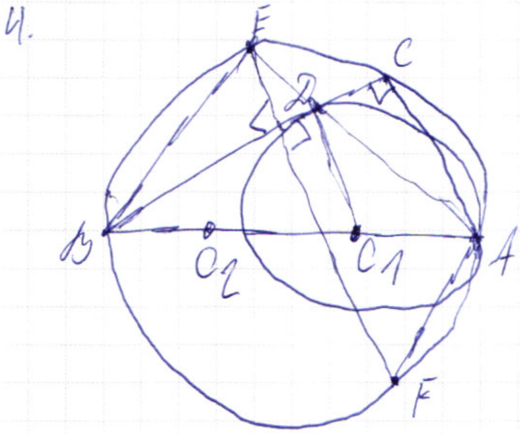
$l\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{-9+11}{-3}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



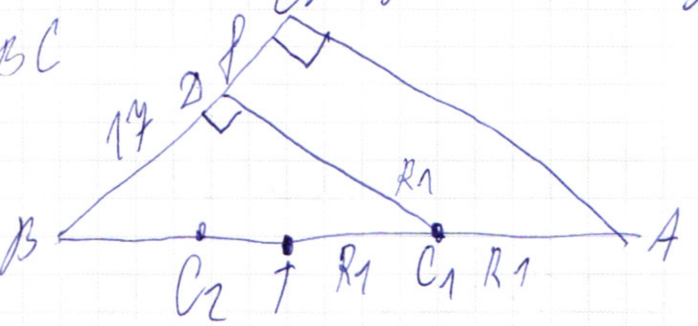
Дано: окружности Ω и ω

$BD = 17$, $DC = 8$

Найти: R_1; R_2 $\angle AFE$ S_{AEF}

Решение: R_1 - радиус ω R_2 - радиус Ω

$\triangle ABC$



$BC_1 = 2R_2 - R_1$ $\triangle BDO_1 \sim \triangle ABC$ т.к. $O_1D \parallel AC \Rightarrow$

(1) $\frac{C_1D}{AC} = \frac{BC_1}{AB} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{BC_1}{AD} = \frac{17}{25} \Rightarrow \frac{2R_2 - R_1}{2R_2} = \frac{17}{25} \Rightarrow$

$1 - \frac{R_1}{2R_2} = \frac{17}{25} \Rightarrow \frac{8}{25} = \frac{R_1}{2R_2} \Rightarrow R_1 = \frac{16}{25} R_2$

Пусть $R_2 = 25x \Rightarrow R_1 = 16x$

$BT \cdot AT = BD^2$ (св-во скр. и кас.) $BT = 2R_2 - 2R_1 = 18x$

$AT = 2R_1 = 32x \Rightarrow 32 \cdot 18x^2 = 17^2$ $x^2 = \left(\frac{17}{24}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{17}{24}$

$R_1=\frac{17}{24}\cdot 16=\frac{34}{3}$

$R_2=\frac{17}{24}\cdot 25\cdot$

$O_1D=R_1$

$\frac{O_1D}{AC}=\frac{17}{25} \Rightarrow AC=\frac{25}{17}\cdot R_1=\frac{\cancel{34}^{2}}{3}\cdot\frac{25}{\cancel{17}}=\frac{50}{3}$

$\angle EFA=\frac{\smile AC+\smile CE}{2}$

$\frac{\smile AC}{2}=\angle CBA \quad \frac{\smile CE}{2}=\angle CAD$

$\angle EFA=\angle CBA+CAD$

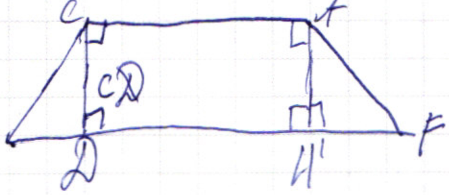
$tg\,\angle CBA=\frac{50}{3\cdot 25}=\frac{2}{3} \Rightarrow CBA=arctg\,\frac{2}{3}$ т.к. $CH<90$

$tg\angle CAD=\frac{8\cdot 3}{50}=\frac{12}{25} \Rightarrow \angle CAD=arctg\,\frac{12}{25}$ т.к. $CH<90$

$\angle EFA=(arctg\,\frac{2}{3}+arctg\,\frac{12}{25})$

$EF\perp BC \quad AC\perp BC \Rightarrow EF \parallel AC$

$\triangle ECAF$



Проведём $AH'\perp EF \Rightarrow CD=AH'$; $AC=DH'$

По тн синусов $\frac{EA}{\sin\angle AFE}=2R_2 \Rightarrow EA=2R_2\sin\angle AFE$

По тн Пифагора

$EH=\sqrt{4R_2^2\sin^2\angle AFE-64} \qquad H'F=\frac{AH'}{tg\angle AFE}=\frac{8}{tg\angle AFE}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

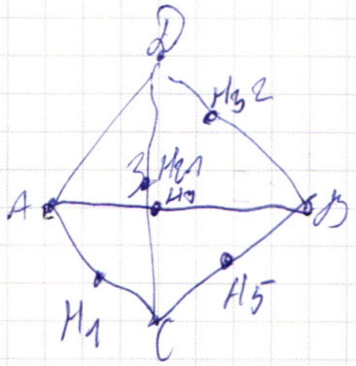
$S_{EAF} = \frac{AH'}{2}(EH'+H'F) = \frac{AH'}{2}\cdot\frac{8}{2}\sqrt{4\left(\frac{17}{24}\right)^2\cdot 25^2\cdot\sin^2(\operatorname{arctg}\frac{2}{3}+\operatorname{arctg}\frac{12}{25})-64)}\cdot$

$\cdot\frac{8}{tg(\operatorname{arctg}\frac{2}{3}+\operatorname{arctg}\frac{12}{25})}$

Ответ: $R_1=\frac{34}{3}$, $R_2=\frac{17\cdot 25}{24}$, $\angle AFE = \operatorname{arctg}\frac{2}{3}+\operatorname{arctg}\frac{12}{25}$;

$S_{EAF} = 4(\sqrt{\left(\frac{50\cdot 17}{24}\right)^2\cdot\sin^2(\operatorname{arctg}\frac{2}{3}+\operatorname{arctg}\frac{12}{25})}-64)\cdot\frac{8}{tg(\operatorname{arctg}\frac{2}{3}+\operatorname{arctg}\frac{12}{25})}$

7.



Дано: $AB = 4$, ~~BD~~ $AD = 2$, $CD = 3$

сущ. т. равноудалённая от $H_1 H_2 H_3 H_4$

Найти CB; $R_{[illegible]}$

Решение:

так как сущ точка равноудаленая от ~~четырех~~ стольника то этот паралелограм-паралелограмма квадрат

$H_1H_2 \parallel AD$ $H_3H_4 \parallel AD$ $H_2H_3 \parallel BC$ $H_1H_3 \parallel BC \Rightarrow$

$H_1H_2H_3H_4$ - квадрат: $AH_1H_3H_5$ - квадрат $AH_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$AC = 1$ $H_1H_2 = \sqrt{2}$ $H_1H_3 = \frac{1}{2} BC$ $BC = 2\sqrt{2}$ Ответ: $BC = 2\sqrt{2}$

1 $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{2}{5}\cdot\sqrt5 = \frac{2\sqrt5}{5} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{\sqrt5}{5}$

1) $\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{2\sqrt5}{5} + \frac{\sqrt5}{5}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}\ |\cdot\sqrt5$

$\sin 2\alpha\cdot 2 + \cos 2\alpha = -1\ |:\sqrt5$

$\sin(2\alpha + \arccos\frac{2}{\sqrt5}) = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\arcsin\frac{1}{\sqrt5} = \arcsin\cos\frac{2}{\sqrt5}$

$2\alpha = \arcsin -\frac{1}{\sqrt5} - \arccos\frac{2}{\sqrt5} + 2\pi k$

$2\alpha = \pi - \arcsin(-\frac{1}{\sqrt5}) - \arccos\frac{2}{\sqrt5} + 2\pi k$

$k\in Z$

$2\alpha = -2\arccos\frac{2}{\sqrt5} + 2\pi k$

$\alpha = -\arccos\frac{2}{\sqrt5} + \pi k$

1)) $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt5}$ $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt5}$

$\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$tg\alpha = 2$

2) $\sin 2\alpha\cdot\frac{2\sqrt5}{5} - \frac{\sqrt5}{5}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha + \arccos\frac{2}{\sqrt5}) = -\frac{1}{\sqrt5}$

$2\alpha + \arccos\frac{2}{\sqrt5} = \arcsin\frac{1}{\sqrt5} + 2\pi n$ $\alpha = \pi n$

$2\alpha + \arccos\frac{2}{\sqrt5} = \pi - \arcsin\frac{1}{\sqrt5} + 2\pi n$ $\alpha = \frac{\pi}{2} + \arcsin\frac{1}{\sqrt5} + \pi n$

$n\in Z$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$tg\alpha = 0$

$$tg\alpha = tg\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}\right)} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{-\frac{1}{\sqrt{5}}} = -2$$

Ответ: $tg\alpha = 0$; $tg\alpha = 2$; $tg\alpha = -2$

7.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

г) $\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b$ о.с. б $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right]$ $(4x+3)<0$

$12x+11 \ge \cancel{(ax+b)}$

$12x+11 \ge (ax+b)(4x+3) = 4ax^2 + \cancel{(b+3)} + (3a+4b)x + 3b$

$g(x) = 4ax^2 + (3a+4b-12)x + 3b - 11 \le 0$

2.1) $a>0$ $a \ne 0$ не рассматриваем из-за 1)

$$\begin{cases} g\left(-\frac{11}{4}\right) \le 0 \\ g\left(-\frac{3}{4}\right) < 0 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{12-3a-4b}{8a} \le -\frac{11}{4} \\ \frac{12-3a-4b}{8a} \ge -\frac{3}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{121}{4}a + \left(-\frac{33}{4}\right)a - 11b + 33 + 3b - 12 \le 0 \\ \frac{9}{4}a + \left(-\frac{9}{4}\right)a + (-3)b + 9 + 3b - 12 \le 0 \\ \left[\begin{array}{l} 12-3a-4b \le -22a \\ 12-3a-4b \ge -6a \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{88}{4}a - 8b + 21 \le 0 \\ -3 \le 0 \\ \left[\begin{array}{l} -19a - 4b \le -12 \\ 3a - 4b \ge -12 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22a - 8b + 21 \le 0 \\ \left[\begin{array}{l} 19a - 4b \le -12 \\ 3a - 4b \ge -12 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22a - 8b \le -21 \\ \left[\begin{array}{l} 19a - 4b \le -12 \\ 3a - 4b \ge -12 \end{array}\right. \end{cases}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6 1) $x\in\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right]$

$ax+b\le -8x^2-30x-17$.

$-8x^2-(30+a)x-17-b\ge 0$

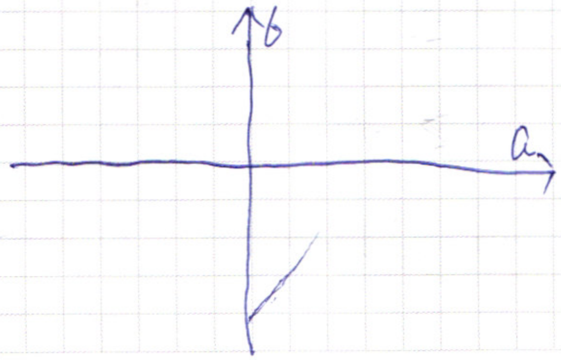
$f(x)$ $8x^2+(30+a)x+17+b\ge 0$ на $x\in\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right]$

$\Updownarrow$

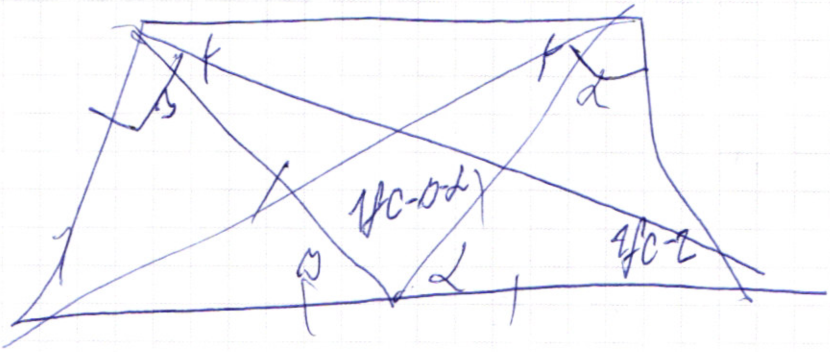
$$\begin{cases} f\left(-\frac{11}{4}\right)\ge 0 \\ f\left(-\frac{3}{4}\right)\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{-(30+a)}{16}\ge -\frac{3}{4} \\ \frac{-(30+a)}{16}\le -\frac{11}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{121}{2}+\frac{-11\cdot 30}{4}-\frac{11a}{4}+17+b\ge 0 \\ \frac{9}{2}+\frac{30\cdot -3}{4}-\frac{3a}{4}+17+b\ge 0 \Leftrightarrow \\ \left[\begin{array}{l} -(30+a)\ge -12 \\ -(30+a)\le -44 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{121-55+34}{2}+b-\frac{11}{4}a\ge 0 \\ \frac{9-45+34}{2}+b-\frac{3}{4}a\ge 0 \\ a\in(-\infty;-18]\cup[14;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b-\frac{11}{4}a\ge -50 \\ b-\frac{3}{4}a\ge 1 \quad \left|\cdot\frac{11}{3}\right. \Leftrightarrow \\ a\in(-\infty;-18]\cup[14;+\infty) \end{cases}$$

$$\cancel{\begin{cases} b-\frac{11}{4}a\ge -50 \quad (1) \\ \frac{11}{3}b-\frac{11}{4}a\ge\frac{11}{3} \quad (2) \\ a\in(-\infty;-18]\cup[14;+\infty) \end{cases}} \quad (1)+(2) \Leftrightarrow$$



$-\frac{3}{4}a+b\le 6$

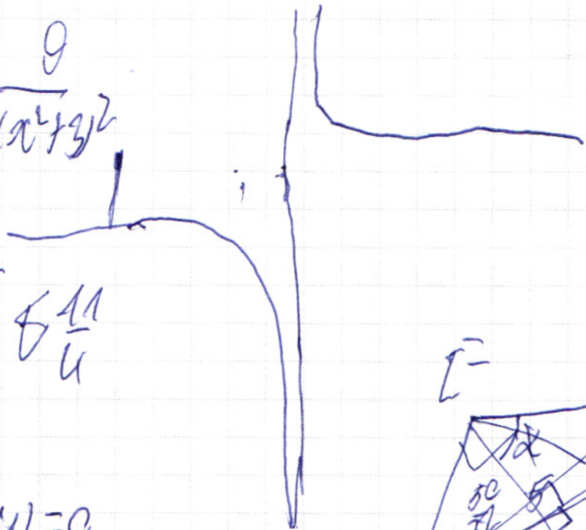


$\frac{11}{4}\le -\frac{11}{4}a+b\le 10$

$b\,a<0$ $(44x+11)4-36x+36$

$ax+b$ $\vee\vee$ $\frac{9}{(4x^2+3)^2}$

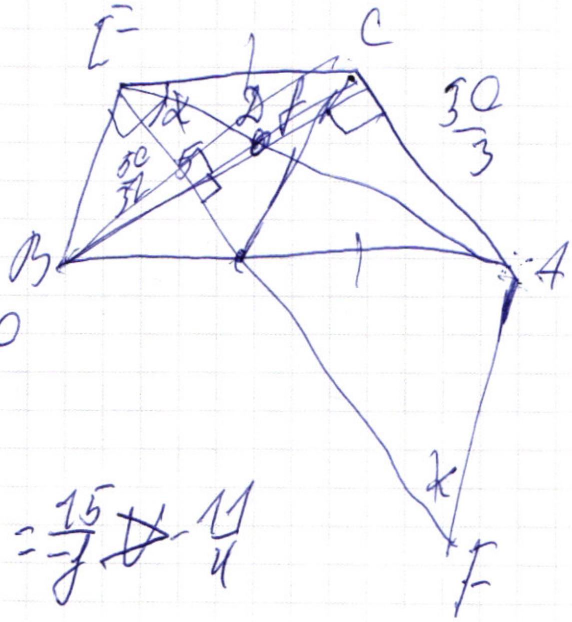
$ax+b<$



$\frac{30}{-16}=+\frac{15}{8}\ \frac{11}{4}$

$ax+b.$

$-a\frac{3}{4}+b$ $f(x)-f(y)=0$



$f(x)+f(\frac{1}{4})=[\frac{x}{4}]\pm[\frac{1}{44}]<0$

$f(x)+f(\frac{7}{4})<0$ $\frac{30}{-16}=\frac{15}{-8}\ \frac{11}{4}$

$-\frac{22}{-8}=\frac{11}{4}$ $f(x)+f(\frac{7}{4})+f(4)-f(4)<0$ $\frac{15}{8}<\frac{11}{4}$

$\frac{-33+11}{-11+3}$ $f(1)+f(x)-f(y)<0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x(x-4x)+9y(y-2)=12$

$(x-2)^2+9(y+1)^2=12$

$x(y-1)-2(y-1)$

$\sqrt{(x-2)(y-1)}$

$t \quad m$

$t-2m=x-2-2y+2$

$t-2m=\sqrt{tm}$ $\qquad 5c^2t$

$t^2+9m^2=12$

a^x

$a c \downarrow$

$-t^2-5tm+m^2=0$

$5^{\log_{12}t}+t \geq t^{\log_{12}13}=13^{\log_{12}t}$

$5^{\log_{12}t}+12^{\log_{12}t} \geq 13^{\log_{12}t}$

$a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ $\quad c^{\frac{1}{\log_a b}}$ $\quad a^b+c^b-d^b \geq 0$

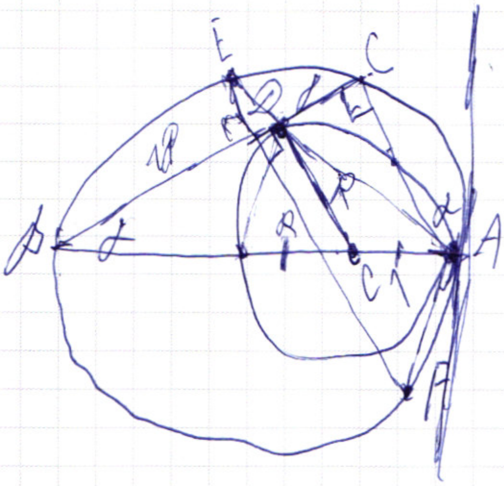
$a^{\frac{\log_a c}{\log_a b}}=c$ $\qquad \left(\frac{5}{13}\right)^{\log_{12}t}+\left(\frac{12}{13}\right)^{\log_{12}t} \geq 1$

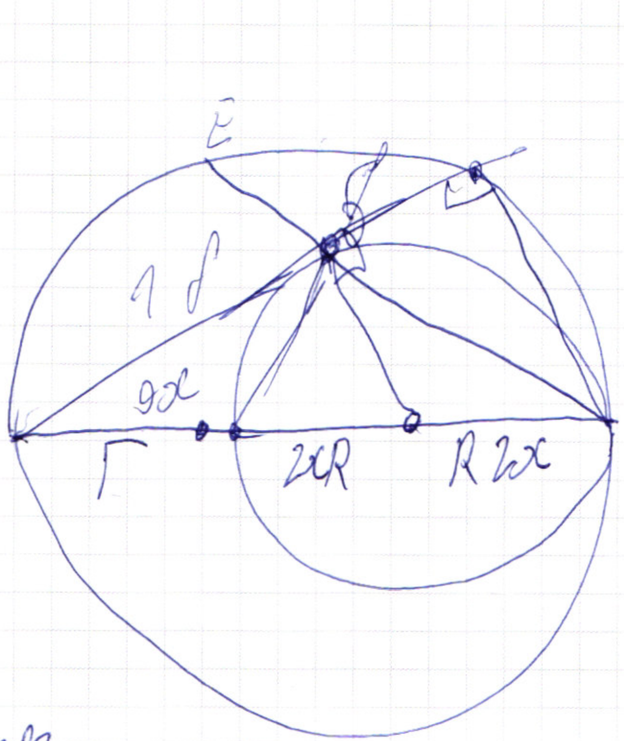
☑ черновик ☐ чистовик

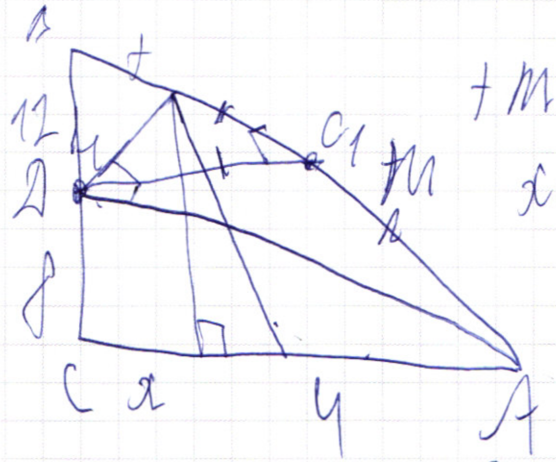
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)





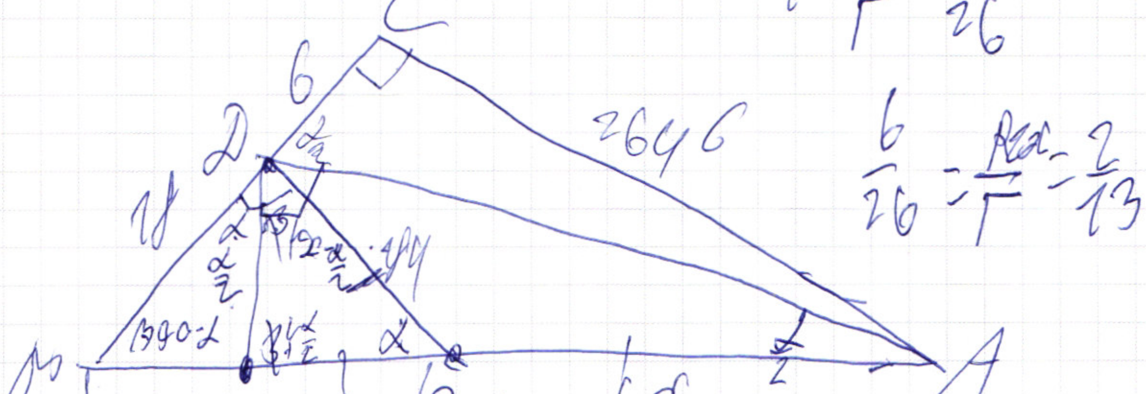


$tm = y^2$

$xy = f^2$

$\frac{2\sqrt{2}R}{2R} = \frac{4}{26}$

$1 - \frac{R}{\Gamma} = \frac{18}{26}$



$\frac{6}{26} = \frac{R2x}{\Gamma} = \frac{2}{13}$

$2yx$

$\sqrt{\frac{2500}{9} + 64 - 50^2 + 3\cdot 8}$

$- \sqrt{\frac{50^2 + 24^2}{9}}$

$2 \cdot 3^2 \cdot 2^5$

$2^6 \cdot 3^2 = (2^3 \cdot 3)^2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin(2\alpha)=2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 4\beta=-\frac{4}{5}$

$\cos 4\beta=-\frac{4}{5\cdot2}\cdot\frac{1}{\sin(2\alpha+2\beta)}=\frac{2}{5}\cdot-\sqrt5=-\frac{2}{5}\sqrt5$

$\cos 4\beta=2\cos^2 2\beta-1$ $\qquad$ $\cos 4\beta=1-2\sin^2 2\beta$

$\cos 2\beta=\sqrt{\frac{1+\frac{2\sqrt5}{5}}{2}}=\sqrt{\frac{5+2\sqrt5}{5\cdot2}}$ $\qquad$ $\sin 2\beta=\pm\sqrt{\frac{5-2\sqrt5}{5\cdot2}}$

$\sin2\alpha\cdot\cos2\beta+\sin2\beta\cdot\cos2\alpha=-\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin2\alpha\sqrt{\frac{5+2\sqrt5}{10}}+\sqrt{\frac{5-2\sqrt5}{10}}\cos2\alpha=-\frac{1}{\sqrt5}\quad\cdot\sqrt5$

$\sin2\alpha\sqrt{\frac{5\sqrt5+5\cdot2}{10}}+\sqrt{\frac{5\sqrt5-2\cdot5}{10}}\cos2\alpha=-1$

$\frac{5\sqrt5+10}{10}+\frac{5\sqrt5-1}{10}=\sqrt{10\sqrt5}$

1
2 3
42
20
56
47
192