

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}, \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq |x^2 + 18x|^{\log_{12} 13} - 18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC , повторно пересекает Ω в точке F . Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF , если известно, что $CD = 8$, $BD = 17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leq x \leq 24$, $1 \leq y \leq 24$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 11}{4x + 3} \leq ax + b \leq -8x^2 - 30x - 17$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD . Известно, что $AB = 1$, $BD = 2$, $CD = 3$. Найдите длину ребра BC . Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \quad ; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\bullet \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$$

$$2 \cdot \sin(2\alpha + 2\beta) \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{5}$$

$$2 \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{5}$$

$$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\bullet \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$I) \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2 \cdot \sin 2\alpha}{\sqrt{5}} + \frac{\cos 2\alpha}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$2 \sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$$

$$4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -2 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$$

$$2 \cos^2 \alpha + 4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\cos \alpha (\cos \alpha + 2 \sin \alpha) = 0$$

$$\cos \alpha \neq 0$$

т.к. $\operatorname{tg} \alpha$ определен

$$\begin{aligned} \cos \alpha + 2 \sin \alpha &= 0 \quad | : \cos \\ \cancel{\cos} + 2 \operatorname{tg} \alpha &= 0 \\ \bullet \operatorname{tg} \alpha &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$a) \sin \alpha \beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2 \cdot \sin \alpha \beta}{\sqrt{3}} - \frac{\cos \alpha \beta}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2 \sin \alpha \beta - \cos \alpha \beta = -1$$

$$4 \sin^2 \alpha \beta - \cos^2 \alpha \beta = \cos^2 \alpha \beta + \sin^2 \alpha \beta = -\sin^2 \alpha \beta - \cos^2 \alpha \beta$$

$$4 \sin^2 \alpha \beta - \cos^2 \alpha \beta + \sin^2 \alpha \beta + \cos^2 \alpha \beta = 0$$

$$5 \sin^2 \alpha \beta + 2 \sin \alpha \beta \cdot \cos \alpha \beta = 0$$

$$\sin \alpha \beta (\sin \alpha \beta + 2 \cos \alpha \beta) = 0$$

$$\sin \alpha \beta = 0$$

$$\sin \alpha \beta + 2 \cos \alpha \beta = 0 \quad | : \cos \alpha \beta$$

$$\bullet \operatorname{tg} \alpha \beta = 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha \beta + 2 = 0$$

$$\bullet \operatorname{tg} \alpha \beta = -2$$

Ответ: -2 ; $-\frac{1}{2}$; 0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$n = 2$

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{2y - x - 2y + 2} & (2) \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12 & (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad x^2 - 4x + 4 + 9y^2 - 18y + 9 = 25$$

$$(x - 2)^2 + 9(y - 1)^2 = 25$$

$$(2) \quad \begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x \geq 2y \end{cases}$$

$$(x - 2y)^2 = 2y - x - 2y + 2$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 2y - x - 2y + 2$$

$$x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = 0$$

~~$$x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = 0$$~~

~~для~~

~~$$x^2 + (1 - 5y)x + 4y^2 + 2y - 2 = 0$$~~

~~$$D = 1 - 10y + 25y^2 - 4(4y^2 + 2y - 2) =$$~~

~~$$= 1 - 10y + 25y^2 - 16y^2 - 8y + 8 = 9y^2 - 18y + 9 = (3y - 3)^2$$~~

~~$$x_1 = \frac{5y - 1 + 3y - 3}{2} = \frac{8y - 4}{2} = 4y - 2$$~~

~~$$x_2 = \frac{5y - 1 - 3y + 3}{2} = \frac{2y + 2}{2} = y + 1$$~~

~~Без модуля ст.к. $\pm |a| = a; -a$~~

$$\left(\text{Без модуля ст.к. } \pm |a| = a; -a \right)$$

\Downarrow

$$x = 4y - 2$$

или

$$x = y + 1$$

$$\begin{cases} x = 4y - 2 & a) \\ x = y + 1 & b) \end{cases}$$

$$(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25$$

a) $x = 4y - 2$

$$(4y - 2 - 2)^2 + 9(y - 1)^2 = 25$$

$$(4y - 4)^2 + 9(y - 1)^2 = 25$$

$$16(y - 1)^2 + 9(y - 1)^2 = 25$$

$$25(y - 1)^2 = 25$$

$$y - 1 = 1 \quad \text{или} \quad y - 1 = -1$$

• $y = 2$
 $x = 6$ подходит
 год *

• $y = 0$
 $x = -2$

не подходит
 год * \Rightarrow не является
 решением

b) $x = y + 1$

$$(y + 1 - 2)^2 + 9(y - 1)^2 = 25$$

$$10(y - 1)^2 = 25$$

$$(y - 1)^2 = 2,5$$

$$y - 1 = \sqrt{2,5} \quad \text{или}$$

$$y - 1 = -\sqrt{2,5}$$

• $y = 1 + 5\sqrt{10}$
 $x = 2 + 5\sqrt{10}$ не подходит
 год *

• $y = 1 - 5\sqrt{10}$
 $x = 2 - 5\sqrt{10}$ подходит
 год *

год *

Ответ: $(6; 2)$

~~$(2 + 5\sqrt{10}; 1 + 5\sqrt{10})$~~
 ~~$(2 - 5\sqrt{10}; 1 - 5\sqrt{10})$~~

~~$(2 + 5\sqrt{10}; 1 + 5\sqrt{10})$~~
 ~~$(2 - 5\sqrt{10}; 1 - 5\sqrt{10})$~~

$(2 - 5\sqrt{10}; 1 - 5\sqrt{10})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

15

$$\begin{aligned} \bullet f(x/y) &= f(x) + f(1/y) \\ \bullet f(1/y) + f(y) &= f(1) = 0 \\ &\Downarrow \\ f(1/y) &= -f(y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x/y) &< 0 \\ f(x) - f(y) &< 0 \\ f(x) &< f(y) \end{aligned}$$

Рассмотрим f от всех чисел, принадлежащих отрезку $[1, 24]$

I ~~$f(n) = 0$~~ $f(n) = 0$: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24. (11) всего кан-во

II $f(n) = 1$: 5, 7, 10, 14, 15, 20, 21. (7)

III $f(n) = 2$: 11, 22. (2)

IV $f(n) = 3$: 13. (1)

V $f(n) = 4$: 17, 19. (2)

VI $f(n) = 5$: 23. (1)

Всего пар x, y :

~~$f(n) = 0$~~ $f(n) = 0 + f(n) = 2 + f(n) = 3 + f(n) = 4 + f(n) = 5$

I · (II + III + IV + V + VI) + II · (III + IV + V + VI) + III · (IV + V + VI) +

$$+ \text{IV}(\text{I} + \text{II}) + \text{V} \cdot \text{VI} =$$

$$= 11(7+2+1+2+1) + 7(2+1+2+1) +$$
$$+ 2(1+2+1) + 1 \cdot (2+1) + 2 \cdot 1 =$$

~~$$= 11 \cdot 13 + 7 \cdot 6 + 2 \cdot 4 + 3 + 2 =$$~~

$$= 11 \cdot 13 + 7 \cdot 6 + 2 \cdot 4 + 3 + 2 =$$

$$= 143 + 42 + 8 + 5 = 148 + 50 = 198$$

Antwort: 198

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

13

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq (x^2+18x)^{\log_{12} 13} - 18x$$

* $x^2 + 18x > 0$

$$|x^2 + 18x| = x^2 + 18x$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 + 18x \geq (x^2+18x)^{\log_{12} 13}$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + 12^{\log_{12}(x^2+18x)} \geq 13^{\log_{12}(x^2+18x)}$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18)} + 12^{\log_{12}(x^2+18x)} = 13^{\log_{12}(x^2+18x)}$$

$$\log_{12}(x^2+18) = 2$$

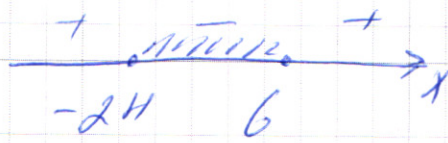
~~$5^{\log_{12}(x^2+18)} + 12^{\log_{12}(x^2+18x)} = 13^{\log_{12}(x^2+18x)}$~~

$$\log_{12}(x^2+18x) \leq 2$$

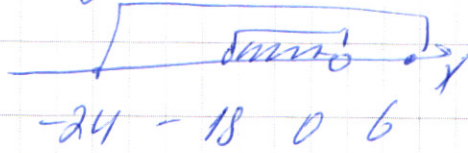
$$x^2 + 18x \leq 144$$

$$x^2 + 18x - 144 \leq 0$$

$$(x+24)(x-6) \leq 0$$



с учётом *

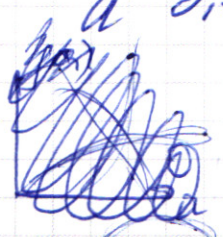


Ответ: (-18; 0)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3
 $5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12} 13} - 18x$
 ДРЗ - $x^2+18x > 0$ $\frac{+}{-18} \frac{-}{0}$

$(x^2+18x)^{\log_{12} 5} - (x^2+18x)^{\log_{12} 13} \geq x^2+18x$
 $a^{\log_{12} 5} - a^{\log_{12} 13} + a \geq 0$ $x^2+18x \geq 0$
 т.к. $a > 0$

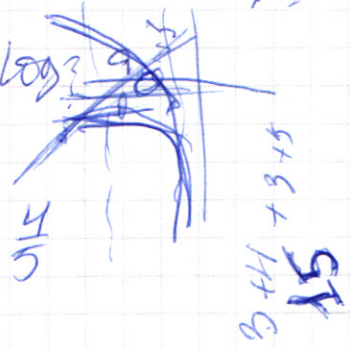


одна корень

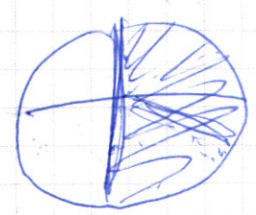
$a = a^{\log_{12} 13} - a^{\log_{12} 5}$
 $a = a^{\log_{12} \frac{13}{5}} + 1 - a^{\log_{12} \frac{5}{12}} + 1$
 $1 = a^{\log_{12} \frac{13}{12}} - a^{\log_{12} \frac{5}{12}}$

$x^4 = x$
 $x(x^3 - 1) = 0$
 $x \neq 0 \quad x^3 = 1$
 $x = 1$

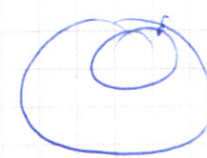
$a = \log_{12}^{13} a$



3+4+5+5+5+5+6
 3+4+6
 33



1 - 4/5
 1/5



5+4+3+5
 15

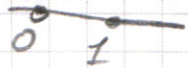
$$5^{\log_{12}(x^2+18)} - x^2 + 18 \geq 13$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18)} \geq 12$$

$$\frac{1}{25} < \frac{1}{100} < \frac{1}{169}$$

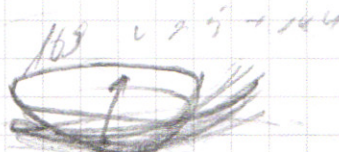
$$5^9 = 12^a$$

$$\log_{12} x^2 + 18$$



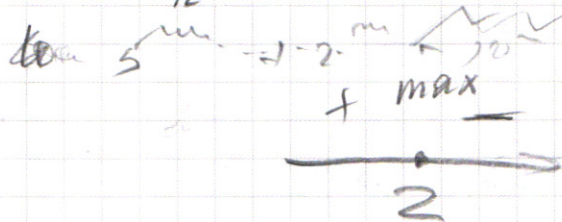
~~Ln ... a~~

Ln ... a

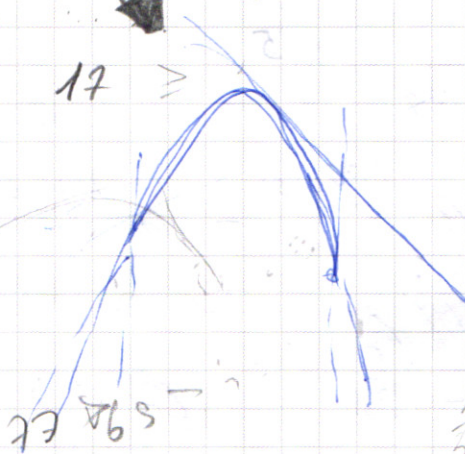


$$\log_5(5^9 + 12^a) \geq 13^a$$

$$5 \cdot \log_{12}(12^5)$$



$$17 \geq$$



$$10^5$$

$$\frac{12x+11}{4x+3}$$

$$\frac{12x+13+2}{4x+3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4x+3}$$

$$\frac{11 \cdot 3}{3} = \frac{35}{11}$$

$$2 \cdot (-1) \cdot \frac{11}{4x+3}$$

$$23 \cdot 11 \cdot \sqrt{35} \cdot 7$$

$$-\frac{11}{4} \leq \frac{11a}{4}$$



$$25 \cdot 3 \cdot 245$$

$$= 16x - 30 = 0$$

$$16x + 30 > 0$$

$$x \geq \frac{15}{8}$$

$$\frac{-22}{8} \leq \frac{11}{8}$$

$$\frac{-33+11}{-11+3}$$

$$\frac{-22}{-8}$$

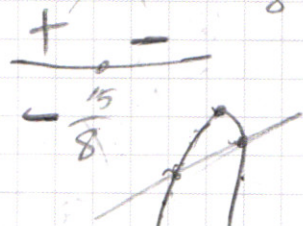
$$\frac{11}{4} \leq -\frac{11}{4}$$

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$



X1 X2

$$\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{-22}{24}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$f(ab) = f(a) + f(b)$$

$$f(x) = \frac{f(x)}{x}$$

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y) < 0$$

$$f(2) = f(1) + f(2)$$

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = 0$$

$$f(3) = 0$$

$$f(4) = f(2) + f(2) = 0$$

$$4) f(3) = f(1 \cdot 3) = f(1) + f(3) = 0$$

$$f(3) = f(3) + f(1) = 0$$

$$f(5) = f(5) + f(1) = 0$$

$$f(10) = f(2 \cdot 5) = f(2) + f(5) = 0$$

$$f(ab) = f(a) + f(b)$$

$$f(b) = f(ab) - f(a)$$

$$f(xy) = f(a \cdot \frac{x}{a}) = f(a) + f(\frac{x}{a})$$

$$f(a \cdot \frac{x}{y}) = f(xy) + f(a)$$

$a \cdot \frac{x}{y}$ а не простое
т.к.

$a \cdot \frac{x}{y}$ должно быть
загадка

$$f(x/y) = f(x) + f(y)$$

$$f'(x/y) + f(y) = f(x) = x$$

sin 2α

$$f(y) - f(x)$$

$$f'(x/y) = f(x) - f(y)$$

sin 2β

$f(x) \leftarrow f(y)$

Спросите нас:

- 1⁰, 2⁰, 3⁰, 3¹, 7¹, 11², 13³, 17⁴, 19⁴, 23⁵

0: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 16, 18, 24 (11)

1: 5, 7, 10, 14, 15, 20, 21 (7)

2: 11, 22 (2)

3: 13 (1)

4: 17, 19 (2)

5: 23 (1)

11: (7 + 2 + 1 + 2 + 1)

7: (2 + 1 + 2 + 1)

2: (1 + 2 + 1)

1: (2 + 1)

2: $\sqrt{\frac{4}{25} + 1}$

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 5}{25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2}$$

$$2 \cdot \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \alpha \beta = -\frac{4}{5}$$

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \alpha \beta = -\frac{2}{5}$$

$$\cos 2\beta = \frac{+2}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin 2\beta = \frac{+1}{\sqrt{5}} \quad \sin \alpha \beta = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha \beta + \cos \alpha \cdot \sin \alpha \beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2 \sin \alpha}{5} + \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\operatorname{tg} \alpha \geq 3$$

$$\sin(\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin(\alpha + 4\beta) + \sin \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha \cdot \cos 2\beta + \cos \alpha \cdot \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

~~$$\frac{\cos 2\beta}{2} \sin 2\alpha$$~~

$$\sin \alpha \cdot \cos 4\beta + \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{4}{5}$$

№3

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2} \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12 \end{cases} \quad x \geq 2y$$

$$(1) \quad x^2 - 4x + 4 + 9y^2 - 18y + 9 = 12 + 12 = 24$$

$$(x-2)^2 + (3y-3)^2 = 25$$

$$(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25$$

$$(2) \quad x^2 - 4xy + 4y^2 = xy - x - 2y + 2$$

$$x^2 - 5xy + 4y^2 = -x - 2y + 2$$

$$x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = 0$$

$$x^2 - x \cdot 5y + 2x$$

$$x^2 + (1-5y)x + 4y^2 + 2y - 2 = 0$$

~~$$x^2 - 1 - 10y + 25y^2 = 4(4y^2 + 2y - 2) =$$~~

~~$$-10y^2 - 1 - 10y + 25y^2 - 16y^2 - 8y + 8$$~~

$$9y^2 - 10y + 9 = 9(y-1)^2 + (3y-3)^2$$

$$x_1 = \frac{5y-1+3y-3}{2} = \frac{8y-4}{2} = 4y-2$$

$$x_2 = \frac{5y-1-3y+3}{2} = \frac{2y+2}{2} = y+1$$

$$(x-4y+2)(x-y-1) = 0 \quad (1)$$

$$(2) \quad (x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25$$

$$1) \quad x = 4y-2$$

$$2) \quad x = y+1$$

$$(4y-2-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25$$

$$(4y-4)^2 + 9(y-1)^2 = 25$$

$$16(y-1)^2 + 9(y-1)^2 = 25$$

$$25(y-1)^2 = 25$$

$$(y-1)^2 = 1$$

$$y-1 = 1$$

$$y = 2$$

$$x = 6$$

$$y-1 = -1$$

$$y = 0$$

$$x = -2$$

$$(y+1-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25$$

$$(y-1)^2 + 9(y-1)^2 = 25$$

$$10(y-1)^2 = 25$$

$$(y-1)^2 = 2,5$$

$$y-1 = \sqrt{2,5}$$

$$y = 1 + \sqrt{2,5}$$

$$x = 2 + 5\sqrt{2,5}$$

$$y-1 = -\sqrt{2,5}$$

$$y = 1 - \sqrt{2,5}$$

$$x = 2 - 5\sqrt{2,5}$$

$$y = 1$$

$$x(2-4y+2) + (y+1)x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$\bullet \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$$

$$2 \sin(2\alpha + 2\beta) \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{5}$$

$$2 \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \cos 2\beta = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm \sqrt{1 - \cos^2 2\beta} = \pm \sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$\bullet \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

~~$$\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$~~

~~$$\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$~~

~~$$\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{5}} + \frac{\cos 2\alpha}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$~~

$$\frac{2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sqrt{5}} + \frac{2 \sin^2 \alpha + 1}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

~~$$\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$$~~

$$2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha - 4 \sin^2 \alpha + 2 = -1$$

$$2\alpha + 2\beta = -\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 4 \sin^2 \alpha = -3$$

~~$$\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$$~~

~~$$-4 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 3 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = 0$$~~

~~$$-\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 3 \cos^2 \alpha - 0 = 0$$~~

~~$$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha$$~~

~~$$= -\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}$$~~

~~$$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha = \sin$$~~

$$12x+11 = (4x+3)(a+b)$$

$$12x+11 = 4ax^2 + 3ax + 4bx + 3b$$

$$4ax^2 + (3a+4b-12)x + 3b+11 = 0$$

$$x = \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$

\mathcal{D}_2

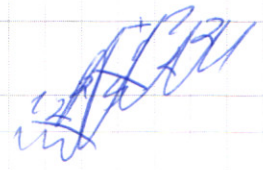
$$3 + \frac{2}{4x+3} = ax + b$$

$$\frac{2}{4x+3} = 2 - 3$$

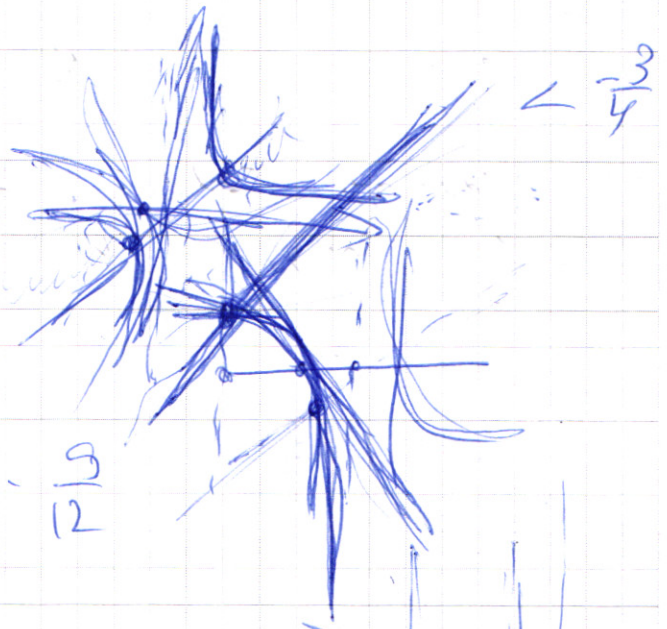
$$2 = -12x - 9$$

$$12x = -11$$

$$x = -\frac{11}{12}$$

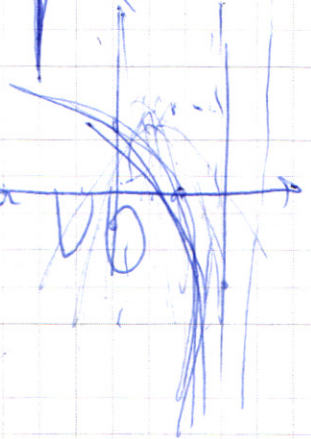
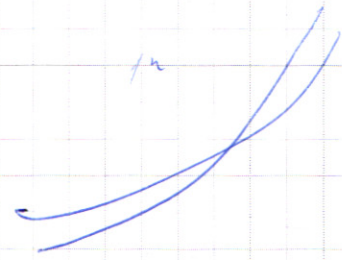
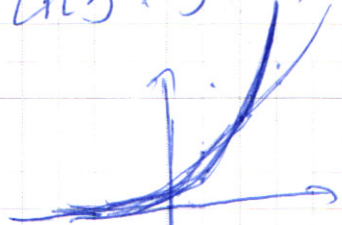


$$-\frac{33}{12} \quad -\frac{11}{12} \quad -\frac{9}{12}$$



$$5^a + 12^a \vee 13^a$$

$$\ln 5 \cdot 5^a + \ln 12 \cdot 12^a \neq \ln 13 \cdot 13^a$$



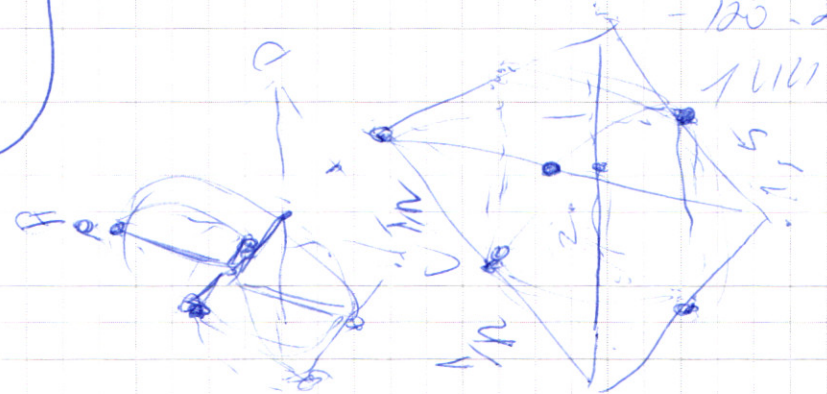
$$25 \cdot \ln 5$$

$$-18$$

$$-144$$

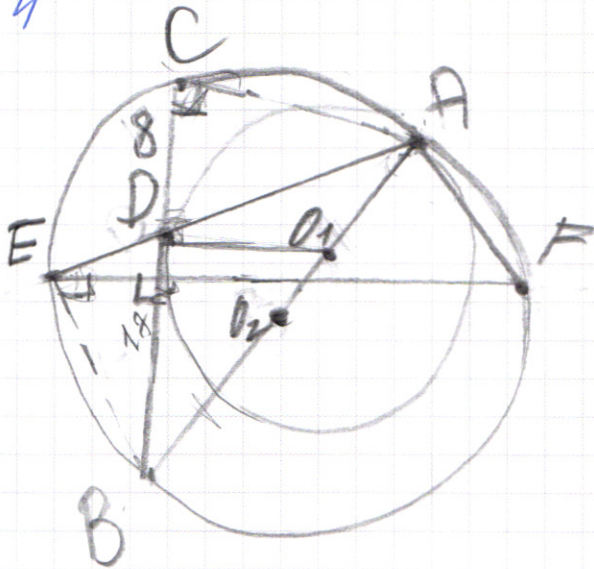
$$-211 + 16$$

$$-120 - 24$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 4



1) O_1A - радиус
~~радиус~~ Скр. W

2)

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{30}{-10} = -\frac{15}{8} = -\frac{3}{2} \cdot 5$$

$$\begin{aligned} 4x^2 + 3 &= 3 \\ 2x - 12x - 9 & \\ 6x^2 - 11 & \\ x^2 - \frac{11}{12} & \end{aligned}$$

$$3x - \frac{2}{-8/10} = 3x - \frac{16}{9} \approx 1 > 0$$

$$\frac{-8 \cdot 15 \cdot 15}{8 \cdot 8}$$

$$-\frac{225}{8} + \frac{30 \cdot 15}{8} - 12$$

$$\frac{15 \cdot 15 \cdot 2}{8} = 225$$

$$77 = 28 - 17 = 11$$





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)