МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geqslant ax+b \geqslant 18x^2-51x+28 \qquad x \in (\tfrac{2}{3}; 2].$$

Заметим, что функции $(ax+b)$ ① и $(18x^2-51x+28)$ ② непрерывны. Это означает, что если ① не меньше ② на $(\frac{2}{3}; 2]$, то она не меньше и на $[\frac{2}{3}; 2]$ (по непрерывности)

$18>0 \Rightarrow f(x) = 18x^2-51x+28$ – выпуклая функция $\Rightarrow$ на $[\frac{2}{3}; 2]$ она не больше, чем линейная функция, проходящая через точки $A(\frac{2}{3}; f(\frac{2}{3}))$ и $B(2; f(2))$.

Если $y = C\cdot x + d$, то:

A $(\frac{2}{3}; 2)$ $\quad B$ $(2; -2)$

$$\begin{cases} C\cdot\frac{2}{3}+d=2 \\ c\cdot 2+d=-2 \end{cases} \Rightarrow C\cdot\frac{4}{3} = -4 \Rightarrow C=-3, \quad d=4$$

т.е линейная функция - это $y = -3\cdot x + 4$

Rаnомшим, что $y = -3x+4$ пересекается с графиком $\frac{8-6x}{3x-2}$ на $(\frac{2}{3}; 2]$.

$$\frac{8-6x}{3x-2} = -3x+4$$

$$\begin{cases} x \neq \frac{2}{3} \\ 8-6x = (-3x+4)(3x-2) \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} x \neq \frac{2}{3} \\ 8-6x = -9x^2+6x+12x-8 \end{cases}$$

$9x^2-24x+16=0$

$(3x-4)^2=0$

$x=\frac{4}{3}$ - единственная точка $d(\frac{4}{3};0)$ $\in$ $(3\cdot\frac{4}{3}-4=0)$ d пересечения, в частности на $[\frac{2}{3};2]$, таким образом искомая функция $ax+b$ должна лежать

1. не ниже точки A
2. не ниже точки B
3. не выше точки $\cancel{D}$ d

Т.к. $d \in [A,B]$ $\left(\left(\frac{2}{3}<\frac{4}{3}<2\right), d \in (AB)\right)$, единственной прямой (линейной функцией), удовлетворяющей всем условиям ~~яв~~ является $y=c\cdot x+d$, т.е единственными подходящими (a,b) могут быть $(-3;4)$

В случае $y=a\cdot x+b = -3x+4$ имеем:

1. прямая проходит через A, B, т.е лежит на $[\frac{2}{3};2]$ не ниже чем $(18x^2-51x+28)$, как уже и упоминалось

2. прямая лежит не выше, чем $\frac{8-6x}{3x-2}$ на отрезке $[\frac{2}{3};2]$, т.к

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq -3x+4 \overset{[\frac{2}{3};2]}{\Longleftrightarrow} 8-6x \geq \overset{-9x^2+18x-8}{\cancel{-9x^2+18x-11}} \Longleftrightarrow$$

$\Longleftrightarrow$ $9x^2-24x+16 \geq 0$

$(3x-4)^2 \geq 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

таким образом Ответ: $a=-3$, $b=4$

№1

$\sin(2a+4\beta)+\sin 2a = -\frac{2}{17}$

$2\sin(2a+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$ $\left(\sin x+\sin y = 2\cdot\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\cdot\cancel{\sin}\cdot\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)\right)$

$\Rightarrow \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2a+2\beta) = \frac{-1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2a)\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos(2a) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\left(\sin(x+y) = \sin x\cdot\cos y+\cos x\cdot\sin y\right)$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$ $\left(\sin x^2+\cos x^2 = 1\right)$

$\sin 2a\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}\pm\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2a = \frac{-1}{\sqrt{17}}$! (возможно один из 1° или 2° не возможно)

$\sin 2a\pm 4\cdot\cos 2a = -1$

1° $\sin 2a+4\cos 2a = -1$

$2\sin a\cdot\cos a+8\cos^2 a-4\sin^2 a = -1 = -\cos^2 a-\sin^2 a$

$9\cos^2 a-3\sin^2 a+2\sin a\cdot\cos a = 0$ $(\cos a\neq 0)$

$9-3\,tg^2 a+2\,tg a \neq 0$

$tg a = \frac{1}{3}-\frac{2\sqrt{7}}{3}$

$tg a = \frac{1}{3}+\frac{2\sqrt{7}}{3}$

2^0 $\sin 2a - 4\cdot\cos a = -1$

$2\sin a\cdot\cos a - 8\cos^2 a + 4\sin^2 a = -1 = -\cos^2 a - \sin^2 a$

$-7\cos^2 a + 5\sin^2 a + 2\sin a\cdot\cos a = 0$

$-7 + 5\,tg^2 a + 2\,tg\, a = 0 \quad (\cos a \neq 0)$

$tg\, a = 1$

$tg\, a = -\frac{7}{5}$

По сколько $\geqslant$ 3 решений, но в каждом случае есть $\geqslant$ одно решение $\Rightarrow$ оба случая возможны $\Rightarrow$ решений 4.

Ответ: ~~[illegible]~~

$tg\, a = \left[\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{7}}{3},\ \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{7}}{3},\ 1,\ -\frac{7}{5}\right]$

№2.

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6} \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45 \end{cases}$$

ОДЗ:

$(x-1)(y-6) \geqslant 0$

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{(x-1)(y-6)} \\ 9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90 \end{cases}$$

замена $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y - 6 \end{cases}$ ОДЗ: $x'\cdot y' \geqslant 0$.

$$\begin{cases} y' - 6x' = \sqrt{x'\cdot y'} \\ 9x'^2 + y'^2 = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x'\cdot y' = y'^2 - 12x'\cdot y' + 36x'^2 \\ y' - 6x' \geqslant 0 \\ 9x'^2 + y'^2 = 90 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x'^2 - 13x' \cdot y' + y'^2 = 0 \\ 9x'^2 + y'^2 = 90 \\ y' \cdot x' \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 27x'^2 - 13x' \cdot y' = -90 \\ 9x'^2 + y'^2 = 90 \\ y' - 6x' \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y' = \dfrac{27x'^2 + 90}{13x'}, \quad x' \neq 0 \quad (1) \\ \varnothing, \quad x' = 0 \end{array} \right. \\ 9x'^2 + y'^2 = 90 \quad (2) \\ y' - 6x' \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' \neq 0 \\ y' - 6x' \geqslant 0 \\ y' = \dfrac{27x'^2 + 90}{13x'}, \text{ подставим (1) в (2)} \\ 9x'^2 \cdot (13x')^2 + (27x'^2)^2 + 2 \cdot 27 \cdot 90x'^2 + 90^2 = 90 \cdot 13^2 \cdot x'^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' \neq 0 \\ y' - 6x' \geqslant 0 \\ y' = \dfrac{27x'^2 + 90}{13x'}, \quad \left(\text{этим условием обеспечиваем выполнение условий ОДЗ} \right) \\ 250x'^4 - \cancel{14} \cdot 1150x'^2 + 900 = 0 \quad |:50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' \neq 0 \\ y' - 6x' \geq 0 \\ y' = \dfrac{27x'^2 + 90}{13x'} \\ 5x'^4 - 23\cdot x'^2 + 18 = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{23^2 - 4\cdot 5\cdot 18} = \sqrt{169} = 13$$

$$x'^2 = \frac{23 \pm 13}{10}$$

$$x_1' = \frac{6}{\sqrt{10}} \qquad x_2' = \frac{-6}{\sqrt{10}} \qquad x_3' = 1 \qquad x_4' =$$

$$y_1' = \frac{27\cdot 36 + 900}{13\cdot 6\sqrt{10}}$$

$y_1' = \dfrac{24}{\sqrt{10}}$ – не подходит, т.к. $y_1' - 6x_1' = \dfrac{24-36}{\sqrt{10}} < 0$

$y_2' = -\dfrac{24}{\sqrt{10}}$ – решение

$y_3' = \dfrac{27+90}{13} = 9$ – решение

$y_4' = -9$ – не подходит, т.к. $y_4' - 6x_4' = \dfrac{-9+6}{1} < 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x' = -\dfrac{6}{\sqrt{10}} \\ y' = -\dfrac{24}{\sqrt{10}} \end{cases} \\ \begin{cases} x' = 1 \\ y' = 9 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 - \dfrac{6}{\sqrt{10}} \\ y = 6 - \dfrac{24}{\sqrt{10}} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 15 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $\left(1 - \dfrac{6}{\sqrt{10}};\ 6 - \dfrac{24}{\sqrt{10}}\right), (2, 15)$.

№3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$$

Замена:

$t=26x-x^2$ по ОДЗ ($\log$): $t>0$

$t^{\log_5 12}+t \geq 13^{\log_5 t}=5^{\log_5 13\cdot\log_5 t}=t^{\log_5 13}$

$t^{\log_5 12}+t \geq t^{\log_5 13}$

$t^{\log_5 12}+t-t^{\log_5 13}=f(t)\geq 0$

$f(5^2)=12^2+5^2-13^2=0 \to t_0=5^2$ $\log_5 13>1$

на $(0;1]$: $f(t)>t-t^{\log_5 13}\geq t-t^1=0$,

т.е $f(t)>0$ на $(0;1]$

на $(1;+\infty)$: $f(t)\geq 0 \Leftrightarrow g(t)=\frac{f(t)}{t}\geq 0$

$g(t)=t^{\log_5 12-1}+1-t^{\log_5 13-1}$

$g'(t)=(\log_5 12^5)\cdot t^{\log_5 12-2}-(\log_5 13^5)\,t^{\log_5 13-2}<0$

$\begin{cases} t>1 \Rightarrow t^{\log_5 13-2}>t^{\log_5 12-2} \\ \log_5 13^5>\log_5 12^5 \end{cases}$

$g'(t)<0$ на $(1;+\infty) \Rightarrow g$ - убывает $\Rightarrow g\geq 0$ на $[1;t_0]$

$g(t_0)=0.$

$g<0$ на $(t_0;+\infty)$.

$f(t_0)\geq 0$ на $(1;t_0]$

$f(t_0)<0$ на $(t_0;+\infty)$

Таким образом $f(t)\geq 0 \Leftrightarrow t\in(0;t_0]$. $\Leftrightarrow$ ~~$26x-x^2$~~

$26x-x^2 \in (0;25]$.

☐ черновик ☑ чистовик Страница №4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(5)

$f(x) = 5 \quad x \cdot 2^a \cdot 3^b \cdot 23 \qquad x = 23$

1 ситуация

при ~~...~~ $x \geq 6$, если $f(x) = 0$, то подходящих x ровно 10, а подходящих y $(f(y) > 0)$ ровно $8 + 2 + 3 + 3 = 16$

там где $f(x) = 0$, $f(y) > f(y)$ => пар ровно $16 \cdot 10 = 160$.
(10 способов выбрать x · 16 способов выбрать y)

если $f(x) = 1$, то подх x – 8
подх. y – $3 + 2 + 2 + 1 = 8$. => пар $8 \cdot 8 = 64$

если $f(x) = 2$, то подх x – 3
подх y – $2 + 2 + 1 = 5$ => пар $3 \cdot 5 = 15$

если $f(x) = 3$, то подх x – 2
подх y – 3 => $2 \cdot 3 = 6$ пар

если $f(x) = 4$, то $x = 1$
$y = 2$ => $2 \cdot 1 = 2$ пар

Следовательно всего подходящих под условие пар $160 + 64 + 15 + 6 + 2 = 247$

Ответ: 247.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$\forall\ a, b \in (Q > 0)$, $f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$ (1)

$\forall\ p \in (Q > 0)$: p - простое $f(p) = [\frac{p}{4}]$ (2)

$f(1) = f(1 \cdot 1) \overset{(1)}{=} f(1) + f(1) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(1) = 0$

$f(1) = f(\frac{1}{n} \cdot n) \overset{(1)}{=} f(\frac{1}{n}) + f(n) \Rightarrow f(\frac{1}{n}) = -f(n)$ (3)

$n \in \mathbb{N}$

$f(\frac{m}{n}) = f(m \cdot \frac{1}{n}) = f(m) + f(\frac{1}{n}) =$

$= f(m) - f(n)$, $m, n \in \mathbb{N}$ (4)

$f(p_1^{a_1} \cdots p_k^{a_k}) = a_1 \cdot f(p_1) + \dots + a_k \cdot f(p_k)$ (5)

$a_1, \dots, a_k \in \mathbb{N}$

$p_1, \dots, p_k$ - простые

Из (2) находим, что $f(2) = 0$ $\quad f(23) = 5$

$f(3) = 0$

$f(5) = 1$ $\Rightarrow$ так ограничено на 28, то на корни всех простых на ≤ 28

$f(7) = 1$

$f(11) = 2$

$f(13) = 3$

$f(17) = 4$

$f(19) = 4$

Нужно найти (x, y), $x, y \in \mathbb{N}$:

$4 \leq x \leq 28$

$4 \leq y \leq 28$.

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y) < 0$

Найдем кол-во x:

$4 \leq x \leq 28$ (4) $f^{(5)}(x) = 0$.

$x = 2^a \cdot 3^b \iff x = 2^2; 2^3; 2^4;$

$3; 3^2; 3^3;$

$2 \cdot 3; 2^2 \cdot 3; 2^3 \cdot 3;$

$2 \cdot 3^2$.

10 штук

найдем кол-во x, при $4 \leq x \leq 28$ 4 $f(x) = 1$

$f^{(5)}(x) = 1 \iff \left.\begin{array}{l} x = 2^a \cdot 3^b \cdot 5 \\ x = 2^a \cdot 3^b \cdot 7. \end{array}\right\} \iff$ $x = 5$ $3 \cdot 5$ $2^2 \cdot 7$

$2 \cdot 5$ 7 $3 \cdot 7$

$2^2 \cdot 5$ $2 \cdot 7$

8 штук

$f^{(5)}(x) = 2 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^2 \\ x = 2^a \cdot 3^b \cdot 11 \end{array}\right\} \iff$ $x = 5^2; 11; 2 \cdot 11$

3 штуки

$f^{(5)}(x) = 3 \Rightarrow x = 2^a \cdot 3^b \cdot 13$ $x = 13; 2 \cdot 13$

2 штуки

$f^{(5)}(x) = 4 \Rightarrow x = 2^a \cdot 3^b \cdot 17$ $x = 17$

$x = 2^a \cdot 3^b \cdot 19$ $x = 19$

2 штуки

$BX \cdot AB = BD^2$, чо $BX = (BO - r)$
$AB = BO + r$

$(BO - r)(BO + r) = BD^2$

$BO^2 = BD^2 + r^2 \quad (1)$

Из подоб. $\triangle ACB$ и $\triangle ODB$:

$$\frac{BA}{BO} = \frac{BC}{BD} = \frac{25}{13}$$

$$\frac{BA}{BO} = \frac{BO + r}{BO} = 1 + \frac{r}{BO} = \frac{25}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r}{BO} = \frac{12}{13} \Rightarrow BO = \frac{12}{15} r$$

Из (1) следует $\left(\frac{13}{12}\right)^2 \cdot r^2 = BD^2 + r^2$

$$\left(\left(\frac{13}{12}\right)^2 - 1\right) r^2 = BD^2$$

$r^2 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^2 = BD^2 = 13^2 \Rightarrow r = \frac{12 \cdot 13}{5} \Rightarrow$

$DO = \frac{13 \cdot 12}{5} \cdot 12 \cdot 13 = \frac{13^2}{5} \Rightarrow AB = 2 \cdot R = BO + r =$

$= \frac{13^2}{5} + \frac{12 \cdot 13}{5} \Rightarrow \quad AB = 13 \cdot 5 \Rightarrow R = \frac{13 \cdot 5}{2}$

Найдем $\angle AFE$:

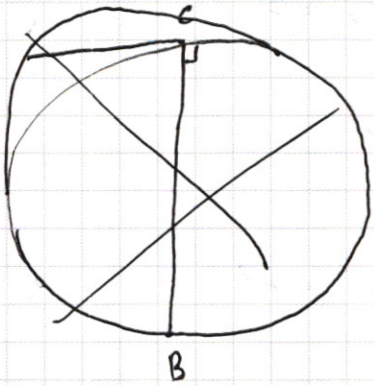
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

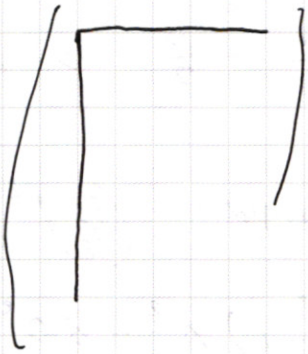
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

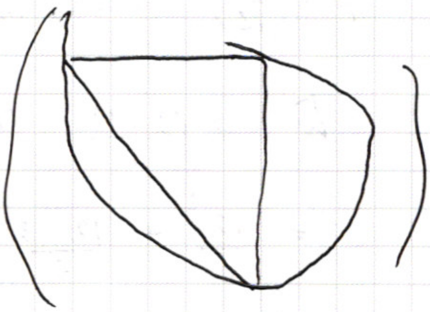
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 26x - x^2 > 0 \\ 26x - x^2 \le 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (0;26) \\ x \in (-\infty;1] \cup [25;+\infty) \end{cases}$$

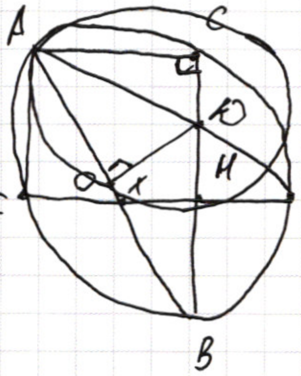
Ответ: $x \in (0;1] \cup [25;26)$.

№ 4









Дано:

$\angle C = 90^\circ$

$CB \perp AC$

Решение:

Из теоремы о касательной и секущей:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$

Условие:

$26x - x^2 \geq 0 \qquad x(26x-26) \leq 0 \qquad + \; 0 \; - \; 26 \; + \qquad x \in [0; 26]$.

$|x^2-26x| \begin{cases} x^2-26x \geq 0, \text{ при } x^2-26x \geq 0 & x\in(-\infty;0]\cup[26;+\infty) \\ -x^2+26x \leq 0, \text{ при } x^2-26x<0 & x\in(0;26) \end{cases}$

нет. пересечен. с условием.

I $(x^2-26x)^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$

~~$\log_{|x^2-26x|}$~~ ~~$\log_5 12$~~ $(x^2-26x)^{\log_5 12} + 5$

1 2 3 4 5 6 7

N1

$\sin(2a+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \qquad \sin(2a+4\beta)+\sin 2a = -\frac{2}{17}$.

$26x - x^2 > 0$

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$\frac{21}{34}=$

$\cancel{y^2-36x^2}=$

$$\begin{cases} y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6 \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2-13xy+36x^2+6x+y-6=0 \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$-9x^2-\cancel{y^2}+18x+12y+45+\cancel{y^2}-13xy+36x^2+6x+y-6=0$

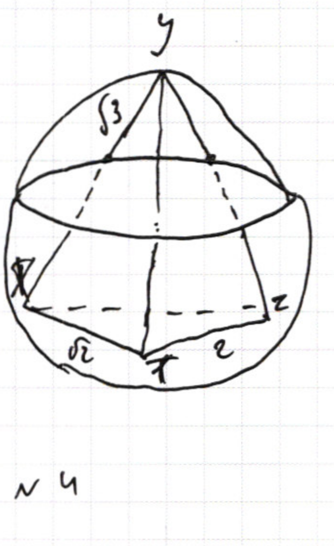
$27x^2+24x+13y-13xy+39=0$

$-6xy=-y^2-36x^2-6x-y+6.\quad |:-6.$

$xy=\frac{y^2}{6}+6x^2+x+\frac{y}{6}-1$

$9x^2+y^2-18x-12y=45 \quad 9x^2+y^2-18x-12y+10y=45$

$9x(x-2)+y(y-12)=45 \quad 9x(x-2)+y(y-2)+10y=45$



X2 - ?

r min - ?

$\cancel{9x^2+y^2}-18x-12y$

$-6xy=-y^2-36x^2-6x-y+6\quad |:xy$

$-6=-\frac{y}{x}-\frac{36x}{y}-\frac{6}{y}-\frac{1}{x}+\frac{6}{xy}$

$\frac{y-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$

$x\in\left(\frac{2}{3};2\right]$

№4

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА