# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы $\alpha$ и $\beta$ удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности $\Omega$ и $\omega$ касаются в точке $A$ внутренним образом. Отрезок $AB$ – диаметр большей окружности $\Omega$, а хорда $BC$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $D$. Луч $AD$ повторно пересекает $\Omega$ в точке $E$. Прямая, проходящая через точку $E$ перпендикулярно $BC$, повторно пересекает $\Omega$ в точке $F$. Найдите радиусы окружностей, угол $AFE$ и площадь треугольника $AEF$, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа $p$ ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее $x$). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина $Y$ которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра $TY$. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра $XZ$. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$; $\begin{cases} (y-6)-6(x-1)=\sqrt{(y-6)(x-1)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$;

Пусть $x-1=a$, $y-6=b$.

$\begin{cases} b-6a=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$; $\begin{cases} b^2-13ab+36a^2=0 \\ b\geq 6a \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$;

$\begin{cases} (b-9a)(b-4a)=0 \\ b\geq 6a \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$; 1) $\begin{cases} b=9a \\ b\geq 6a \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$; $\begin{cases} a^2=1 \\ b=9a \\ b\geq 6a \end{cases}$;

$\begin{cases} a=1 \\ b=9 \end{cases}$; $\begin{cases} x=2 \\ y=15 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} b=4a \\ b\geq 6a \\ 9a^2+b^2=90 \end{cases}$; $\begin{cases} a^2=\frac{18}{5} \\ b\geq 6a \\ b=4a \end{cases}$;

$\begin{cases} a=-\frac{3\sqrt2}{5} \\ b=-\frac{12\sqrt2}{5} \end{cases}$; $\begin{cases} x=1-\frac{3\sqrt2}{5} \\ y=6-\frac{12\sqrt2}{5} \end{cases}$

Ответ: $(2;15)$; $\left(1-\frac{3\sqrt2}{5};\ 6-\frac{12\sqrt2}{5}\right)$

1) $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$

Т.к. $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$, то $\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$.

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha(2\cos^2 2\beta - 1) + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

① $\sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$: $\sin 2\alpha\left(\frac{2}{17}-1\right) + \frac{8}{17}\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha = -1$;

$2\sin\alpha\cos\alpha + 4(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 0$

$5\cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha - 3\sin^2\alpha = 0$; $(5\cos\alpha - 3\sin\alpha)(\cos\alpha + \sin\alpha) = 0$

$tg\alpha = \frac{5}{3}$ или $tg\alpha = -1$

② $\sin 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}$: $2\sin\alpha\cos\alpha - 4(\cos^2 - \sin^2\alpha) + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 0$

$5\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha - 3\cos^2\alpha = 0$; $(5\sin\alpha - 3\cos\alpha)(\sin\alpha + \cos\alpha) =$
$= 0$; $tg\alpha = 0,6$ или $tg\alpha = -1$.

Ответ: $-1$; $0,6$; $\frac{5}{3}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

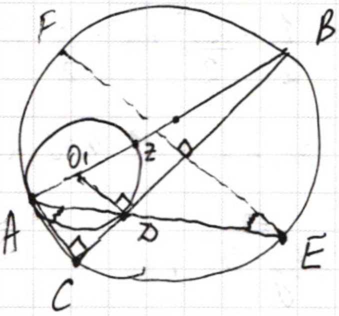
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4)




Центры окружностей и точка касания лежат на одной прямой. Пусть $O_1$ – центр $\omega$. Тогда $O_1D \perp BC$. Пусть $r$ – радиус $\omega$, $BZ = l$. По теореме о секущей и касательной $169 = l(l+2r)$. $\angle ACB = 90^\circ$ (опирается на диаметр $AB$). $\triangle ACB$ и $\triangle O_1DB$ подобны по двум углам. $\frac{13}{25} = \frac{l+r}{l+2r}$, откуда $r = 12l$. Решая совместно полученные уравнения, находим, что $l = \frac{13}{5}$, $r = \frac{156}{5}$. Пусть $R$ – радиус $\Omega$. Тогда $2R = l + 2r$, откуда $R = \frac{13}{10} + \frac{156}{5} = \frac{325}{10} = \frac{65}{2}$.

$\angle AFE = \angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = \angle ABC + \angle DBE =$
$= \angle ABC + \angle CAD$; По т. Пифагора $AC = 60$.
$\angle CAD = \operatorname{arctg} \frac{1}{5}$; $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{12}{5}$.
$\operatorname{tg} \angle AFE = \operatorname{tg}(\angle ABC + \angle CAD) = \frac{\operatorname{tg}\angle ABC + \operatorname{tg}\angle CAD}{1 - \operatorname{tg}\angle ABC \operatorname{tg}\angle CAD} =$
$= \frac{\frac{13}{5}}{1 - \frac{12}{25}} = 5$, откуда $\angle AFE = \operatorname{arctg} 5$.

$AE = 2R \sin \angle AFE = 65 \cdot \frac{5}{\sqrt{26}} = \frac{25}{2}\sqrt{26}$

$AF = 2R \sin \angle AEF = 65 \sin(\operatorname{arctg}\frac{1}{5}) = \frac{65}{\sqrt{26}} = \frac{5}{2}\sqrt{26}.$

$\angle AFE + \angle AEF = \operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \operatorname{arctg} 5 = 90°$, откуда

$\angle FAE = 90°$. Тогда $S_{AEF} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot AF = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{2}\sqrt{26} \cdot \frac{5}{2}\sqrt{26} =$

$= \frac{125}{8} \cdot 26 = 125 \cdot \frac{13}{4} = 125 \cdot 3{,}25 = 375 + 31{,}25 = \cancel{39}\ 406{,}25$

Ответ: $r = \frac{156}{5}$; $R = \frac{65}{2}$; $\angle AFE = \operatorname{arctg} 5$;

$S_{AEF} = 406{,}25$

3) Т.к. $26x - x^2 > 0$ (иначе логарифм в правой части неравенства не определён), то модуль из левой части запишем так: $|x^2 - 26x| = 26x - x^2$.

Пусть $26x - x^2 = 5^t$. Тогда $12^t + 5^t \geq 13^t$.

$\left(\frac{12}{13}\right)^t + \left(\frac{5}{13}\right)^t \geq 1$. Сумма двух убывающих на $R$ функций есть функция $g$, убывающая на $R$.

$t = 2$ - корень уравнения $\left(\frac{12}{13}\right)^t + \left(\frac{5}{13}\right)^t = 1$. При $t > 2$ $\left(\frac{12}{13}\right)^t + \left(\frac{5}{13}\right)^t < 1$, а при $t \leq 2$ $\left(\frac{12}{13}\right)^t + \left(\frac{5}{13}\right)^t \geq$

$\geq 1$. Итак, $26x - x^2 \leq 25$; $(x-25)(x-1) \geq 0$;

$\left[\begin{array}{l} x \leq 1 \\ x \geq 25 \end{array}\right.$. С учётом того, что $26x - x^2 > 0$,

т.е. $x \in (0; 26)$, получаем: $x \in (0; 1] \cup [25; 26)$.

Ответ: $(0; 1] \cup [25; 26)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) $\left(\frac{8-6x}{3x-2}\right)' = \frac{-6(3x-2)-3(8-6x)}{(3x-2)^2} = -\frac{12}{(3x-2)^2}$

Тогда на $\left(\frac{2}{3}; 2\right]$ $-1 \leq \frac{8-6x}{3x-2} < \infty$.

$\min (18x^2-51x+28) = 28 - \frac{51^2}{72} = -\frac{585}{72} = -\frac{65}{8}$.

$\max\limits_{[\frac{2}{3};2]} (18x^2-51x+28) = \max(2; \cancel{-2}) = 2$.

2) $9(x-1)^2+(y-6)^2=90$ $\qquad 9a^2+b^2=90$ ; $a-6b=\sqrt{ab}$

$y-6x=\sqrt{(y-6)(x-1)}$ $\qquad (y-6)-6(x-1)=a-6b$

$a^2-12ab+36b^2=0$ $\qquad \begin{cases}(a-9b)(a-4b)=0 \\ 9a^2+b^2=90\end{cases}$ ; $b^2$ ;

3) $(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x-x^2 \geq 13^{\log_5(26-x^2)}$

$2^{\log_4 8}$ $\quad 8^{\log_4 2}$

$12^{\log_5 t}+t \geq 13^{\log_5 t}$ ; $t^{\log_5 12}+t \geq t^{\log_5 13}$

1) $2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{2}{17}$ ; $\cos 2\beta=\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad t\left(t^{\log_5 2,4}+1-t^{\log_5 2,6}\right)\geq 0$

1) $2\beta=\arccos\frac{1}{\sqrt{17}}+2\pi n$

$\sin\left(2\alpha+\arccos\frac{1}{\sqrt{17}}\right)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$ ; $\left[\begin{array}{l}2\alpha=-\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}-\arccos\frac{1}{\sqrt{17}}+2\pi n \\ 2\alpha=\pi+\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}-\arccos\frac{1}{\sqrt{17}}+2\pi n\end{array}\right.$

$\boxed{tg 2\alpha=\frac{2 tg\alpha}{1-tg^2\alpha}}$

$\sin 2\alpha\left(\frac{2}{17}-1\right)+2\sin 2\beta\cos 2\beta\cos 2\alpha=-\frac{2}{17}$

1 $\sin 2\beta=\frac{4}{\sqrt{17}}$ ; $-\frac{15}{17}\sin 2\alpha+2\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha=-\frac{2}{17}$

$-15\sin 2\alpha+8\cos 2\alpha=-2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)$

$-30\sin\alpha\cos\alpha+8(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)$

$10\cos^2\alpha-30\sin\alpha\cos\alpha \oplus 10\sin^2\alpha=0$ $\quad -6$

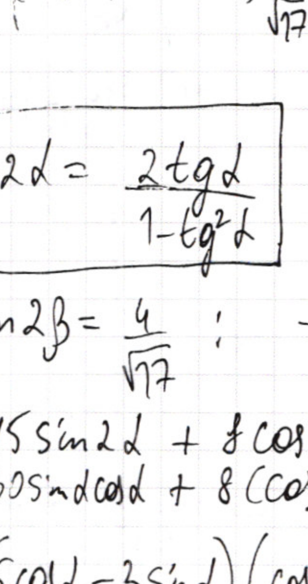
$5\cos^2\alpha-15\sin\alpha\cos\alpha-3\sin^2\alpha=0$

$(5\cos\alpha-3\sin\alpha)(\cos\alpha+\sin\alpha)=0$

$\boxed{AD=\sqrt{60^2+12^2}=12\sqrt{26}}$

$BD^2=l(l+2r)$

$\boxed{DE=\frac{1}{2}\sqrt{26}}$




$\frac{AD}{BD}=\frac{CD}{DE}$ $\qquad \cancel{B}$ $\frac{13}{25}=\frac{l+r}{l+2r}$ $\quad AF=\frac{65}{\sqrt{26}}=\frac{5}{2}\sqrt{26}$

$169=$ $\quad 13l+26r=25l+25r$

$r=12l$

$\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{26}}$ $\quad 169=l\cdot 25l$ ; $l=\frac{13}{5}$ ; $r=\frac{156}{5}$

$\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}=5$ $\quad \sin\varphi=\frac{5}{\sqrt{26}}$

$2R=l+2r=\frac{13}{5}+\frac{2\cdot 156}{5}$

$\sin(arctg 5)=$

$\boxed{AE=2R\sin\varphi=\frac{65\cdot 5}{\sqrt{26}}}=\boxed{\frac{25}{2}\sqrt{26}}$ $\quad R=\frac{13}{10}+\frac{156}{5}=\frac{325}{10}=\frac{65}{2}$

$\sin\left(arctg\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{\sqrt{26}}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha (2\cos^2 2\beta - 1) + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{2}{17}$ $\quad \beta = \pm\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \pi n$

$+\sin 2\alpha$

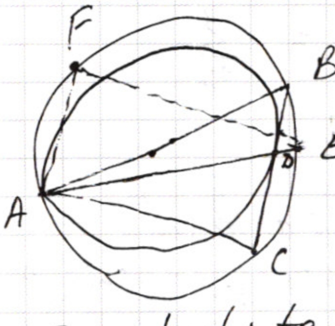
$2\cos^2 2\beta \sin 2\alpha + \sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{17}$

$2\sin(2\alpha + 2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$ ; $\cos 2\beta = \pm\frac{1}{17}\sqrt{17} = \frac{1}{\sqrt{17}}$ ;

$\sin\left(2\alpha \pm \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi n\right) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ ; $\alpha = \frac{1}{2}\left(\pm \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} - \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}\right)$

$$\left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{4}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{4}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}} \end{array}\right. ; \quad \begin{array}{l} \sin\left(2\alpha + \arcsin\frac{4}{\sqrt{17}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin\left(2\alpha - \arcsin\frac{4}{\sqrt{17}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \end{array}$$

$\sin 2\alpha = -\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} - \arcsin\frac{4}{\sqrt{17}} + \pi n$




$AB = 65$, $BC = 25$, $AC = 60$

$tg\varphi_1 = 5$ ; $tg\varphi_2 = \frac{12}{5}$

$tg(90° - \varphi_1) = \frac{1}{5}$ ; $tg(\alpha+\beta) = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta} =$

$= \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha\, tg\beta} = \frac{\frac{13}{5}}{1 - \frac{12}{25}} = 5$ ; $AC = 60$ ;

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $26x - x^2 \geq 13^{\log_5(26x-x^2)} - 12^{\log_5(26x-x^2)}$

$\log_5(26x-x^2) \geq \log_5\left(13^{\log_5 26x-x^2} - 12^{\log_5(26x-x^2)}\right)$

$t \geq \log_5(13^t - 12^t)$; $5^t \geq 13^t - 12^t$

$\left(\frac{12}{13}\right)^t + \left(\frac{5}{13}\right)^t - 1 \geq 0$; $t \leq 2$; $\log_5(26x-x^2) \leq 2$

$x^2 - 26x + 25 \geq 0$; $(x-25)(x-1) \geq 0$; $\left[\begin{array}{l} x \geq 25 \\ x \leq 1 \end{array}\right.$; $x \in (0;26)$

$x \in (0;1] \cup [25;26)$

$\forall x \in \left[\frac{2}{3}; 2\right]$: $18x^2 - (a+51)x + 28 - b \leq 0$

$\frac{8-6x - (3x-2)(18x^2-51x+28)}{3x-2} \geq 0$; $-54x^3 + 8 - 6x - (-153x^2 + 84x - 36x^2 + 102x - 56)$

$51^2 - 4 \cdot 18 \cdot 28 = 3^2(17^2 - 8 \cdot 28)$ $\cancel{51}$ $\cancel{-54x^3 + 45x + 36x^2 - 20}$

$\cancel{9 + 22{,}5 - 6,}$

$-54x^3 + 189x^2 - 180x + 64 = 0$

$-\frac{27}{4} + \frac{189}{4} - 90 + 64$ $\quad -2 + 7 - 60 + 64$

$-128 + 21 \cdot 16 - 240 + 64$

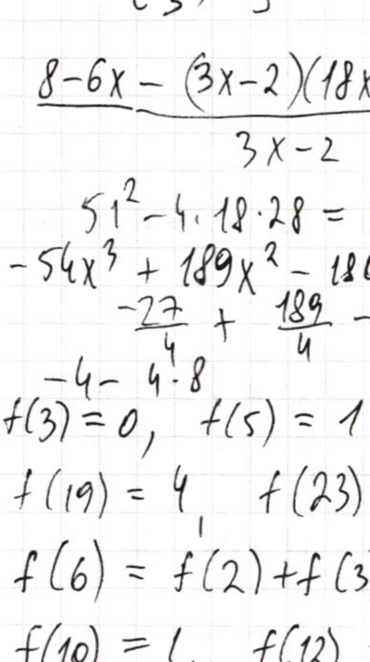
$-4 - 4 \cdot 8$

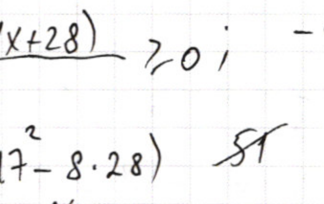
$f(3) = 0$, $f(5) = 1$, $f(7) = 1$, $f(11) = 2$, $f(13) = 3$, $f(17) = 4$,

$f(19) = 4$, $f(23) = 5$, $\cancel{f(29) = 7}$

$f(6) = f(2) + f(3) = 0$, $f(8) = f(4) + f(2) = 0$, $f(9) = 0$,

$f(10) = 1$, $f(12) = 0$, $f(14) = 1$, $f(15) = 1$, $f(16) =$



$f\left(\frac{4}{27}\right) = f(4) + f\left(\frac{1}{27}\right) =$

$= f(4) +$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$18x^2-(a+51)x+28-b\le 0 \quad \forall x\in(\frac{2}{3};2]$

① $x_0=\frac{a+51}{36}\le\frac{2}{3}$ : $\cancel{28}$ $72-2(a+51)+28-b\le 0$; $-2-2a\le b$

② $x_0=\frac{a+51}{36}\ge 2$ : $8-\frac{2}{3}(a+51)+28-b\le 0$;

$108-3b-2a-102\le 0$; $2-\frac{2a}{3}\le b$

$3^2(17^2-8\cdot 28)=$
$=3^2\cdot 65$

③ $a\in[-27;21]$ ; $\begin{cases}2-\frac{2a}{3}\ge b\\ -2-2a\ge b\end{cases}$

$51^2=2601$
$2160-144=2016$

$(a+51)^2-72(28-b)\ge 0$; $a^2+102a+585+72b\ge 0$

$\underline{8-6x-}3ax^2-3bx+2ax+2b\ge 0$; $3ax^2+x(-2a+3b+6)-2b-8\le 0$

$\cancel{-2a+3b+6}$ $\frac{2a-3b-6}{6a}\le\frac{2}{3}$; $4a^2+12ab-36b+9b^2+36+$

$(2a-3b-6)^2+12a(2b+8)\ge 0$; $+\cancel{8}72a\ge 0$

$-6(3x-2)-3(8-6x)=-12$; $\boxed{-1\le\frac{8-6x}{3x-2}<\infty}$

$28-\frac{51^2}{72}=-\frac{585}{72}=\frac{65}{8}$; $18\cdot\frac{4}{9}-51\cdot\frac{2}{3}+28=8-34+28=2$

$\frac{51}{36}=\frac{17}{12}$ $\quad 18\cdot\frac{289}{144}-\frac{51\cdot 17}{12}+28=\frac{289}{8}-\frac{\cancel{34\cdot 17}\,289\cdot 2}{8}+28=-\frac{289}{8}+28=$

$=-\frac{65}{8}$ $\quad 18\cdot\frac{4}{9}-34+28=2$;

$\le 18x^2-51x+28\le -2$ $\quad$ $\cancel{-2\le ax+b\le -1}$ $\quad ax+b\le-\frac{65}{8}$

$-\frac{66}{8}$ $\quad a>0$: $2a+b\le-\frac{65}{8}$ $\quad$ при $x\ge\frac{4}{3}$: $ax+b\le 0$

$a=0$; $b=-8{,}125$ $\quad 18\cdot\frac{16}{9}-51\cdot\frac{4}{3}+28=32+28-68$

$ax+b=t$

$a<0$: $\frac{2a}{3}+b\le-\frac{65}{8}$

$x\le\frac{4}{3}$

$-1\ge 2a+b\ge -2$ $\quad \frac{8a}{3}+2b>0$

$\frac{2}{3}a+b\ge 2$