МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$; перейдем от суммы к произведению.

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta=\frac{-2}{17}\ /:2$

Т.к. $\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$, то $-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta=\frac{-1}{17}\ /\cdot(-1)$

$\cos 2\beta=\frac{1}{\sqrt{17}}$

Откуда 1 случай $\sin 2\beta=+\frac{4}{\sqrt{17}}$;

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}+\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin(2\alpha+\arccos\frac{1}{\sqrt{17}})=-\frac{1}{\sqrt{17}}$;

$2\alpha+\arccos\frac{1}{\sqrt{17}}=\arcsin-\frac{1}{\sqrt{17}}$; т.к. $\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}$ для $x\in[-1;1]$, то.

$2\alpha+\frac{\pi}{2}=0 \Rightarrow \alpha=-\frac{\pi}{4} \Rightarrow \underline{\operatorname{tg}\alpha=-1}$

2 случай. $\sin 2\beta=-\frac{4}{\sqrt{17}}$, тогда $\sin 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}-\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha-\arccos\frac{1}{\sqrt{17}})=-\frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow 2\alpha-\arccos\frac{1}{\sqrt{17}}=-\arcsin-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\alpha-\frac{\pi}{2}=0 \Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{4} \Rightarrow \underline{\operatorname{tg}\alpha=1}$

Ответ: $\operatorname{tg}\alpha=1$; $\operatorname{tg}\alpha=-1$

2) $\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y-6x=\sqrt{(y-6)(x-1)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$

Пусть $x-1=t$, а $y-6=z$, тогда $y-6+6-6x=$
$=(y-6)-6(x-1)=z-6t$, значит ① $\begin{cases}(z-6t)^2=tz, \text{ где } (z-6t)\geq 0 \\ ② \ 9t^2+z^2=90\end{cases}$

① $= z^2-12tz+36t^2-tz=0\ /:z^2$, где $z\neq 0$ потому что пара $x=0$ и $y=0$ не подходит.

$(\frac{t}{z})^2-13(\frac{t}{z})+36=0$

$D=169-144=5^2$

$\frac{t}{z}=9$ и $\frac{t}{z}=4$

Продолжение →

Пусть $\frac{t}{z}=9 \Rightarrow z=9t$, подставим в ②

$9t^2+81t^2=90 \Rightarrow t=\pm 1$

1) $\begin{cases} t=1 \\ z=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-6=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=15 \end{cases}$, Подставив в исходную систему убедимся, что данные x и y подходят.

2) $\begin{cases} t=-1 \\ z=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1=-1 \\ y-6=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-3 \end{cases}$ Т.к. $y-6x \geq 0$ не подходят.

Пусть $\frac{t}{z}=4 \Rightarrow z=4t$, подставим в ②

$9t^2+16t^2=90 \Rightarrow 25t^2=90 \Rightarrow t^2=\frac{18}{5} \Rightarrow t=\pm 3\sqrt{\frac{2}{5}}$

1) $\begin{cases} t=3\sqrt{\frac{2}{5}} \\ z=12\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}$, но т.к. $z-6t \geq 0$, а $12\sqrt{\frac{2}{5}}-18\sqrt{\frac{2}{5}}<0$

Эта ~~серия~~ пара нам не подойдет.

2) $\begin{cases} t=-3\sqrt{\frac{2}{5}} \\ z=-12\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}$ Эта пара уже подходит под $z-6t \geq 0$, т.к. $-12\sqrt{\frac{2}{5}}+18\sqrt{\frac{2}{5}} \geq 0$

$\begin{cases} x-1=-3\sqrt{\frac{2}{5}} \\ y-6=-12\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1-3\sqrt{\frac{2}{5}} \\ y=6-12\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}$, Подставим x и y в исходную систему и убедимся, что пара подходит.

Ответ: $(2;15)$ и $\left(1-3\sqrt{\frac{2}{5}};6-12\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$

3) $|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

ОДЗ:
$26x-x^2>0$
$x \in (0;26)$

Выражение с модулем всегда раскрывается с ~~плюсом~~ минусом, т.к. $|-a| = a$ при $a>0$

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$, пусть $26x-x^2=t$

$t^{\log_5 12}+t \geq 5^{\log_5 13 \cdot \log_5(26x-x^2)}$

$t^{\log_5 12}+t \geq t^{\log_5 13}$, Заметим

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

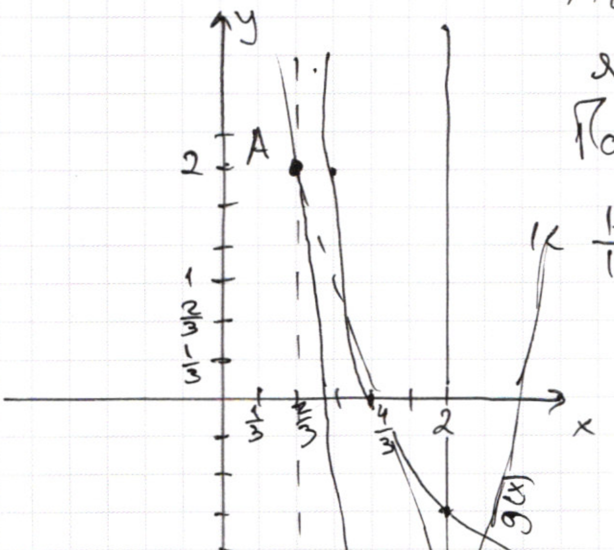
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6) $\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28$;

Тогда нам нужно найти такую прямую $y=ax+b$, которая при всех $x \in (\frac{2}{3};2]$ будет лежать ниже гиперболы и выше параболы.

Пусть гипербола $f(x)=\frac{8-6x}{3x-2}$, а $g(x)$ – парабола $18x^2-51x+28$

Построим графики функций на плоскости xoy.



Асимптотами гиперболы будут являться прямые $x=\frac{2}{3}$ и $y=-2$

Парабола с вершиной в точке $1 < \frac{17}{12} < 2$ пересекает ~~прямую~~ прямую $x=\frac{2}{3}$ в значении 2, а прямую $x=2$ в значении -2, тогда $y_b < -2$

$f(x)$ пересекает $x=2$ в значении $y=-1$; обозначим точки пересечения $g(x)$ с границами отрезков, через $A(\frac{2}{3};2)$ и $B(2;-2)$. Наша прямая будет проходить через точки A и B, тогда:

$$\begin{cases} \frac{2}{3}a+b=2 \\ 2a+b=-2 \end{cases} \Rightarrow a=-3 \text{ и } b=4$$, тогда прямая примет вид $y=-3x+4$

Продолжение →

Докажем, что у нее ед. точка пересечения ~~на x~~ при всех x.

$-3x+4=\frac{8-6x}{3x-2} \Rightarrow (-3x+4)(3x-2)=8-6x$

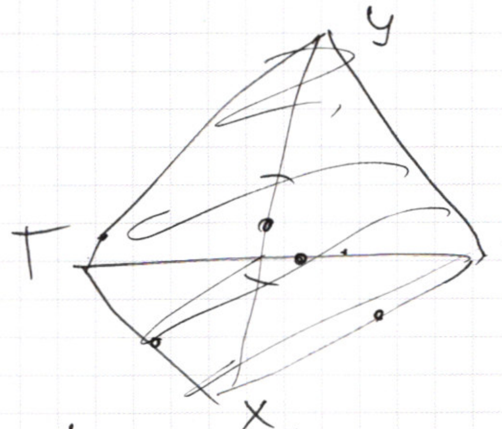
$9x^2-24x+16=0$

$D=576-36\cdot16=0$

Тогда эта прямая проходит через точки A и B, касается гиперболы, причем на $x\in[\frac{2}{3};2]$ остается ниже нее. И пересекает параболу в точках A и B, условия выполнены. Данная прямая единственная т.к. не может лежать выше точек A и B (будет 2 решения с $f(x)$) и ниже A и B (будет 2 пересечения с $g(x)$)

Ответ: $a=-3$; $b=4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\log_5 12 \neq \log_5 13$

$(26x-x^2)^{\log_5 12} + (26x-x^2) \geqslant 13^{\log_5 (26x-x^2)}$

$t^{\log_5 12} + t \geqslant 13^{\log_5 t}$

$t^{\log_5 12} + t \geqslant 5^{\log_5 13 \cdot \log_5 t}$

$t^{\log_5 12} + t \geqslant t^{\log_5 13} \quad / : t^{\log_5 13}$

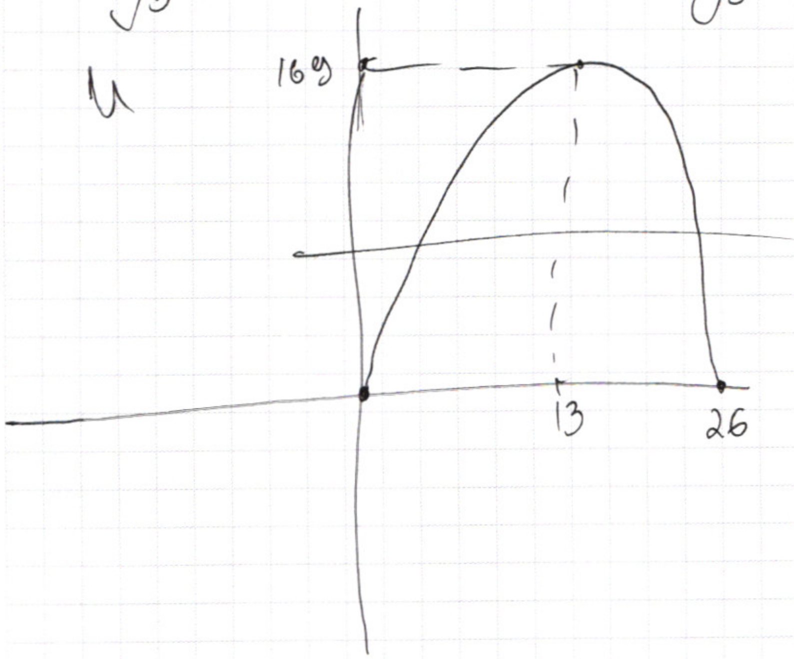
$\frac{t^{\log_5 12}}{t^{\log_5 13}} = t^{\log_5 12 - \log_5 13} = t^{\log_5 \frac{12}{13}}$

$t^{\log_5 \frac{12}{13}} + t^{1-\log_5 13} - 1 \geqslant 0$

$t^{\log_5 \frac{12}{13}} + t^{\log_5 \frac{5}{13}} - 1 \geqslant 0$

$f(t)\; t^{\log_5 12} + t - t^{\log_5 13} \geqslant 0 \quad t > 0$

$\log_5 12 \cdot t^{\log_5 \frac{12}{5}} + 1 - \log_5 13 \cdot t^{\log_5 \frac{13}{5}} = 0$



$26x - x^2 = 0$

$x(26-x) = 0$

$t^{\log_5 12} + t \geqslant 13^{\log_5 t}$

$t^{\log_5 12} + t \geqslant t^{\log_5 13}$

$\left(5^{\log_5 13}\right)^{\log_5 t}$

$t^{\log_5 12} + t -$

$A\left(\frac{2}{3}; 2\right)$ и $B(2; -2)$

$a\cdot\frac{2}{3} + b = 2$

$2a + b = -2$

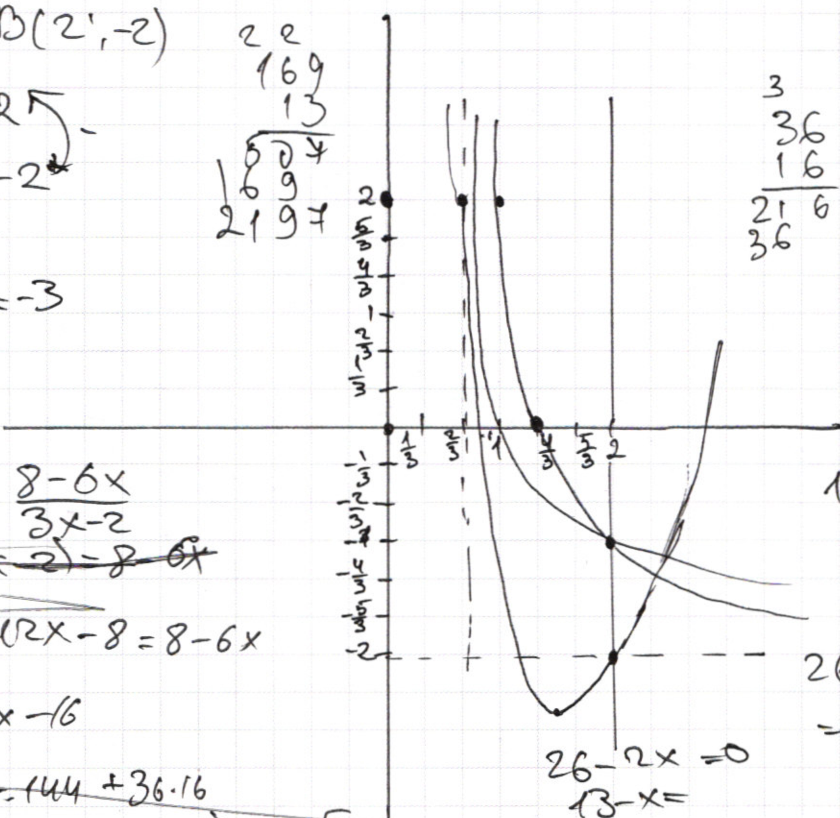
$\frac{4}{3}a = -4$

$a = -\frac{4\cdot 3}{4} = -3$

$-6 + b = -2$

$b = 4$

2^2 169 13 507 169 2197



36 16 216 36

$y = 3x + 4 = \frac{8-6x}{3x-2}$

$\cancel{(3x+4)(3x-2) = 8-6x}$

$9x^2 - 6x + 12x - 8 = 8 - 6x$

$12^3 + 125 \geqslant 13^3$

$9x^2 + 12x - 16$

$26\cdot 13 - 13\cdot 13$

$= 13(26-13)$

$26 - 2x = 0$

$13 - x =$

$\cancel{3x^2}$ $D = 144 + 36\cdot 16$

$36(4+16) = 36\sqrt{20}$

$\frac{-12 \pm 6\sqrt{20}}{18} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{20}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{3}$

$y = -3x + 4$

$(-3x+4)(3x-2) = 8 - 6x$

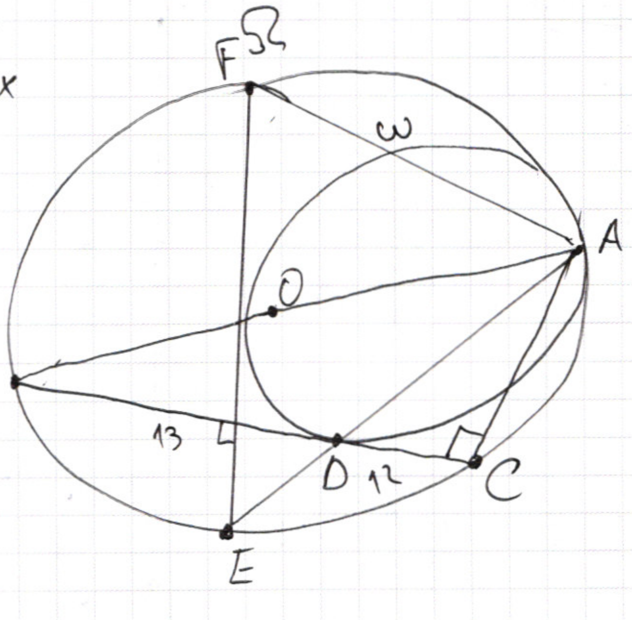
$-9x^2 + 6x + 12x - 8 = 8 - 6x$

$-9x^2 + 24x - 16 = 0$

$9x^2 - 24x + 16 = 0$

$576 - 36\cdot 16 =$

$\frac{24}{18} =$



$t^{\log_5 12} + t \geqslant 13^{\log_5 t}$

$t^{\log_5 12} + t \geqslant \left(5^{\log_5 13}\right)^{\log_5 t}$

$t^{\log_5 12} + t \geqslant 5^{\log_5 13 \cdot \log_5 t}$

$t^{\log_5 12} + t \geqslant t^{\log_5 13}$

$>0 \quad >0 \quad >0$

$\log_t\left(\cancel{\log}\, t^{\log_5 12} + t\right) \geqslant \log_5 13$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

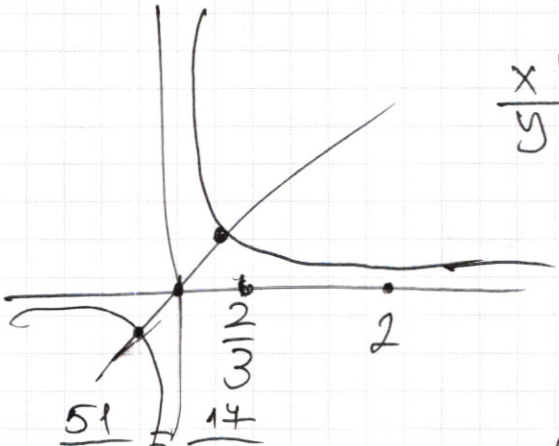
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{51}{36} = \frac{17}{12}$

$-\left(\frac{6x-8}{3x+2}\right)$

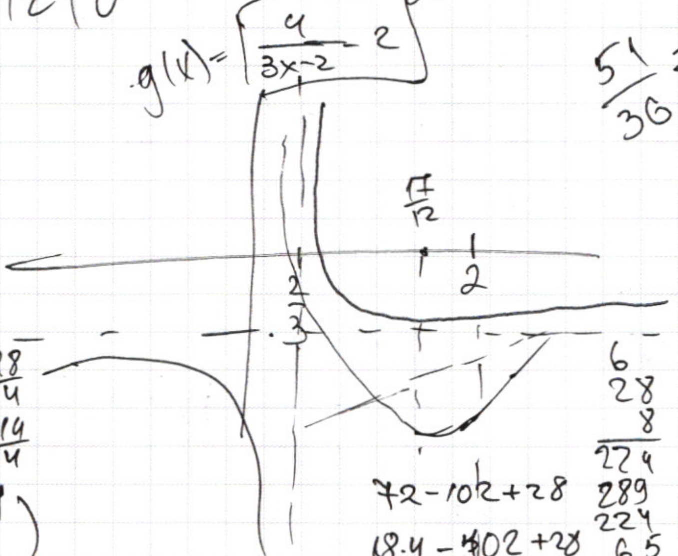
x	2	1	4/3
y	-1	2	0

$6x-8 \,|\, 3x-2$
$6x-4 \quad 2$
-4

$2-\frac{4}{3x-2}$

$g(x)=\boxed{\frac{4}{3x-2}-2}$

$\frac{51}{36}=\frac{17}{12}$



$-\frac{18}{4}+b=-1$
$b=-1+\frac{18}{4}$
$b=\frac{14}{4}$

$\frac{1}{x}>x$

$\frac{1-x^2}{x}\geq 0$

$\frac{(x-1)(x+1)}{x}<0$

$-\;+\;-\;+$
$-1 \quad 0 \quad 1$

$$\begin{cases} 2a+b=-1 \\ \frac{2}{3}a+b=2 \end{cases}$$

$\frac{4}{3}a=-3$

$a=-\frac{3\cdot 3}{4}$

$-\frac{9}{4}$

6
28
8
224
289
224
65

$72-102+28$
$18\cdot 4-102+28$

$f(x)=18x^2-51x+28$

$f(2)=18\cdot 4-102+28$
$72-102+28$
-2

$f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{\overset{2}{\cancel{18}}\cdot 4}{\cancel{9}}-\frac{\overset{17}{\cancel{51}}\cdot 2}{\cancel{3}}+28$
$8-34+28$
2

$y=-\frac{9}{4}x+\frac{14}{4}=\frac{4}{3x-2}-2$

$-\frac{10}{18}=-\frac{5}{9}$

$-9x+14=\frac{16}{3x-2}-8$

$-9x+22=\frac{16}{3x-2}$

$-\frac{10}{4}$

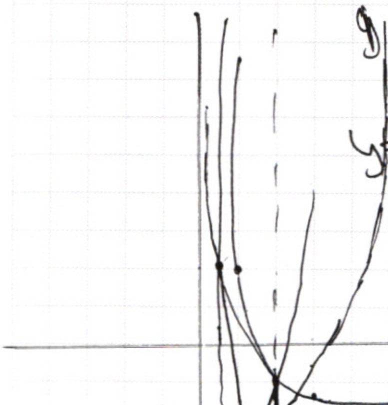
~~f22~~

$289\cdot 9-4\cdot 9\cdot 2\cdot 28$

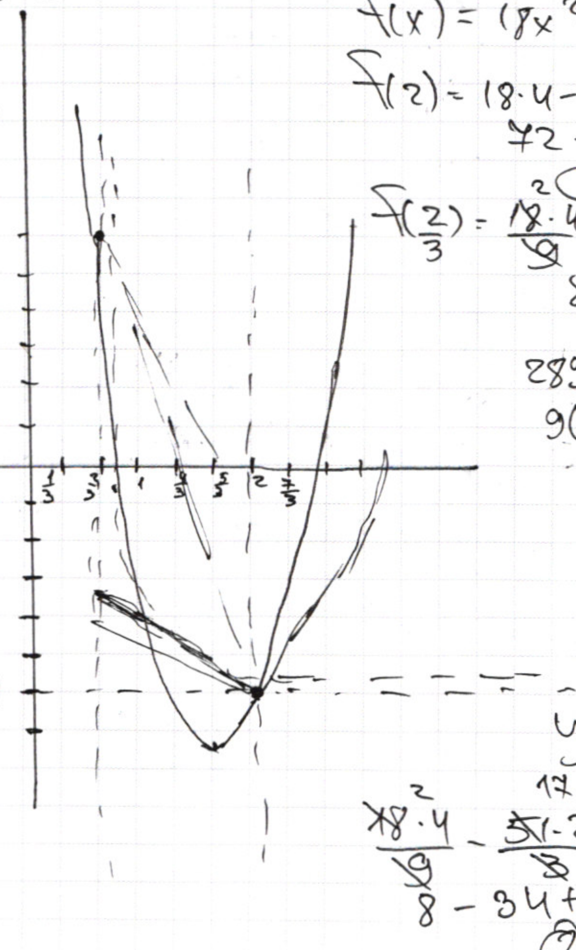
$9(289-28\cdot 8$

$\frac{51\pm 3\sqrt{65}}{36}$

$\frac{17\pm\sqrt{65}}{12}$



$A(2;-1)$
$B\left(\frac{2}{3};2\right)$
$y=a\left(x-\frac{2}{3}\right)+2$
$ax-\frac{a2}{3}+2-2$



$y=-2$

$\frac{\overset{2}{\cancel{18}}\cdot 4}{\cancel{9}}-\frac{\overset{17}{\cancel{51}}\cdot 2}{\cancel{3}}+28$
$8-34+28$
2

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\cancel{\sin(2(\alpha+\beta)) =}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$(\sin\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos\alpha)(\cos\alpha \cdot \cos 2\beta - \sin\alpha \cdot \sin 2\beta)$

1) $2\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

2) $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$

$\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$

$\sin(\underbrace{x-y}_{t}) + \sin(\underbrace{x+y}_{z}) = 2\sin x \cdot \cos y$

$2\sin\frac{t+z}{2}\cdot\cos\frac{z-t}{2}$

$\begin{cases} x-y=t \\ x+y=z \end{cases}$ $x=\frac{t+z}{2}$, $-2y=t-z$, $y=\frac{z-t}{2}$

$2\alpha+4\beta$

$\sin(2(\alpha+2\beta)) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$2\sin(\alpha+2\beta)\cdot\cos(\alpha+2\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin(\alpha+2\beta)\cdot\cos(\alpha+2\beta) + \sin\alpha\cdot\cos\alpha = -\frac{1}{17}$

$1-2\sin^2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$-2\sin^2\beta = \frac{-1-\sqrt{17}}{17}$

$\sin^2\beta = \frac{1+\sqrt{17}}{34}$

$2\alpha+4\beta-2\alpha$

$2\sin\frac{4\alpha+4\beta}{2} = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{1}{17}$

$+\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta = +\frac{1}{17}$

$\boxed{\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}}$

$2\beta = \arccos\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\frac{1}{17}}$

$\sin 2\beta = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$ $\frac{16}{17}$

1) $\sin 2\beta = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha + \arccos\frac{1}{\sqrt{17}}) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\alpha + \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} = -\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\alpha + \frac{\pi}{2} = 0$

$\alpha = -\frac{\pi}{4}$

$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(-\frac{\pi}{4}) = -1$

$\arcsin x + \arcsin y = \{$

$\arcsin(y\sqrt{1-x^2} + x\sqrt{1-y^2}) =$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\sqrt{\frac{17}{17}-\frac{16}{17}} + \frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\sqrt{1-\frac{1}{17}}\right)$

$\left(\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{4}{\sqrt{17}}\right) = \left(-\frac{3}{\sqrt{17}}\right)$

2) $\sin 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow 2\beta = \arcsin -\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha + \arcsin -\frac{4}{\sqrt{17}}) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\alpha + \arcsin -\frac{4}{\sqrt{17}} = \arcsin -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\operatorname{tg} 2\alpha +$

$\sin x\cdot\cos y + \sin y \cdot\cos x$

$\cos x\cdot\cos y - \sin x\cdot\sin y$

$\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1-\operatorname{tg} x\operatorname{tg} y}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha - \arccos\frac{1}{\sqrt{17}}) = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\alpha - \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} - \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} = 0$

$2\alpha - \frac{\pi}{2} = 0$

$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = 1$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{x(y-6)-(y-6)}=\sqrt{(y-6)(x-1)} \quad (y-6x)^2=(y-6)(x-1) \\ \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 336 \\ 45 \\ \hline 1680 \\ 1344 \\ \hline 15120 \end{array}$$

$324-4\cdot 9(y^2-12y-45) = 324-36y^2+144\cdot 3y+36\cdot 45$

$36(9-y^2+12y+45)$

$36(9-y^2+12y+54)$

$9x(x-2)$

$9(x^2-2x+1)$

$9(x-1)^2+(y-6)^2=90$

$4\cdot 3$ $\quad 64\cdot 27$ $\quad 64^2$

$y-6x$ $\quad 12\cdot 15 = 180$

$y-6+6-6x$

$(x-1)=t; \; y-6=z$ $\quad 13^2=169$

$\cancel{z+6}(x-1)$

$z-6t$

$$\begin{cases} (z-6t)^2=tz \\ 9t^2+z^2=90 \end{cases}$$

$z^2-12tz+36t^2=tz$

$z^2-13tz+36t^2=0 \; |:z^2$

$169-144=5^2$

$\frac{13\pm 5}{2}=9;4$

$\frac{z}{t}=9; \; \frac{z}{t}=4$

$z=9t$

$9t^2+81t^2=90$

$90t^2=90$

$t^2=1$

$t=\pm 1$

$36+225-36-180$

$z=4\cdot\left(\pm\sqrt{\frac{18}{5}}\right)$

$t=\pm\sqrt{\frac{18}{5}}$

$t=3\sqrt{\frac{2}{5}}; \; z=12\sqrt{\frac{2}{5}}$

$\frac{90}{25}$ $\quad \frac{18}{5}$

$6-12\sqrt{\frac{2}{5}}-6+18\sqrt{\frac{2}{5}} \quad 12\sqrt{\frac{2}{5}}-$

$6\sqrt{\frac{2}{5}}$

$12^3+125 = 7\cdot 13$ $\quad 26\cdot 13-13\cdot 13$ $\quad 13(26-13)$ $\quad 26$

$\frac{1}{12}+\frac{1}{5}$ $\quad \frac{16}{180}$

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$|-(\underbrace{26x-x^2}_{})|$ $\quad a>0$ $\quad |-a|$ $\quad a=5$ $\quad |-5|=5$ $\quad a=-1$ $\quad |-a|=$

$26-2x=0$ $\quad x=13$ $\quad 13(26-13)$ $\quad 169$ $\quad 26$

ОДЗ:

$26x-x^2>0$

$x(26-x)>0$

$x(x-26)<0$

$0 \quad 26$

$x\in(0;26)$

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$26x-x^2$ $\quad (5)^{\log_5 13\cdot\log_5(26x-x^2)}$

$(26x-x^2)^{\log_5 13}$

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+(26x-x^2) \geq (26x-x^2)$

$t^{\log_5 12}+t^1 \geq t^{\log_5 13}$

$t(t^{(\log_5 12-\log_5 5)}+1$

$25-13$

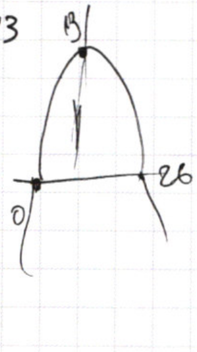
$26\cdot 25-25\cdot 25$

25

$\log_5 13$

$\log_5 12$

$\log_5 13-1$



x^a $\quad \log_5 12\cdot t^{\log_5\frac{12}{5}}+\cancel{t}+1 \geq \log_5\frac{13}{5}\cdot t^{\log_5\frac{13}{5}}$

$26x-x^2=5$

$676-4\cdot(-1)(-5)$

$676-20$

$\frac{8-6x}{3x-2}$

$8-6x \,|\, 3x-2$

$6x-8 \,|\, 3x-2$

$6x-4 \quad 2$

-4

$-2+\frac{4}{3x-2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)