МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

© МФТИ, 2022

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. Ответ: $-\frac{1}{4}; -4; 0$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

(1) $\sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \cos 2\alpha \sin 4\beta + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

(2) $\sin 2\alpha \cdot (2\cos^2 2\beta - 1 + 1) + 2\cos 2\alpha \sin 2\beta \cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

Разделив (2) на (1), получим, что

$2\cos 2\beta = \frac{8}{\sqrt{17}}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{17}}$

I случай, $\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$, подставим в (1)

$2\sin\alpha\cos\alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$8\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = -1 = -\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$

$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha = 0 \quad | : 2\cos^2\alpha$

$4\,\mathrm{tg}\,\alpha = -1$

$\mathrm{tg}\,\alpha = -\frac{1}{4}$

II случай, $\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$, подставим в (1)

$2\sin\alpha\cos\alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^2\alpha = 0 \quad | : 2\cos^2\alpha$

$4\,\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}^2\alpha = 0 \quad \mathrm{tg}\,\alpha(\mathrm{tg}\,\alpha + 4) = 0 \Rightarrow \mathrm{tg}\,\alpha = 0; -4$

N5. Ответ: 229

Из условия следует, что $f(2)=0$ и $f(3)=0$ $\left(f(p)=[\frac{p}{4}]\right)$

Также $f(2)=f(1)+f(2) \Rightarrow f(1)=0$

$f(x/y)=f(x)+f(\frac{1}{y})$, $\frac{1}{y}$ - рациональное $\Rightarrow$ условие выполнено.

$f(\frac{1}{y}\cdot y)=f(1)=f(\frac{1}{y})+f(y)=0 \Rightarrow f(\frac{1}{y})=-f(y)$

Также заметим, что $f(4)=f(2)\cdot 2=0$

$f(3a)=f(3)+f(a)=f(a)$, $f(2a)=f(a)$ аналогично.

Тогда, пользуясь этим, составляем таблицу:

~~$f(1)=0$~~	$f(8)=0$	$f(16)=0$	$f(23)=5$
~~$f(2)=0$~~	$f(9)=0$	$f(17)=4$	$f(24)=0$
$f(3)=0$	$f(10)=1$	$f(18)=0$	$f(25)=f(5)+f(5)=2$
$f(4)=0$	$f(11)=2$	$f(19)=4$	
$f(5)=1$	$f(12)=0$ $f(13)=3$	$f(20)=1$	$f(26)=3$
$f(6)=0$	$f(14)=1$	$f(21)=1$	$f(27)=0$
$f(7)=1$	$f(15)=1$	$f(22)=2$	

Заметим, что они все положительны. Рассмотрим такие y и x, что $f(y)=1$ и $f(x/y)<0$. Тогда $f(y)=1$ в 7 случаях, тогда $f(x)=0 \Rightarrow$ их 10. Пар таких ~~$7\cdot 9=63$~~ $7\cdot 10=70$. 2) $f(y)=2$ - их 3, тогда $f(x)\le 1$ - их 17, $3\cdot 17=51$. 3) $f(y)=3$ - их 2, $f(x)\le 2$ - их 20, $2\cdot 20=40$ 4) $f(y)=4$ - их 2, $f(x)\le 3$ - их 22, $22\cdot 2=44$ 5) $f(y)=5$ - 1 штука, $f(x)\le 4$ - 24 штуки, пар - $1\cdot 24=24$

$70+51+40+44+24=229$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

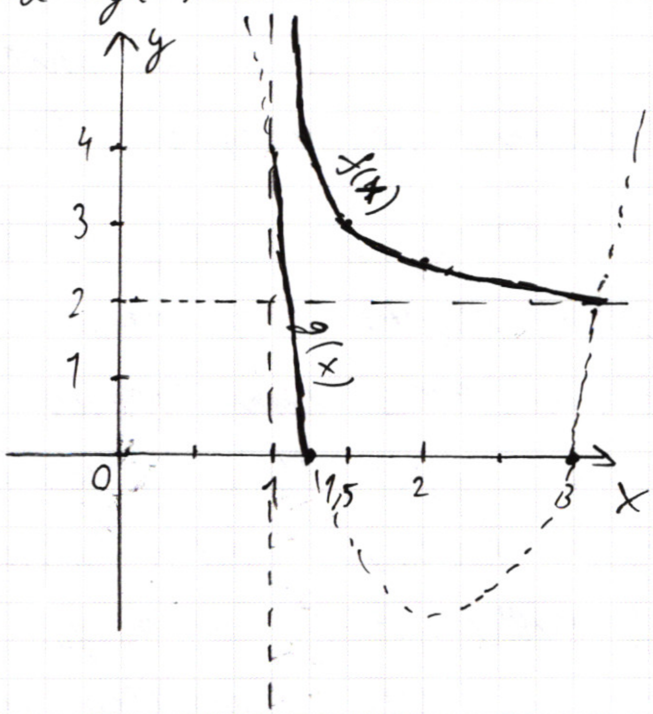
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

Ответ: $(\cancel{\ldots}) \; (a=-2;\ b=6)$

Рассмотрим графики

$f(x) = \frac{4x-3}{2x-2} = 2 + \frac{1}{2x-2}$ и $g(x) = 8x^2 - 34x + 30$



$g(x) = 0 \Rightarrow$

$8x^2 - 34x + 30 = 0$

$4x^2 - 17x + 15 = 0$

$D = 289 - 240 = 49$

$x_1 = \frac{17+7}{8} = 3$

$x_2 = \frac{17-7}{8} = \frac{10}{8} = 1{,}25$

$g(1) = 4$

Таким образом $u(x) =$

$= ax + b$ такова, что $u(1) \geq 4$ иначе есть пересечение с графиком $g(x)$, ~~также~~ тогда условие нарушится $u(3) \geq 0$

Рассмотрим случай $u(1) = 4$, $u(3) = 0$, тогда

$a = -2$, $b = 6$. Сразу отметим, что $a \leq 0$, поскольку если бы $u(x)$ возрастала, то $u(3)$ было бы $>$ $u(1)$, но $f(3) = 2{,}25 < u(1)$, а $u(3) \leq f(3)$ по условию. $(u(3) \geq 0$, т.к. $g(3) = 0)$.

~~$a + b = 4,\ 3a + b = 0 \Rightarrow a$~~

Рассмотрим случай, когда $f'(x) = -2$

Продолжение №6.

$$f'(x) = -\frac{1}{2(x-1)^2} = -2 \Rightarrow 4x^2-8x+4=1$$

$4x^2-8x+3=0$

$D=64-48=16$

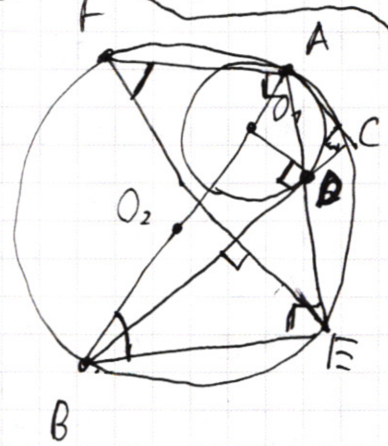
$x_1 = \frac{8+4}{8} = 1,5$

$x_2 = \frac{8-4}{8} = 0,5$ - не интересует, т.к. рассматривается промежуток $(1;3]$.

$f(1,5)=3$, но и $h(1,5)=3 \Rightarrow$ они касаются в этой точке. В таком случае, если предполагать, что есть другие значения a и b, то график $h(x)$ либо будут выше $f(x)$ (пересечение будет выше), либо пересечет ось Ox ~~не~~ в точке $(3;0)$, но тогда при $x=3$ $g(x)$ будет $> h(x)$, что запрещено условием, поэтому подходят только $a=-2$, $b=6$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4. Ответ: $R = \frac{39}{8}$, $r = \frac{65}{24}$; $\angle AFE = 90° - \frac{\arccos\left(\frac{5}{13}\right)}{2}$; $S = \frac{351}{16}$



Пусть O_1, O_2 — центры ω, Ω; r, R — радиусы ω, Ω.

$\angle ACB = \angle AEB = 90°$, т.к. опирается на диаметр AB. Кроме того, $\angle O_1DB = 90°$, т.к. BD — касательная. $AB \ni O_1, O_2$, т.к. точка касания окружностей и их центры всегда лежат на одной прямой. Тогда в силу подобия

$$\frac{BO_1}{BA} = \frac{BD}{BC}, \text{ т.е. } \frac{2R-r}{2R} = \frac{13\cdot 2}{2\cdot 18} = \frac{13}{18}, \text{ т.е.}$$

$r = \frac{5}{18}\cdot 2R = \frac{5}{9}R$. Кроме того, $BO_1^2 = O_1D^2 + BD^2$, т.е.

$$4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + \frac{169}{4}, \quad 4R^2\left(1 - \frac{5}{9}\right) = \frac{169}{4}$$

$$R = \sqrt{\frac{169\cdot 9}{4\cdot 16}} = \frac{39}{8}, \quad r = \frac{5}{9}R = \frac{65}{24}$$

В силу вписанности $BFAE$ $\angle AFE = \angle ABE$, а $\angle ABE = 90° - \angle O_1AD$, но $O_1A = O_1D \Rightarrow \angle O_1AD = \angle O_1DA \Rightarrow \angle ABE = 90° - \frac{\angle BO_1D}{2}$.

$$\angle BO_1D = \arccos\left(\frac{r}{2R-r}\right) = \arccos\left(\frac{\frac{5}{9}R}{\frac{13}{9}R}\right) = \arccos\left(\frac{5}{13}\right)$$

Продолжение № 4.

$\angle AFE = 90° - \dfrac{\arccos\left(\frac{5}{13}\right)}{2}$

BFAE – прямоугольник, т.к. он вписан и $\angle FAE = \angle AEB = 90°$, т.к. $O_1D \parallel FE$, т.е. $\angle FEA = \angle O_1DA = \angle O_1AD$, а $\angle FAB = \angle FEB$ (в силу вписанности). Тогда $S_{AEF} = \dfrac{S_{BFAE}}{2} = \dfrac{AB^2 \cdot \sin\angle BO_2E}{4}$, т.к. AB – диаметр, BFAE – прямоугольник, т.е. и FE диаметр, но ~~sin BO2E~~ $\angle BO_2E = \angle BO_1D$ в силу параллельности, а $\sin\angle BO_1D = \dfrac{12}{13}$

~~S_{BFAE}~~ $S_{AEF} = R^2 \cdot \dfrac{12}{13} = \dfrac{169 \cdot 9 \cdot 12}{16 \cdot 4 \cdot 13} = \dfrac{13 \cdot 9 \cdot 3}{16} = \dfrac{351}{16}$

Ответ: $R = \dfrac{39}{8}$; $r = \dfrac{65}{24}$; $\angle AFE = 90° - \dfrac{\arccos\left(\frac{5}{13}\right)}{2}$; $S = \dfrac{351}{16}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y=2$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$\frac{9}{x^2}-\frac{15}{xy}+\frac{4}{y^2}+\frac{2}{xy^2}+\frac{3}{yx^2}=\frac{2}{x^2y^2}$

$\frac{3}{y^2}+\frac{3}{x^2}-\frac{6}{xy^2}-\frac{4}{x^2y}=\frac{4}{x^2y^2}$

$9a^2-15ab+4b^2+2ab^2+3a^2b=2a^2b^2$

$3b^2+3a^2-6ab^2-4a^2b=4a^2b^2$

$3x^2-6x+3y^2-4y+4=0$

$D=36-4\cdot3\cdot(3y^2-4y+4)=36-36y^2+48y-48=$

$=-36y^2+48y-12=-12(3y^2+4y+1)$

$4x^2=-2x+2$

$2x^2+x-1=0$

$D=1+8=9$

$x_1=$

$3x^2-6x-4=0$

$D=36+4\cdot12=36+48=84$

$\frac{1}{x}=a,\ \frac{1}{y}=b$

3

$3-2-3+2=0$

$x^2+6x=0$

$x=-6;\ x=0$

$3^{\log_{4}(x^2+6x)}+x^2+6x-|x^2+6x|^{\log_4 5}=0$

$x^2+6x=t$

$3^{\log_4 t}+t-|t|^{\log_4 5}=0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№3

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

ОДЗ:
$x^2+6x>0$

$t = x^2+6x$, $t>0$ из-за ОДЗ

~~$3^{\log_4 t} + t - |t|^{\log_4 5} \geq 0$~~ ~~с учетом ОДЗ.~~

~~$3^{\log_4 t} \geq t^{\log_4 5 + 1} = t^{\log_4 20}$~~

$3^{\log_4 t} \geq t + t^{\log_4 5}$

~~Заметим, что $(3^{\log_4 t})' \leq 1$~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-\frac{1}{2(x-1)^2} = -2$

$4(x-1)^2 = 1$

$4x^2 - 8x + 3 = 0$

$D = 64 - 48 = 16$

$x_1 = \frac{8+4}{8} = 1{,}5$

$x_2 = \frac{8-4}{8} = 0{,}5$ – не подходит

$-2 \cdot 1{,}5 + 6 = 3$

$a + b$

$1 + b > 4$

$3a + b > 0$

$2a > -4$

$a > -2$

3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/4]$

p – простое.

$2 \le x \le 27$

$3 \le y \le 27$

$f(x/y) < 0$

$f(x/y) = f(x) + f(\frac{1}{y})$

$f(\frac{1}{y} \cdot y) = f(\frac{1}{y}) + f(y) = 0 \Rightarrow$

$\frac{1}{4} \cdot \log_4 5$

$\Rightarrow f(x/y) = f(x) - f(y)$

$f(2x) = f(2) + f(x) \Rightarrow f(2x) = f(x)$

$f(3x) = f(x)$

$f(2) = 0$

~~$f(4) = 0$~~

$f(4) = 0$

$f(1) = 0$

$f(3) = 0$

$f(5) = 1$

$f(7) = 2$

$f(11) = 3$

$f(13) = 4$

$f(6) = 0$

$f(8) = 0$

$f(9) = 0$

$f(10) = 1$

$f(12) = 0$

$f(14) = 2$

$f($

$68 + 110 + 51 = 161 + 68 = 229$

$\sqrt{3} \ge 2a$

$3^{\log_4 t} \ln 3 \cdot \frac{1}{\ln 4 \cdot t} + 1 - \log_4 5 \cdot t^{\log_4 1{,}25}$

$3 \ge 4 + 5$

$\frac{1}{3} \ge \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5+4}{20} = \frac{9}{20}$

$t = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{9} = \frac{1}{16} + \frac{1}{25}$

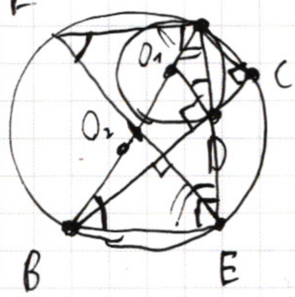
$\frac{25 + 16}{16 \cdot 25}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$CD = \frac{5}{2}$

$BD = \frac{13}{2}$

$\angle AFE - ?$

$R, r - ?$

$S_{AEF} - ?$

$\frac{BO_1}{BA} = \frac{BD}{BC}$

$BC = 9$

$FO_2 \cdot O_2A +$

$+ EO_2 \cdot$

$\angle AFE = \angle ABE =$

$= 90^\circ - \angle BAE, \; O_1D = O_1A \Rightarrow$

$\Rightarrow 90^\circ - \angle \frac{BO_1D}{2}$

$\angle BO_1D = \arccos \frac{\frac{5}{9}R}{2R \cdot \frac{13}{18}} =$

$= \arccos\left(\frac{5}{13}\right)$

$AB^2 \cdot \sin(\arccos$

$\frac{2R - r}{2R} = \frac{13}{18}$

$2R - r = 2R \cdot \frac{13}{18}$

$r = 2R \cdot \frac{5}{18} = \frac{5}{9}R$

$(2R - r)^2 = r^2 + \frac{169}{4}$

$4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + \frac{169}{4}$

$4R^2\left(1 - \frac{5}{9}\right) = \frac{169}{4}$

$R^2 = \frac{169 \cdot 9}{16 \cdot 4} \Rightarrow$

$R = \frac{39}{8}$

$r = \frac{5 \cdot 13}{3 \cdot 8} =$

$\frac{65}{24}$

$(a^2 + a^2 + a^2 + a^2) \cdot \frac{\sin \alpha}{2} =$

$= \frac{2a^2 \sin\alpha}{} = \frac{4a^2 \sin}{2}$

$39 \cdot 9 = \cancel{380}$

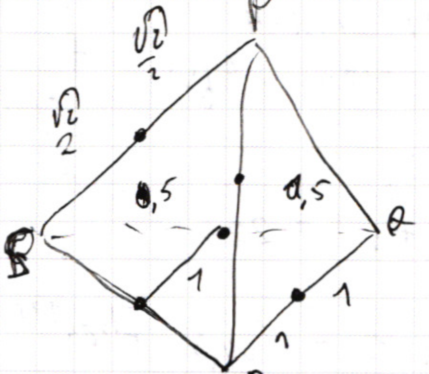
351

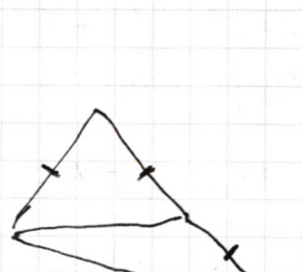
$\frac{\frac{13}{2}}{\frac{39}{4} \cdot \frac{13}{18}} =$

$\frac{39 \cdot 5}{8 \cdot 9} = \frac{13 \cdot 5}{3 \cdot 8} =$

$= \frac{4 \cdot 3 \cdot 6}{39 \cdot 2} =$

$= \frac{12}{13}$





$3y^2 - 4y + 1 = ,$

$D = 16 - 12 = 4$

$y_1 = \frac{4 + 2}{6} = 1 \; ; \; y_2 = \frac{4 - 2}{6} = \frac{1}{3}$

$(y - 1)\left(y - \frac{1}{3}\right) \cdot -\frac{12}{1} =$

$= (1 - y)(12y - 4)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad$ $\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha)\cos(2\beta) + \cos(2\alpha)\sin(2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha)\cos(4\beta) + (\cos(2\alpha))(\sin 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha)(2\cos^2 2\beta - 1 + 1) + 2\cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot \cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$2\sin(2\alpha)\cos 2\beta \cos 2\beta + 2\cos 2\alpha \sin 2\beta \cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$$2\cos 2\beta = \frac{-\frac{8}{17}}{\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)} = \frac{8}{\sqrt{17}}$$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\sin\alpha\cos\alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$8\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - \cancel{\sin^2\alpha} = -1 = -\cancel{\sin^2\alpha} - \cos^2\alpha$

$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha = 0 \quad |:\cos^2\alpha$

$8\,tg\alpha + 2 = 0$

$tg\alpha = -\frac{1}{4}$

$8\sin\alpha\cos\alpha - \cancel{\cos^2\alpha} + \sin^2\alpha = -\sin^2\alpha - \cancel{\cos^2\alpha}$

$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^2\alpha = 0 \quad |:\cos^2\alpha$

$8\,tg\alpha + 2\,tg^2\alpha = 0$

$tg\alpha(tg\alpha + 4) = 0$

$tg\alpha = 0; \quad tg\alpha = -4$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}$

$x(3y-2)-3y+2=$

$=(x-1)$

$(3y-2)$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$3y($

$3x^2-6x+3=3(x^2-2x+1)=$

$=3(x-1)^2$

$\boxed{(x-1)(3y-2)\geq 0 \quad 3y-2x\geq 0}$

$3y^2-4y-7=0$

$D=16+4\cdot 21=100$

$\cancel{84+26}$

$9y^2-12xy+4x^2=$

$=3xy-2x-3y+2$

$y_1=\frac{4+10}{3}=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$

$y_2=\frac{4-10}{6}=-1$

$3y\cancel{(y+1)}$

$(y-7)(y+1)$

I

$(x-1)=\sqrt{\ }$

$18y^2-24xy+8x^2=6xy-4x-6y+3x^2-6x+3y^2-4y$

$\{x\geq 1 \quad y\geq\frac{2}{3}$ или $\{x\leq 1,\ y\leq\frac{2}{3}$

$\frac{17}{8}$

$\cancel{3x(}\ 3x(x-2)+y(3y-4)=4$

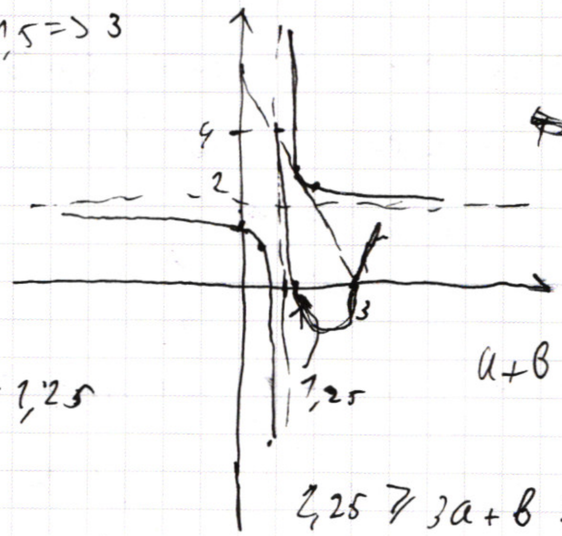
$\frac{4x-3}{2x-2}=2+\frac{1}{2x-2}=0$

$2+\frac{1}{2}(x-1)^{-1}=$

$=-\frac{1}{2}(x-1)^{-2}$

$x=1,5 \Rightarrow 3$

$-\frac{1}{2(x-1)^2}$



$8x^2-34x+30=0$

$4x^2-17x+15=0$

$\cancel{1} = 2,25$

$D=289-240=49$

$x_1=\frac{17+7}{8}=\frac{24}{8}=3$

$-\frac{1}{\ }$

$x_2=\frac{17-7}{8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}=1,25$

$a+b\geq 4$

$8-34+30=4$

$2,25\geq 3a+b\geq 0$

$2+\frac{1}{6-2}=2,25$

$3a+b=0$

$b=6$

$8x-34$

$a+b=4$

$a=-2$

$b\geq 4-a$

$1,5a+b\leq 3$

$\geq 2a\geq -4$

$a\geq -2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)