МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x - 3}{2x - 2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$$\begin{cases} \sin(2a+2b) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2a+4b) + \sin 2a = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

$tg\, a = ?$

$$\cos(2a+2b) = \pm\sqrt{1-\frac{1}{17}}$$

$$\cos(2a+2b) = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\sin(4a+4b-2a) + \sin 2a = -\frac{8}{17}$$

$$\sin(4a+4b)\cos 2a - \sin 2a\cos(4a+4b) \overset{+\sin 2a}{=} -\frac{8}{17}$$

$$2\sin(2a+2b)\cos(2a+2b)\cos 2a - \sin 2a(1-2\sin^2(2a+2b)) + \sin 2a = -\frac{8}{17}$$

$$\pm\frac{8}{17}\cos 2a + \frac{2}{17}\sin 2a = -\frac{8}{17} \quad \Big| \cdot \frac{17}{2}$$

$$\pm 4\cos 2a + \sin 2a = -4$$

$$\left[\begin{array}{l} 4\cos 2a + \sin 2a = -4 \\ -4\cos 2a + \sin 2a = -4 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 8\cos^2 a - 4 + 2\sin a\cos a = -4 \\ -4 + 8\sin^2 a + 2\sin a\cos a = -4 \end{array}\right.$$

След. стр ⟹

$$\left[\begin{array}{l} 8\cos^2 a + 2\sin a\cos a = 0 \\ 8\sin^2 a + 2\sin a\cos a = 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\cos a(4\cos a + \sin a) = 0 \\ 2\sin a(4\sin a + \cos a) = 0 \end{array}\right.$$

По условию $\cos a$ не равен 0, так как $tg\, a$ определён

1) $4\cos a = -\sin a$

$-tg\, a = 4$

$tg\, a = -4$

2) $\sin a = 0$

$tg\, a = 0$

3) $4\sin a = -\cos a$

$-4\, tg\, a = 1$

$tg\, a = -0{,}25$

Так как по условию нужно 3 ответа, то все полученные ответы удовлетворяют условию

Ответ: 0; 4; -0,25

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y-2-2(x-1)=\sqrt{x(3y-2)-(3y-2)} \\ 3(x-1)^2+3y^2-4y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y-2-2(x-1)=\sqrt{(x-1)(3y-2)} \\ 3(x-1)^2+3(y-\frac{2}{3})^2=\frac{25}{3} \end{cases} \Big| \cdot 3$$

$$\begin{cases} 3y-2-2(x-1)=\sqrt{(x-1)(3y-2)} \\ 9(x-1)^2+(3y-2)^2=25 \end{cases}$$

$3y-2=a \quad x-1=b$

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 9b^2+a^2=25 \end{cases}$$

$a-2b\geq 0$

$a^2-4ab+4b^2=ab \qquad (a-4b)(a-b)=0$

$a^2-5ab+4b^2=0$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

$$\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}a=4b \quad a-2b>0\\ a=b\end{array}\right.\\ 9b^2+a^2=25\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}9b^2+16b^2=25\\ 10b^2=25\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\cancel{25}b^2=1 \quad 1;\ -1 \text{ не подходит по условию}\\ b^2=\frac{25}{10} \quad -\frac{5}{\sqrt{10}};\ \frac{5}{\sqrt{10}} \text{ не подходит по реш}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}a=4\\ b=1\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}a=-\frac{5}{\sqrt{10}}\\ b=-\frac{5}{\sqrt{10}}\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}3y-2=4 \qquad y=2\\ x-1=1 \qquad x=2\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}3y-2=\frac{-5}{\sqrt{10}} \qquad 3y=\frac{-5+2\sqrt{10}}{\sqrt{10}} \qquad y=\frac{-5+2\sqrt{10}}{3\sqrt{10}}\\ x-1=\frac{-5}{\sqrt{10}} \qquad x=\frac{-5+\sqrt{10}}{\sqrt{10}}\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Ответ: $(2;2)$, $\left(\frac{-5+2\sqrt{10}}{3\sqrt{10}}; \frac{-5+\sqrt{10}}{\sqrt{10}}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.

$$3^{\log_4(u^2+6u)}+6u \geq |u^2+6u|^{\log_4 5}-u^2$$

$$u^2+6u \geq 0$$

$$u(u+6)\geq 0$$

$$u\in(-\infty;-6],\ [0;+\infty)$$

$$u^2+6u^{\log_4 3}+u^2+6u \geq |u^2+6u|^{\log_4 5}$$

$$a=u^2+6u$$

$$a^{\log_4 3}+a \geq a^{\log_4 5}$$

$$\cancel{\log_a a^{\log_4 3}+a \geq a^{\log_4 5}\ \log_a a^{\log_4 5}}$$

$$\cancel{3^{\log_4 a}}.$$

У этого уравнения единственный корень, так как и в левой и в правой части стоят показательные монотонно возрастающие функции

Корень лежит в отрезке от 4 до 16, так как при 2 левая часть больше, а при 16 правая часть больше

Следовательно исходное уравнение будет таким

$$u^2+6u-a_1 \geq 0,\ \text{где}\ a_1\in[4;16)$$

$x^2+6x-a_1 \geq 0$

При $x^2+6x \geq 0$

x^2+6x-a_1 всегда будет иметь по 2 корня с разными знаками

назовём x_1 и x_2. x_1 больший корень. x_1 всегда попадает в ОДЗ так, что один наш участок будет равен: $[x_1; +\infty)$

2 наш корень на прямой никогда не попадает в ОДЗ, и $\Rightarrow$ наш второй участок будет равен $(-\infty; -6)$

Ответ: $(-\infty; -6)$; $[x_1; +\infty)$

6. Найти все пары a и b при которых:

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$$

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \qquad 2+\frac{1}{2x-2} \geq ax+b$$

$$8(x-3)\left(x-\frac{5}{4}\right) \leq ax+b$$

Построим рисунок на следующей странице

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.

f определена для натуральных чисел

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/4]$, где p простое

Посчитаем все значения принимаемые функцией от 1 до 27

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	1	0	4	0	4	1	1	2	5	0	2	3	0

Нужно найти такие x и y, что $f(x/y) < 0$

$$3 \le x \le 27$$
$$3 \le y \le 27$$

Нет таких x и y

$y = ax + b$

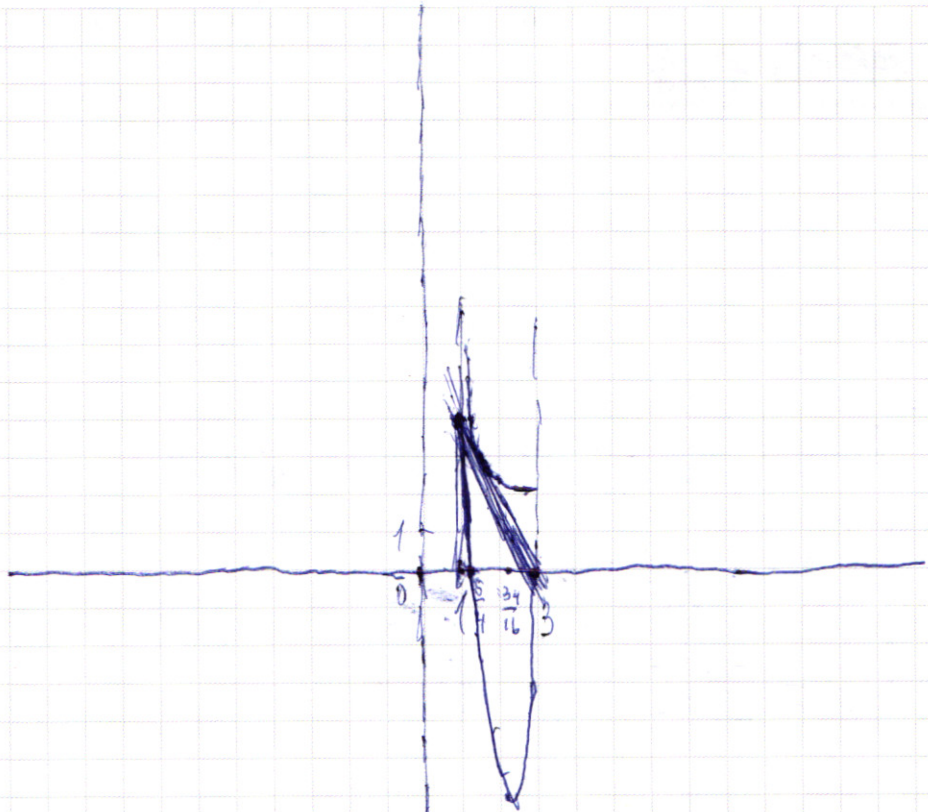
$y = 2 + \frac{1}{2x-2}$

$y = 8(x-3)(x - \frac{5}{4})$

Будем строить

на промежутке

$[1; 3]$



Прямая будет удовлетворять всем и все промежутки, когда и отрицательна, и она проходит ниже или касательная графики $2 + \frac{1}{2x-2}$ и выше или через точки $(1,4)$, то удовлетворять ~~условиям~~ будет только одна прямая проходящая через точку $(1,4)$ и $(3, 0)$.

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ 3a + b = 0 \end{cases}$$

$-2b = -12$

$b = 6$

$2a = -4$

$a = -2$

Ответ: $(-2; 6)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}-x^2$$

$$(x^2+6x)^{\log_4 3} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}-(x^2+6x)$$

$$x^2+6x \geq 0$$

2,4

1,8

$$(x^2+6x)^{\log_4 3}-(x^2+6x)^{\log_4 5}+(x^2+6x) \geq 0$$

$$x^2+6x=a$$

$$a^{\log_4 3}-a^{\log_4 5}+a \geq 0$$

$$a^{\log_4 \frac{3}{4}}-a^{\log_4 \frac{5}{4}}+1 \geq 0$$

$$\cancel{a^{\frac{1}{2}\log_2 \frac{3}{}}}$$

$$a^{\frac{1}{2}\log_2 3}-a^{\frac{1}{2}\log_2 5}+a \geq 0$$

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$$

$$\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\cancel{a \cdot \log}$$

$$a \cdot a^{\log_4 3}-a^{\log_4 5}.$$

$\pm 4\cos 2a + \sin 2a = -4$

$\sqrt{8}$ 1

$\sqrt{17}$ 1

$$\left[\begin{array}{l} 8\cos^2 a - 4 + \sin 2a = -4 \\ -4 + 8\sin^2 a + \sin 2a = -4 \end{array}\right.$$

$8\cos^2 a + 2\sin a\cos a = 0$

$8\sin^2 a + 2\sin a\cos a = 0$

$2\cos a(4\cos a + \sin a) = 0$

$2\sin a(4\sin a + \cos a) = 0$

$\cos a = 0$ tg - нет

-4 $-\frac{1}{4}$ 0

$\sin a = 0$

$tg a = 0$ $4\cos a = -\sin a$ $4\sin a = -\cos a$

$4 = \frac{-\sin a}{\cos a}$ $\frac{-4\sin a}{\cos a} = 1$

$-4 = \frac{\sin a}{\cos a}$ $\frac{\sin a}{\cos a} = -\frac{1}{4}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y-2x\sqrt{x(3y-2)-(3y-2)} \\ 3x^2+3y^2-2(3x+2y)=4 \end{cases}$$

$$3y-2x=\sqrt{(x-1)(3y-2)}$$

$\cancel{3y-2x\geq 0}$

$\cancel{(3y-2x)^2=(x-1)(3y}$

x^2-2x+1

$3x^2-6x+3$.

$3(x-1)-3x+3(y^2-\frac{4}{3}y)$

$3(x-1)^2+3y^2-4y=7$

$3(x-1)^2+(3y^2-4y+\frac{4}{3})=7+\frac{4}{3}$

$3(x-1)^2+3(y^2-\frac{4}{3}y+\frac{4}{9})$

$a-2b=\sqrt{ab}$

$3y-2=a$

$x-1=b$

$3y-2-2(x-1)=3y-2x$

x

$9(x-1)^2+(3y-2)^2=25$

$3(x-1)^2+3(y-\frac{2}{3})^2=\frac{25}{3}$

2

$\frac{4}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{4}{3}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\sin(2a+2b) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2a+4b)+\sin 2a = -\frac{8}{17}$ $\qquad tg\,a - ?$

$\cos(2a+2b) = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin(4a+4b-2a)+\sin 2a = -\frac{8}{17}$

$\sin(4a+4b)\cos 2a - \sin 2a\cos(4a+4b) + \sin 2a = -\frac{8}{17}$

$2\sin(2a+2b)\cos(2a+2b)\cos 2a - \sin 2a(1-2\sin^2(2a+2b)) + \sin 2a = -\frac{8}{17}$

$2\sin(2a+2b)\cos(2a+2b) = 2\cdot -\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot \pm\frac{4}{\sqrt{17}} = \pm\frac{8}{17}$

$2\sin^2(2a+2b) = 2\cdot\frac{1}{17} = \frac{2}{17}$

$\pm\frac{8}{17}\cos 2a + \frac{2}{17}\sin 2a = -\frac{8}{17}$

$\frac{64}{289}+\frac{4}{289}$ $\quad \frac{68}{289} : \frac{68}{289}$ $\qquad \pm 8\cos 2a +$

$\pm 4\cos 2a + \sin 2a = -4$

$\frac{\frac{3\sqrt{17}}{289}}{17}$ (

$\frac{2}{\sqrt{17}}$ $\quad \frac{2}{\sqrt{17}}(\cos(a-\varphi))$

$\begin{cases} \varphi = \arcsin\frac{2}{17} \\ \arccos\varphi = \pm\frac{8}{17} \end{cases}$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 3b^2+a^2=25 \end{cases}$$

$a=34-2$

$b=u-1$

$a^2-4ab+4b^2=ab$ $\quad a-2b\geq 0$

$18,75+6,25$

$6,25$

$3b^2+a^2=25$

$2,5$

$a^2-5ab+4b^2=0$

4

$3b^2+a^2=25$

$b^2=\frac{25}{4}$ $2\frac{3}{2}$

$3b^2+b^2=25$

$4b^2=25$ $\quad a= \; b=-2,5$

$(a-4b)(a-b)=0$

$b=\frac{5}{\sqrt{19}}$ $\quad a=\frac{20}{\sqrt{10}}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=4b \\ a=b \end{array}\right. \\ 3b^2+a^2=25 \end{cases}$$

$3b^2+16b^2=25$

$\cancel{3b^2+4b=25}$

$19b^2=25$

$2^t+2^b=2^2$ $\quad 2^3$

$\cancel{3b^2+4b-25=0}$

$b^2=\frac{25}{19}$

$a^{t-b}+a^{1-b}=1$

$-4\pm\sqrt{16+300}$

$a^t+a=a^b$

3

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\sin(2a+2b) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2a+4b) + \sin 2a = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\operatorname{tg} a = ?$ не менее 3 знач

$\sin 2a \cos 4b + \sin 4b \cos 2a + \sin 2a$

$17 \times 17 = 289$

$\sqrt{\cos^2 4b + \sin^2 4b}$

$\sin((2a+2b)+2b) + \sin 2a = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\sin(2a+2b)\cos 2b + \sin 2b \cos(2a+2b) + \sin 2a = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$1-2\sin^2 a$

$-\frac{1}{\sqrt{17}} \cos 2b + \cos$ $\pm\frac{4}{\sqrt{17}}$ $\frac{8}{17}$ $\frac{12\sqrt{2}}{17}$ $\frac{1}{17}$ 16

$\frac{1}{289}$ $\frac{288}{289}$ $288 : 4 = 72$ $12\sqrt{2}$

$\sin(4a+4b-2a) + \sin 2a = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\sin(4a+4b)\cos 2a - \sin 2a \cos(4a+4b) + \sin 2a = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\pm\frac{24\sqrt{7}}{289}\cos 2a - \sin 2a$

$\pm\frac{8}{17}\cos 2a - \sin 2a + \frac{2}{17} + \sin 2a = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\pm\frac{8}{17}$ $-\frac{10}{17}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a^{\log_4 3}$

$\log_4 3 - \log_4 5$

$\log_4 \frac{3}{5}$

$a^{\log_4 3} - a^{\log_4 5} + a \geq 0 \mid a^{\log_4 3}$

$a^{\log_4 3}$

$1 - a^{\log_4 5 - \log_4 3} + a^{1 - \log_4 3} \geq 0$

$1 - a^{\log_4 \frac{5}{3}} + a^{\log_4 \frac{4}{3}} \geq 0$

$a^{\log_4 \frac{4}{3}} - a^{\log_4 \frac{5}{3}} + 1 \geq 0$

$\cancel{a^{\log}}$

$a^{\frac{\log_a 3}{\log_a 4}} - a^{\frac{\log_a 5}{\log_a 4}} + a \geq 0$

$3^{\frac{1}{\log_a 4}} - 5^{\frac{1}{\log_a 4}} + a \geq 0$

$8^{\log_4 3} - 8^{\log_4 5} + 8 \geq 0$

$3^{\frac{3}{2}} - 5^{\frac{3}{2}} + 8$

$9 - 25 + 4$

$\frac{3}{2}$

$3 - 5 + 4$

2

2

$a^{\frac{1}{2}\log_2 3}$

$\sqrt{27} - \sqrt{125}$

$\sqrt{5 + 11}$

11

125

$\frac{3}{2}\log_2 3$

2

$3^{\frac{3}{2}} - 5^{\frac{3}{2}} + 8$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/4]$ 3 24

$f(n/4) < 0$

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	1	0	4	0	4	1	1	2	5	0	2	3	0

$4 \nmid \{5; 7; 10; 11; 13; 14; 15; 17; 19; 20; 21; 22; 23; 25; 26\}$

$1 = \frac{5}{4} \cdot 4 = f\left(\frac{5}{4}\right) + f(4)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.

$$\frac{4u-3}{2u-2} \geq au+b \geq 8u^2-34u+30$$

$$\frac{4u-3}{2u-2} \geq 8u^2-34u+30$$

$16u^3-68u^2+60u-16u^2+64u-60$

$16u^3-84u^2+124u-60$

$4(u-3) \geq$

$4u^2-17u+c5$

$16u^3-84u^2+120u-63=0$

$4u^2-17u+60$

$17 \pm \sqrt{289-240}$

$16 \cdot 21^3 - 84 \cdot 21^3$

$\frac{17 \pm 7}{8} = 3 \quad \frac{5}{4}$

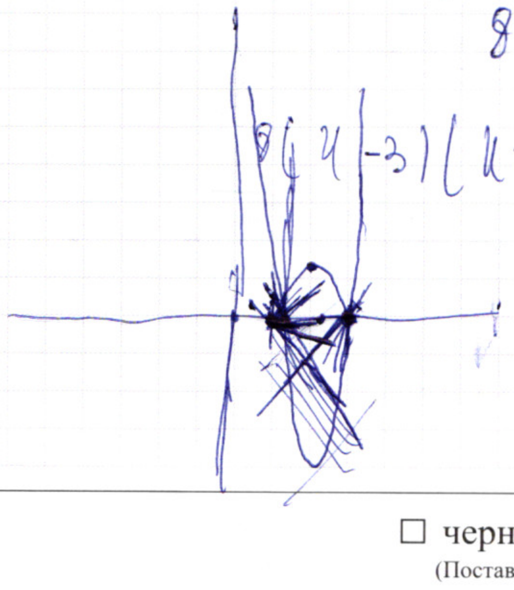
12

21^2

$12 \cdot 21^3$

$8(u-3)(u-\frac{5}{4})$

$u(16u^2-84u)+120u$



$8-34+30 \quad 12$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b$

$8(x-3)(x-\frac{5}{4}) \leq ax+b$

$4 = a+b$

$1 \quad 4$

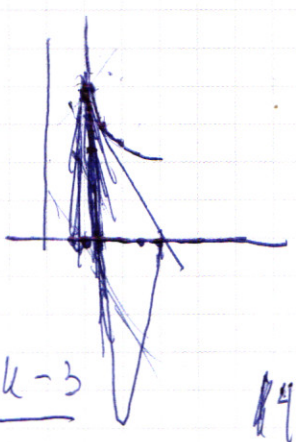
4

$b = 1,5a+1,5$

$3 = 1,5a+b$

$3 = 0,5b$

$2 + \frac{1}{2x-2} \quad b = b$



$\frac{4x-3}{2x-2}$

$4(2x-2) - 2(4x-3)$

$8x-8-8x-$