МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

(1) $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

(2) $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

Преобразуем (2) ур-е:

$2\sin\left(\frac{2\alpha+4\beta+2\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{2\alpha+4\beta-2\alpha}{2}\right) = -\frac{2}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{1}{17}$

Подставим из (1) $\sin(2\alpha+2\beta)$:

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta = -\frac{1}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

Теперь рассмотрим два случая:

1) $\sin 2\beta > 0$

2) $\sin 2\beta < 0$

I $\sin 2\beta > 0$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$ (по осн. триг. тожд.)

Теперь распишем (1) ур-е как синус суммы:

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha =$

$= \sin 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Теперь воспользуемся формулами $\sin 2\alpha$ и $\cos 2\alpha$ через $tg\,\alpha$:

$$\frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}+\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}=-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

Сделаем замену $t=tg\alpha$:

$$\frac{2t}{1+t^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}+\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\frac{1-t^2}{1+t^2}=-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{2t+4-4t^2}{1+t^2}=-1$$

$$2t+4-4t^2=-1-t^2$$

$$3t^2-2t-5=0$$

$$\left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=\frac{5}{3} \end{array}\right.$$

Аналогично делаем и для второго случая:

$\underline{\text{II}}$ $\sin 2\beta<0$

$$\frac{2t}{1+t^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}-\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\frac{1-t^2}{1+t^2}=-\frac{1}{\sqrt{17}}\quad\left(\sin 2\beta=-\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$$

$$\frac{2t-4+4t^2}{1+t^2}=-1$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5t^2+2t-3=0$$

$$\left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=\frac{3}{5} \end{array}\right.$$

Так как нам известно, что ~~в~~ $tg\,\alpha$ принимает не менее 3 значений, то нам подходят все полученные ответы.

Ответ: -1; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{3}$.

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} & (1) \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{(y-6)(x-1)} & (1) \\ (3x-3)^2+(y-6)^2=0 & (2) \end{cases}$$

Из ~~в~~ (2)-ого ур-я видно, что система имеет решения только в том случае, когда $\begin{cases} 3x-3=0 \\ y-6=0. \end{cases}$ (иначе выражение вида $a^2+b^2=0$ не имеет реш.)

Осталось проверить подходит ли нам ~~решение~~ пара чисел $(x;y)$, найденная во ②-м ур-и. Подставим в ①:

$$6-6\cdot 1=\sqrt{(6-6)(1-1)}$$

$$0=\sqrt{0}$$

Верно $\Rightarrow$ $(1;6)$ - это решение.

Ответ: $(1;6)$.

№ 3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$$

I проверим подходят ли x:

$26x-x^2=1$. Если так, то выражение преобразуется в:

$$|-1|^{\log_5 12}+1 \geq 13^{\log_5 1}$$

$$1 \geq 0$$

Верно, значит такие x подходят, а именно $x=13\pm\sqrt{168}$

II Пусть $26-x^2=t$, тогда

$$|t|^{\log_5 12}+t \geq 13^{\log_5 t}$$

$$\begin{cases} |t|^{\log_5 12}+t \geq t^{\log_5 13} \ (\text{т.к. } t\neq 1) \\ t>0 \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} t^{\log_5 12} + t \geq t^{\log_5 13} \\ t > 0 \end{cases}$$

(т.к. $t^{\log_5 13} > 0$, то поделим нер-во на $t^{\log_5 13}$)

$$\begin{cases} t^{\log_5 12 - \log_5 13} + t^{1-\log_5 13} \geq 1 \\ t > 0 \end{cases}$$

Т.к. $f(t) = t^{\log_5 12 - \log_5 13} + t^{1-\log_5 13}$ есть сумма двух убывающих на ОДЗ ф-ий, то $f(t) \searrow\searrow$ на ОДЗ. Это значит, что если t_0 — решение $f(t) = 1$, то нам подойдут такие t, что $t \in \begin{cases} (-\infty; t_0] \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$

~~Решим $f(t)=1$: Проверим $t_0 = 1$:~~

~~$1^{\log_5 12 - \log_5 13} + 1^{1-\log_5 13} = 1$~~

Проверим $t_0 = 25$:

$$25^{\log_5 12 - \log_5 13} + 25^{1-\log_5 13} = 1$$

$$25^{\log_5 \frac{12}{13}} + 25^{\log_5 \frac{5}{13}} = 1$$

$$5^{\log_5 \left(\frac{12}{13}\right)^2} + 5^{\log_5 \left(\frac{5}{13}\right)^2} = 1$$

$$\frac{144}{169} + \frac{25}{169} = 1$$

Получили верное равенство.
Объединяя I и II случаи, имеем:

$$\begin{cases} t \in (-\infty; 25] \\ t > 0 \end{cases}$$

$t \in (0; 25]$

Вернёмся к x:

$$\begin{cases} 0 < 26x - x^2 \\ 26x - x^2 \leq 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (0; 26) \\ x \in (-\infty; 1] \cup [25; +\infty) \end{cases}$$

$x \in (0; 1] \cup [25; 26)$

Ответ: $(0; 1] \cup [25; 26)$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

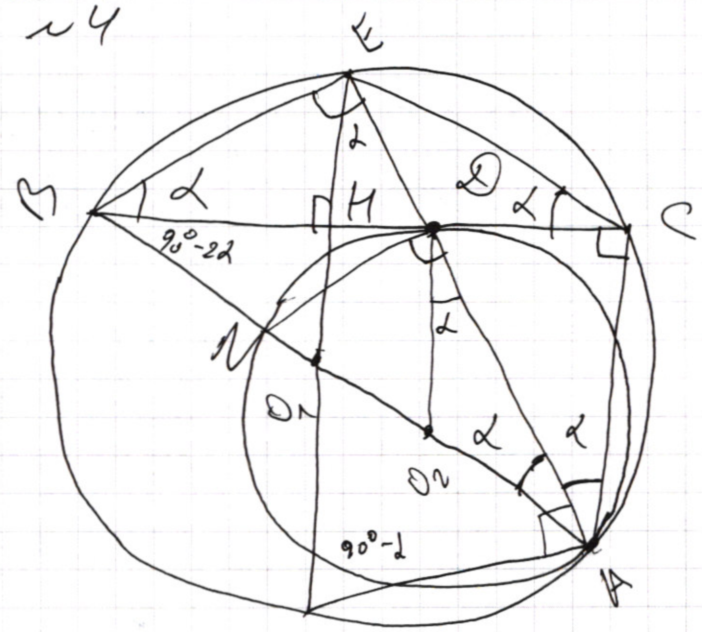
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



~~Дано~~

Решение

1) По лемме Архимеда $\angle BAE = \angle CAE$ (AD - биссектр.)

⇓

BE = EC (как хорды стягив. равные дуги)

EF ⊥ BC

EH - высота в р/б △BEC => EH - медиана в △BEC. => EF - диаметр (делит хорду на равные части и ⊥ ей).

2) Также несложно понять, что O_1 и O_2 (центры большей и меньшей ок-тей) лежат на одной прямой. Так как $O_1A \perp l$ и $O_2A \perp l$, где l - общая кас., и $A \in O_1A$ и $A \in O_2A$, то O_1A и O_2A совпадают.

3) Отметим все прямые углы и равные:

$\angle BCA = 90° = \angle BEA$ (как опирающиеся на диаметр)

$\angle(BC, EF) = 90°$

$\angle CAE = \angle BAE = \angle EBC = \angle ECB = \alpha$

4) Расск прямоугольный треугольника ABC и ~~ADC~~

① $\sin\angle BAC = \dfrac{BC}{AB}$

~~② $tg\angle DAC = \dfrac{DC}{AC}$~~

~~$\begin{cases} \sin 2\alpha = \dfrac{25}{2R}, \text{ где } R\text{ – рад. оп. ок-ти} \\ tg\,\alpha = \dfrac{12}{\sqrt{4R^2 - 25^2}} \leftarrow \text{т. Пиф. в } \triangle ABC \end{cases}$~~

② $\dfrac{BD}{DC} = \dfrac{AB}{AC}$ (по св-ву бисс-сы)

$\dfrac{13}{12} = \dfrac{2R}{AC}$

~~$\sin\alpha = DC$~~

$\sin\angle ABC = \sin(90° - 2\alpha) = \dfrac{AC}{2R}$

$\cos 2\alpha = \dfrac{AC}{2R}$

Имеем: $\begin{cases} \sin 2\alpha = \dfrac{25}{2R} \text{ ①} \\ \dfrac{13}{12} = \dfrac{2R}{\cos 2\alpha \cdot 2R} \end{cases}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \sin 2\alpha = \dfrac{25}{2R} & (1) \\ \cos 2\alpha = \dfrac{12}{13} & (2) \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = \sqrt{1-\cos^2 2\alpha} = \frac{5}{13}$$

(т.к. $\angle$ в $\triangle$) (по (2))

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\Downarrow}$$

$$\frac{5}{13} = \frac{25}{2R} \Rightarrow R = \frac{65}{2}$$

5) $AC = \cos 2\alpha \cdot AB = \dfrac{12}{13} \cdot \dfrac{65}{2} = 30$

Из $\triangle ADC$: $AD = \sqrt{DC^2 + AC^2} =$ (по т. Пиф)

$= \sqrt{12^2 + 30^2} = 32$

6) $\triangle AND$ – прямоуг., т.к. AN – диаметр.

$$\cos\angle NAD = \frac{AD}{AN}$$

$$\cos\alpha = \frac{32}{2r}$$, где r – радиус м. ок-ти

$$\cos\alpha = \frac{16}{r}$$

$$r = \frac{16}{\cos\alpha}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$r^2 = \frac{16^2}{\frac{25}{26}} \quad \left(\text{т.к. } \cos 2\alpha = \frac{12}{13}, \text{ а } \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \right)$$

$$r^2 = \frac{16^2 \cdot 26}{25}$$

$$r = \frac{16}{5}\sqrt{26}$$

7) $\angle AFE = \angle EBC = 90° - \alpha$

(как углы опир. на 1 дугу)

Т.к. $\cos 2\alpha = \frac{12}{13}$, то $\alpha = \frac{\arccos \frac{12}{13}}{2}$

$\Downarrow$

$$\angle AFE = 90° - \frac{\arccos \frac{12}{13}}{2}$$

8) Т.к. $\angle AFE = 90° - \alpha$, а EF - диаметр (и $\angle FAE = 90°$), то $\angle FEA = \alpha$

$\Downarrow$

$$AF = \sin\alpha \cdot 2R$$
$$AE = \cos\alpha \cdot 2R$$

$S_{\triangle} AFE = \frac{1}{2} \cdot AF \cdot AE = 2R^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha =$
$= R^2 \cdot \sin 2\alpha = \left(\frac{65}{2}\right)^2 \cdot \frac{5}{13} = \frac{13 \cdot 5^3}{2} = \frac{1625}{2}$

Ответ: $\frac{65}{2}$; $\frac{16\sqrt{26}}{5}$; $90° - \frac{\arccos\frac{12}{13}}{2}$; $\frac{1625}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$f(ab) = f(a) + f(b)$

Посмотрим, какие значения пр. ф-ия в разных точках

$f(1 \cdot 1) = f(1) + f(1)$

1) $f(1) = 0$

2) $f(2) = [2/4] = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = 0$

3) $f(3) = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{3}) = 0$

4) $f(4) = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{4}) = 0$

5) $f(5) = 1 \Rightarrow f(\frac{1}{5}) = -1$

6) $f(6) = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{6}) = 0$

~~28) f~~(28)

7) $f(7) = 1 \Rightarrow f(\frac{1}{7}) = -1$

8) $f(8) = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{8}) = 0$

9) $f(9) = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{9}) = 0$

10) $f(10) = 1 \Rightarrow f(\frac{1}{10}) = -1$

11) $f(11) = 2 \Rightarrow f(\frac{1}{11}) = -2$

Легко понять, когда $f(t) < 0$ (если t вида x^{-1}, где $x \in [4;28]$:

$t \in \{\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{14}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \frac{1}{19}, \frac{1}{20}, \frac{1}{21}, \frac{1}{22}, \frac{1}{23}, \frac{1}{25}, \frac{1}{26}, \frac{1}{28}\}$.

Необходимо, ~~чтобы~~ (для $f(x/y)<0$), чтобы:

$$\begin{cases} 1)\ f\left(\frac{1}{y}\right)<0 \\ 2)\ \left|f(x)\right| < \left|f\left(\frac{1}{y}\right)\right| \end{cases}$$

для $f\left(\frac{1}{y}\right)=-1$ подойдут $f(x)=0$,

для $f\left(\frac{1}{y}\right)=-2$ под. $f(x)=\left[\begin{array}{l}0\\1\end{array}\right.$

и так далее:

~~-1~~ $f\left(\frac{1}{y}\right)=-1$ 9 знач 0 для $f(x)$

$f\left(\frac{1}{y}\right)=-2$ $9+8$ (0 и 1)

$f\left(\frac{1}{y}\right)=-3$ $9+8+3$

$f\left(\frac{1}{y}\right)=-4$ $9+8+3+2$

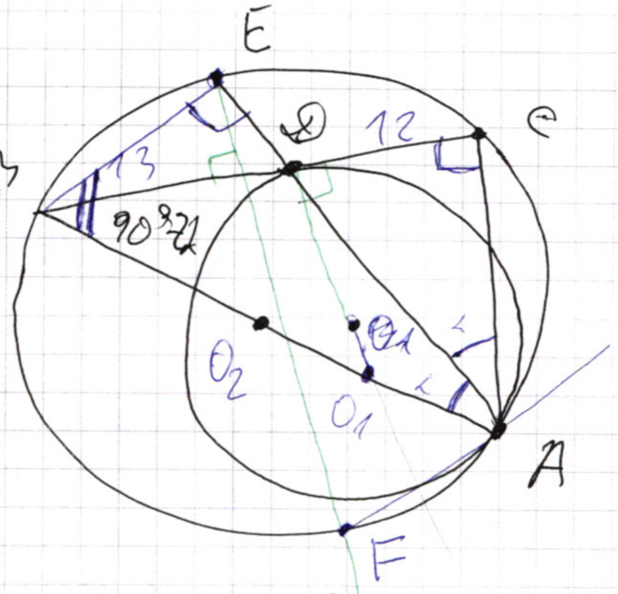
$f\left(\frac{1}{y}\right)=-5$ $9+8+3+2+2$

Сложим и получим: $45+32+9+6 =$

$= 60+32=92$

Ответ: 92.

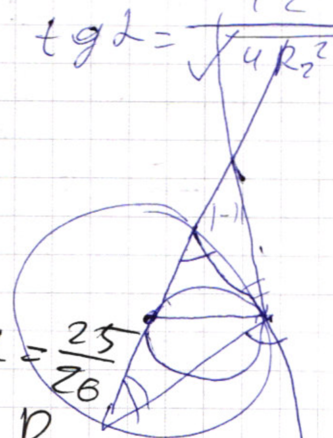
$ED \cdot AD = BD \cdot DC$



$\sin 2\alpha = \dfrac{25}{2R_2}$

$\cancel{\sin\alpha = \dfrac{12}{}}$

$tg\,\alpha = \dfrac{12}{\sqrt{4R_2^2 - 25^2}}$



$2\cos^2\alpha - 1 = \dfrac{12}{13}$ $\dfrac{25}{13}$

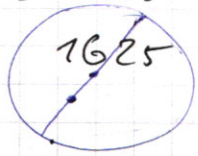
$\cos^2\alpha = \dfrac{25}{26}$

$\sin\alpha = \dfrac{13}{2R_2}$ $\dfrac{13}{12} = \dfrac{2R}{AC}$ $\sin\alpha = \dfrac{12}{AC}$

1250 + 375

$\sin 2\alpha = \dfrac{25}{2R_2}$ $\dfrac{13^2 \cdot 5^2 \cdot 5}{2 \cdot 13}$

1625



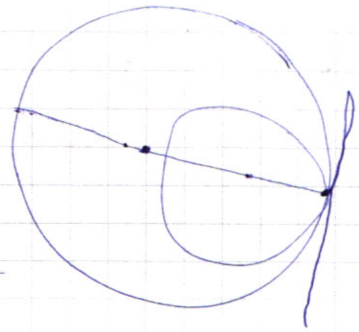
$2 \cdot \dfrac{13}{2R_2} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{169}{4R_2^2}} = \dfrac{25}{2R_2}$

32

38

$26 \cdot \sqrt{\sim} = 25$

1044 $(30+2)^2$ $1 - \dfrac{169}{4R_2^2} = \dfrac{25^2}{26^2}$



$900 + 120 + 4$ $\dfrac{26^2 - 25^2}{26^2} = \dfrac{169}{4R_2^2}$

$2R = \dfrac{25 \cdot 13}{5}$ $\dfrac{51 \cdot 4}{26^2 \cdot 13^2} = \dfrac{1}{R_2^2}$

$R = \dfrac{5 \cdot 13}{2}$ $R_2 = \dfrac{13 \cdot 13^2 \sqrt{51}}{2 \cdot 51}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2\cdot\frac{12}{\sqrt{4R^2-25^2}}}{1+\frac{24}{4R^2-25^2}}=\frac{25}{2R}$$

$$\cancel{\frac{24\cdot}{4R^2-25^2+24}}$$

$$\frac{\frac{24}{\sqrt{4R^2-25^2}}}{\frac{4R^2-25^2+24}{4R^2-25^2}}$$

$$\frac{24\sqrt{4R^2-25^2}}{4R^2-25^2+24}=\frac{25}{2R}$$

9 6

6 · 5 6

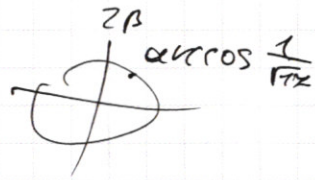
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin 2\alpha \cdot \underline{\cos 2\beta} + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \underline{\cos 4\beta} + \sin 2\beta \cdot \cos 4\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}} \to \sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\to \sin 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}$



$\sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} + \cancel{\sin 2\beta} \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} \cancel{=} \cos 2\alpha =$

. Sin ~~2α+2β=a~~

$tg 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} + \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$tg 2\alpha + \sqrt{17} \sin 2\beta = -1$

$$\frac{2 tg \alpha}{1 - tg^2 \alpha} = \left[\begin{array}{l} -5 \\ 3 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x = 3 - 3x^2 \\ 2x = -5 + 5x^2 \end{array}\right.$$

$3x^2 + 2x - 3 = 0$

$5x^2 - 2x - 5 = 0$

$1 + 9$

$\frac{1 \pm \sqrt{26}}{5}$ $\qquad$ $\frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

$\downarrow$ $\qquad$ $\downarrow$

$\sin 2\beta > 0$ $\qquad$ $\sin 2\beta < 0$

$\sin 2\alpha = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sim\sim} = \frac{2 tg \alpha}{1 + tg^2 \alpha}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 2\beta = -\frac{1}{17\sin 2\alpha} \rightarrow \sin 2\beta = \sqrt{}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta +$$

~~sin 2~~

$$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{17}} + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{\sin(2\beta+2\alpha)+}{2}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+\beta)\cos 2\beta$$

$$\sin(2\beta-2\alpha)$$

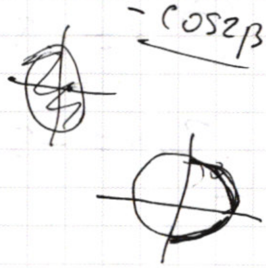
$$\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha$$

$$-\cos 2\beta\cdot\sin 2\alpha$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{1}{17}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$$



~~$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha$~~

(1

~~$2\sin 2\alpha\cos 2\beta$~~

$\sin 2\alpha \rightarrow \operatorname{tg}\alpha$

$$\sin^2(2\alpha+2\beta) = \frac{1-\cos}{2}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$t^{\log_5\frac{12}{13}}+t^{1-\log_5 13}\geq 1$

$x^2-26x+25\geq 0$ 1 25

$t^{\log_5\frac{12}{13}}+t^{\log_5\frac{5}{13}}$

$y-6x=\sqrt{x(y-6)-(y-6)}$

$(0;26)$

$\left(\frac{12}{13}\right)^2+\left(\frac{5}{13}\right)^2=1$

$1-\log_5 13$

$(3x-3)^2+(y-6)^2=0$

$\downarrow$ $\downarrow$

$x=1$ $y=6$

0 26 x

$~~26x~~$

$26x-x^2=1$

$x^2-26x<0$

$x^2-26x+1=0$

$x(x-26)$

$\frac{9}{a^4}$

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x\geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$\frac{13\pm\sqrt{13^2-1}}{}$

$~~|t|^{\log_5 12}\geq t+13^{\log_5 -t}~~$

$|t|^{\log_5 12}+t\geq 13^{\log_5 t}$

$13=t^{\log_t 13}$

$|t|^{\log_5 12}+t\geq t^{\cancel{\log_t 13\log_5 t}}=t^{\log_5 13}$

$~~t^{\frac{\log_5 12}{\log_5 13}}+1~~$ $t^{\log_5 12-\log_5 13}+t^{1-\log_5 13}\geq 1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1 В4

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta$

tg α

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\sin 2\alpha\cos 2\beta = -\frac{2}{17} \to \sin 2\alpha\cos 2\beta = -\frac{1}{17}$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

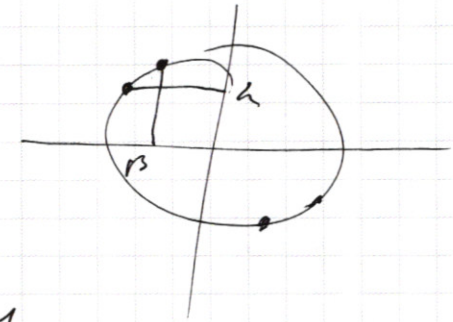
$\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = \frac{1}{17} - \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sqrt{\frac{289\sin^2 2\alpha - 1}{289\sin^2 2\alpha}}$

$\cos 2\beta = -\frac{1}{17\sin 2\alpha}$

$\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$

$\sin 2\beta = 2\sin\beta\cos\beta$



$\sin 2\alpha\cos 2\beta < 0$

$\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha < 0$

$$\begin{cases}\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = \frac{1}{17} - \frac{1}{\sqrt{17}}\\ \cos 2\beta = -\frac{1}{17\sin 2\alpha}\end{cases}$$

$2\beta = \pm\arccos\left(-\frac{1}{17\sin 2\alpha}\right) + 2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)