МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y = 12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12} 13} - 18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 8$, $BD = 17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a)+f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 24$, $1 \leqslant y \leqslant 24$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3} \leqslant ax+b \leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB = 1$, $BD = 2$, $CD = 3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = \sin 2\alpha(\cos 4\beta + 1) + \sin 4\beta \cos 2\alpha =$

$= 2\sin 2\alpha \cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cos 2\alpha \cos 2\beta = 2\cos 2\beta(\sin 2\alpha \cos 2\beta +$
$+ \sin 2\beta \cos 2\alpha) =$

$= 2\cos 2\beta \cdot \sin(2\alpha+2\beta)$

$2\cos 2\beta \cdot \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{4}{5}$

$2\cos 2\beta \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{4}{5}$

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

1) $\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\beta$

$\cancel{2\alpha+2\beta = 2\beta \quad 2\alpha+2\beta = \pi + 2\beta}$

$2\alpha+2\beta = 2\beta + 2\pi n, n\in Z$ $\quad$ $2\alpha+2\beta = \pi - 2\beta + 2\pi k, k\in Z$

$\alpha = \pi n, n\in Z$ $\quad$ $2\alpha = \pi - 4\beta + 2\pi k$

$tg\,\alpha = 0$ $\quad$ $tg\,\alpha = tg\left(\frac{\pi}{2} - 2\beta\right) =$
$= ctg\,2\beta = -2$

2) $\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin(-2\beta)$

$2\alpha+2\beta = -2\beta + 2\pi n, n\in Z$ $\quad$ $2\alpha+2\beta = \pi + 2\beta + 2\pi k, k\in Z$

$\alpha = -2\beta + \pi n, n\in Z$ $\quad$ $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k, k\in Z$

$tg\,\alpha = -tg(2\beta) = -\frac{1}{2}$ $\quad$ $tg\,\alpha$ – неопр.

Ответ $tg\,\alpha = 0$, $tg\,\alpha = -2$, $tg\,\alpha = -\frac{1}{2}$

2. $\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2} \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-2) - 2(y-1) = \sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25 \end{cases}$

3.11

ОДЗ

$ab \geq 0$

$a = x-2$

$b = y-1$

$$\begin{cases} a-2b = \sqrt{ab} \\ a^2+9b^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-4ab+4b^2 = ab \\ a^2+9b^2 = 25 \\ a \geq 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-5ab+4b^2 = 0 \\ a^2+9b^2 = 25 \\ a \geq 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a = b \\ a = 4b \end{array}\right. \\ a^2+9b^2 = 25 \\ a \geq 2b \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 10a^2 = 25 \\ a = b \\ b \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 25b^2 = 25 \\ a = 4b \\ b \geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = \frac{\sqrt{10}}{2} \\ a = b \\ b \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{10}}{2} \\ a = b \\ b \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} b = 1 \\ a = 4b \\ b \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} b = -1 \\ a = 4b \\ b \geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{10}}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Обр. 3

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{10}}{2}+2 \\ y = -\frac{\sqrt{10}}{2}+1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ $\left(2-\frac{\sqrt{10}}{2}; 1-\frac{\sqrt{10}}{2}\right)$, $(6; 2)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$$

ОДЗ

$x^2+18x>0$

~~$x\in(-\infty;0)$~~

$x\in(-\infty;-18)\cup(0;+\infty)$

З.П

$a=\log_{12}(x^2+18x)$

$x^2+18x=12^a$

$5^a+12^a \geq 12^{a\log_{12}13}$

$5^a+12^a \geq 13^a$

$\left(\frac{5}{13}\right)^a+\left(\frac{12}{13}\right)^a \geq 1$

рассмотрим функцию

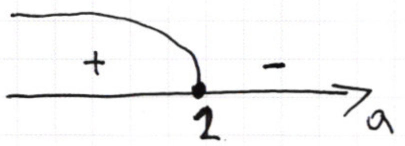
$f(a)=\left(\frac{5}{13}\right)^a+\left(\frac{12}{13}\right)^a$

$f(a)$ - монотонно убывающая функция как сумма монотонно убывающих функций $\Rightarrow$ (т.к $\frac{5}{13}<1$ $\frac{12}{13}<1$)

$\Rightarrow$ уравн $f(a)=1$ имеет не более 1 корня

Заметим что единственный корень данного уравнения $a=2$

Также при $a=1$ $f(a)>1$

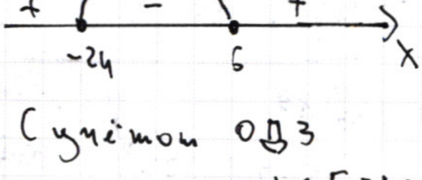


$a \leq 2$

Обр. З.

$x^2+18x \leq 144$

$(x+24)(x-6)\leq 0$

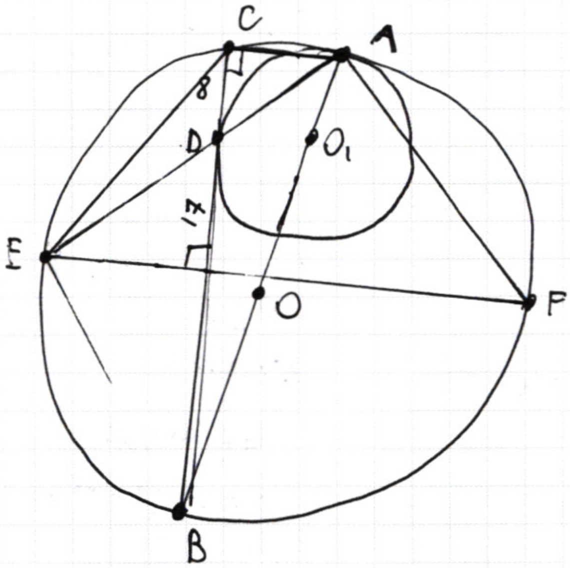


С учётом ОДЗ

$x\in[-24;-18)\cup(0;6]$

Ответ $x\in[-24;-18)\cup(0;6]$

4.



5 $f\left(\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}\right) = f\left(\frac{x}{y}\right) + f\left(\frac{y}{x}\right)$

$f(1) = f\left(\frac{x}{y}\right) + f\left(\frac{y}{x}\right)$

при $x=y$

$f(1) = 2f(1)$

$f(1)=0$

$f\left(a\cdot\frac{1}{a}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right)$

$f(a) = -f\left(\frac{1}{a}\right)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y) < 0 \Rightarrow f(y) > f(x)$

$f(a) = x_1\cdot[p_1/4] + x_2[p_2/4] + \ldots + x_n[p_n/4]$

~~$f(1)=a$~~

$f(x_3)=3$ $\quad x_3 \in \{13\}$

$f(x_4)=4$ $\quad x_4 \in \{17;19\}$

$f(x_5)=5$ $\quad x_5 \in \{23\}$

$f(x_0)=0$

$x_0 \in \{1;2;3;4;6;8;9;12;16;18;24\}$

$f(x_1)=1$

$x_1 \in \{5;7;10;14;15;20;21\}$

$f(x_2)=2$

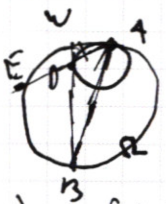
$x_2 \in \{11\}$

~~Ответ $(x_0;x_1),(x_1;x_2),(x_2;x_3),(x_3;x_4),(x_4;x_5),(x_5,x_6)$~~

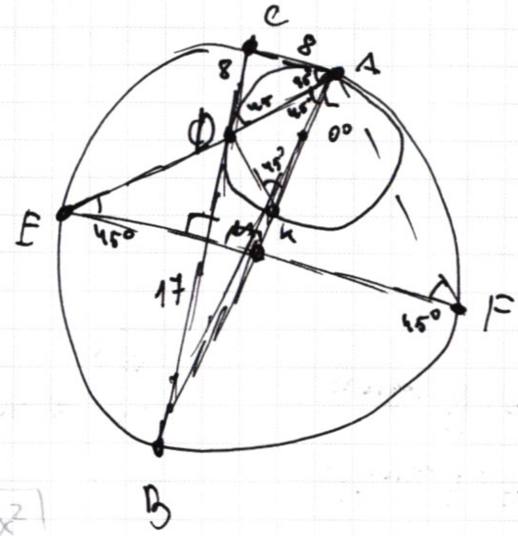
☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$f(a) = x_1 [p/4] + x_2$



$f(x) \cdot f(\frac{1}{y})$

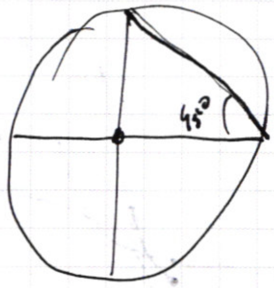


$\sqrt{2(x^2+8^2)}$

$\sqrt{2(x^2+8^2)}$ $\sqrt{25^2+x^2}$

$+\begin{array}{r}625\\64\\ \hline 689\end{array}$

$+\begin{array}{r}17\\8\\ \hline 25\end{array}$ $\times\begin{array}{r}27\\27\\ \hline 189\\54\\ \hline 729\end{array}$



$AB^2 = = (17+8)^2 + 8^2$

$25^2 + 8^2$

$\frac{25}{\sqrt{2}}$

$R = \frac{\sqrt{689}}{2}$

$f(x/y) < 0$

$\overline{AP} = \overline{EC}$ $\angle AFE = 45^\circ$

$f(x) + f(\frac{1}{y})$

$\overline{EB} = \overline{EC}$ $x^2 = \frac{25\sqrt{2}}{2}$

$2x^2 = (25)^2$

$AD^2 = 8^2 + 8^2 = 128$

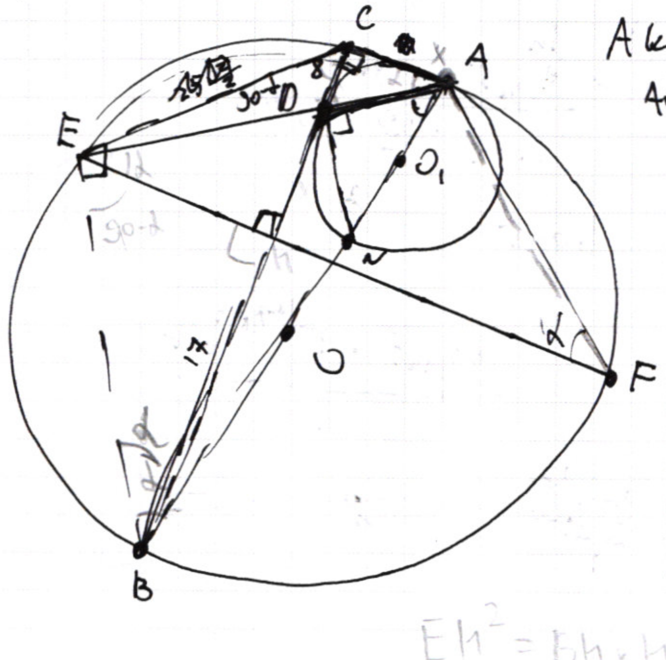
$\times\begin{array}{r}16\\16\\ \hline 96\\16\\ \hline 256\end{array}$

$AK^2 = 128 + 128 = 256 =$

$AK = 16$

$\begin{array}{r}17\\8\\ \hline 25\end{array}$

$AO = 8$



$\begin{array}{r}625\\64+\\ \hline 689\end{array}$ $\sqrt{689}$

$A = \sqrt{64+x^2}$

$\frac{AN}{AB} = \frac{DN}{BE} = \frac{AD}{AE}$

$EH^2 = BH \cdot HP$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ОДЗ

$t>0 \Rightarrow$ можно избавиться от модуля

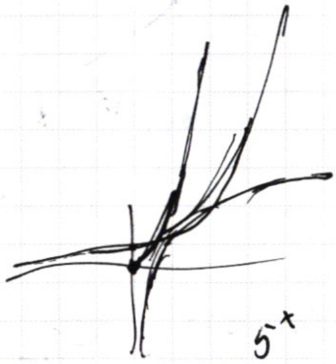
$$5^{\log_{12} t} + t \geq |t|^{\log_{12} 13}$$

$$5^{\log_{12} t} \geq t\left(t^{\log_{12} 13} - 1\right)$$

$$t^{\log_{12} 13} - 1 > 0$$

$$\log_{12} 5 \cdot \log_{12} t = \log_{12} t + \log_{12}\left(t^{\log_{12} 13} - 1\right)$$

$$\left(\log_{12} \tfrac{5}{12}\right) \cdot \log_{12} t = \log_{12}\left(t^{\log_{12} 13} - 1\right)$$



$12^{\log_{12} t}$

$$t^{\log_{12} \frac{5}{12}} = t^{\log_{12} 13} - 1$$

5^{-x}

$$5^{\log_{12} t} + t \geq t^{\log_{12} 13}$$

a^x

$5^{\log_{12} t}$

$$\left(5^{\log_{12} t} + t\right)' = \frac{\ln 5 \cdot 5^{\log_{12} t}}{\ln 12 \cdot t} + 1$$

$\log_{12} 5$

$\log_{12} 5 \cdot \frac{5^{\log_{12} t}}{t}$

$\log_{12} 5 \cdot$

$$\frac{\log_{12} 5 \cdot 5^{\log_{12} t} + t}{t}$$

$12x+11 \geq$

$(4x+3)\ 8x^2+30x+7$

$\frac{2}{4x+3} = -8x^2-30x-20$

$\frac{1}{4x+3} = -4x^2-15x-10$

$4x^2+15x+10$

$-\frac{225}{16}$

xy

$x(y-1)-2(y-1)$

$\sqrt{(x-2)(y-1)}$

$x-2y=\sqrt{(x-2)(y-1)}$

$(x-2)^2+9(y-1)^2$

$+6(x-2y)^2=$

$(x-2)\ \cancel{+}-2(y-1)$

$(x-2)-2(y-1)$

$(x-2+y-1)^2$

$f(5)=1$

$f\left(\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}\right)=$

$=f\left(\frac{x}{y}\right)+f\left(\frac{y}{x}\right)$

$f(1)=f(a)+f\left(\frac{1}{a}\right)$ $f(1)=f\left(\frac{x}{y}\right)+f\left(\frac{y}{x}\right)$

$2f(1)=f(1)$

$f(a)=-f\left(\frac{1}{a}\right)$

$f(1)=0$

$\log_4(16\cdot 64)=$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=x^2-4xy+4y^2$

$\cancel{x^2+9y^2}$

$f(y)>f(x)$ $=f(x)-f(y)$ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ 54 $\frac{5}{\sqrt{10}}$

$53\ 5251$

$x^2-4x+4+9y^2-18y+9\ +\ 6x^2-24xy+24y^2$ $\sqrt{\frac{25}{10}}$

$2{,}5$

$\cancel{7}x^2$

$\cancel{5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\ge}$

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$a^2-4ab+4b^2=ab$

$a^2-5ab+4b^2=0$

$a^2+9b^2=25$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2-5\left(\frac{a}{b}\right)+4=0$

$\frac{a}{b}=1$ $\frac{a}{b}=4$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2\ge|x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$

$t=x^2+18x$

$5^{\log_{12}t}+t\ge|t|^{\log_{12}13}$

$\cancel{\log_{12}\left(5^{\log_{12}t}+t\right)}$

$5^{\log_{12}t}+t=|t|^{\log_{12}13}$

$1+1=1$

$5+1\ge 13$

$4b\ge 2b$

$2b\ge 0$

$b\ge 0$

2

$b\ge 2b$

$b\le 0$

$t\left(t^{\log_{12}13-1}-1\right)$

$\log_{12}t\ \log_{12}(t^{\dots}-1)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

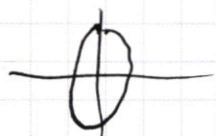
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^2-4x+4+9y^2-18y+9$

$\sin 2(\alpha+\beta) =$

$(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 25$

$= \cancel{2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)} = -\frac{1}{\sqrt5}$



$a \qquad b$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin2\alpha\cos2\beta + \sin2\beta\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+4\beta) = \sin2\alpha\cos4\beta + \sin4\beta\cos2\alpha + \sin2\alpha = \frac{4}{5}$

$\sin2\alpha(\cos4\beta+1) = 2\sin2\alpha\cos^2 2\beta +$

$\cos2\alpha\cdot\cos2\beta$

$+ 2\sin2\beta\,\cancel{\cos^2 2\beta}$

$2\,\cancel{\sin2\alpha(\cos^2 2\beta + \cos^2 2\alpha)}$

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$x^2-4x+4+9y^2-18y$

$2a\cos2\beta + 2b\cos2\beta =$

$= 2(a+b)\cos2\beta$

$\sqrt{xy}$

$9(y^2-2y+1)$

$a+b = -\frac{1}{\sqrt5}$

$(x-2)^2 + 9(y-3)^2 = 25$

$(x-2y)^2 = xy-x-2y+2$

$x^2-3xy+4y^2+x+2y-2=0$

9

$x^2+9y^2-4x-18y=12$

$D = 16 -$

$4(4-9y^2+18y+12)$

$x^2-4x+9y^2-18y-12=0$

$4(-9y^2+18y+16)$

$\pi \quad 2\pi \quad \frac{\pi}{2} \quad \pi$

$\text{tg}\,\beta = \text{tg}\left(\frac{\pi}{2}-2\beta\right)$

$2\cos2\beta = \frac{4}{5}\cdot\sqrt5 = 4\sqrt5$

$\cos2\beta = \frac{2}{\sqrt5}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-\frac{3}{4}a+b<1$

$-3a+4b<4$

$a\geq 2b$

$12x+11$

$\times\begin{matrix}18\\18\end{matrix}$

$3x+\frac{2}{4x+3}\leq ax+b\leq -8x^2-30x-17$

$x^2+18x-144\leq 0$

$144|6$, -12, 24, 24

12
12

$\frac{10}{4}+\frac{9\cdot 10}{4}=$

$\frac{100}{4}=25$

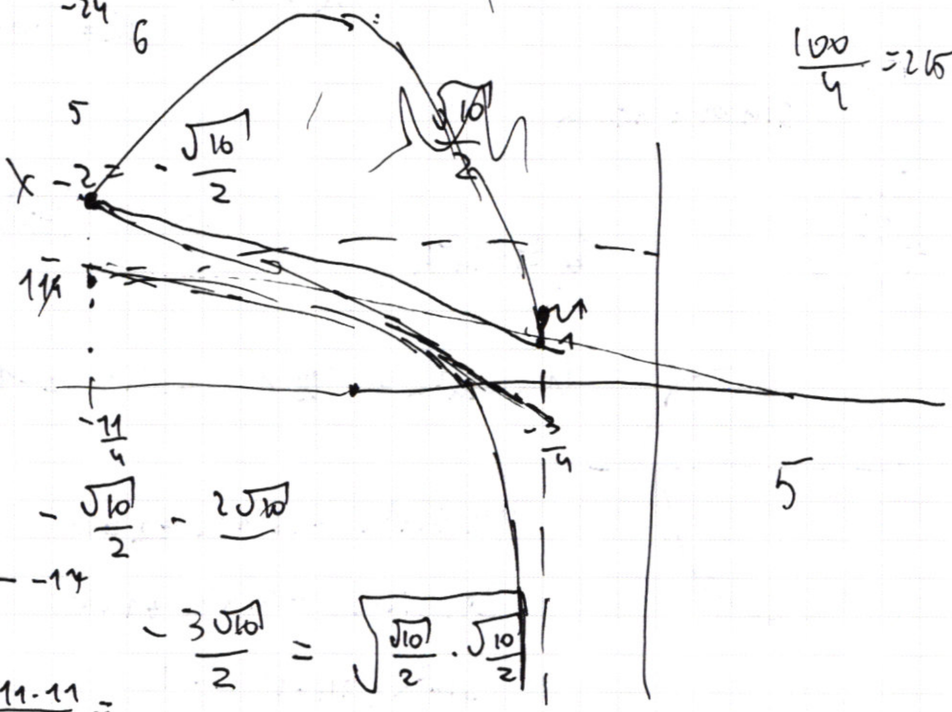
18×5, 18×6

$+90$, $+108$

25, 36

$11\ 5$, 4

-24 6 5



$D=18^2+24^2$

$\frac{2}{8}$

$3-\frac{1}{4}$

$3+\frac{2}{4x+3}$

5

$-\frac{\sqrt{10}}{2}-2\sqrt{10}$

$8\cdot\frac{121}{162}+\frac{15\cdot 11}{2}-17$

$-\frac{3\sqrt{10}}{2}=\sqrt{\frac{\sqrt{10}}{2}\cdot\frac{\sqrt{10}}{2}}$

$-11+3$

$-8\cdot\frac{9}{16}-8$

$\frac{15\cdot 11-11\cdot 11}{2}=$

$\frac{4\cdot 11}{2}=22-17=\frac{-3\sqrt{10}}{2}=\sqrt{\frac{10}{4}}=\sqrt{\frac{5}{2}}$

$\frac{\sqrt{10}}{2}$

$-\frac{9}{2}+\frac{45}{2}-17$

5

$\frac{2}{4x+3}=-8$

$-\frac{\sqrt{10}}{2}-2$

18

$12x+9=-2\cancel{30}\cdot\frac{3}{4}$ 15

$-\frac{45}{9}=\frac{36}{2}$ -5

$12\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$

$12x+11=$

$x=-\frac{11}{12}$

$\cancel{30}\cdot\frac{3}{4}$ 15, 2

$-\frac{45}{2}$

$-8\cdot\frac{9}{16}$ $-\frac{9}{2}+\frac{45}{2}-17$

$-\frac{8}{(4x+3)^2}x+b=5$

$(y-5)=\frac{8}{(4x+3)^2}(x-$

$\frac{36}{2}-13$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin\alpha = n\cos\alpha$

$\frac{2}{\sqrt{5}}\sin 2\alpha + \frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$2\sin\alpha$

$2\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$

$2\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cancel{2\sin 2\alpha = -1 - \cos 2\alpha}$

$\sin\left(2\alpha + \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\right) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

sin

si

sin

$2\alpha =$

$2\alpha = -\arccos\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) + (-1)^{n+1}\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

$\sin a = n\cos a$

$225 + 160 = 665$

$2\alpha = \{\pi\}$

$4n\sin^2\alpha$

$\alpha = \frac{\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left((-1)^{n+1}-1\right) + \pi n}{2}$

$4n\sin^2\alpha + 1 - 2\sin^2\alpha = -1$

$4n\sin^2\alpha - 2\sin^2\alpha + 2 = 0$

$2n\sin^2\alpha - \sin^2\alpha + 1 = 0$

$\sin^2\alpha(2n-1) = -1$

$\sin^2\alpha = \frac{1}{1-2n}$

$\sin(2\alpha + 2\beta) = \sin 2\beta$

$2\alpha + 2\beta = 2\beta + 2\pi n$

$2\alpha + 2\beta = \pi - 2\beta$

$3 + \frac{2}{4x+3} = -8x^2 - 30x - 17$

$\frac{1}{4x+3} = -4x^2 - 15x - 10$

$n^2 = \frac{1}{1-2n}$

$1 - \frac{1}{1-2n} = \frac{-2n}{1-2n} = \frac{2n}{2n-1}$

$2\alpha = \pi n$

$\alpha = \pi n$

$\operatorname{tg}\alpha = 0$

$2\alpha = \pi - 4\beta$

$4x^2 + 15x + 10 = -\frac{1}{4x+3}$

$n^2 + 1 = \frac{2n-1}{2n}$

$2\alpha = -2\beta$

$\sin(2\alpha) = -$

$(4x+3)(4x^2+15x+10) = -1$

$2n^3 + 2n = 2n - 1$

$n = -\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2}$

$\sin\alpha = -\sin(\beta) = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$16x^3 + 12x^2 + 60x^2 + 45x + 40x + 30 = -1$

$2n^3 = -1$

$n^3 = -\frac{1}{2}$

$16x^3 + 72x^2 + 85x + 31 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$t = \log_{12} x^2 + 18x$ $\quad -900$

$x \, 32$
$\times 17$
224
32
544

$x^2 + 18x = 12^t$

$2\sqrt{114}$

$5^{-t} + t^{12} \geq (t^{12})^{\log_{12} 13}$

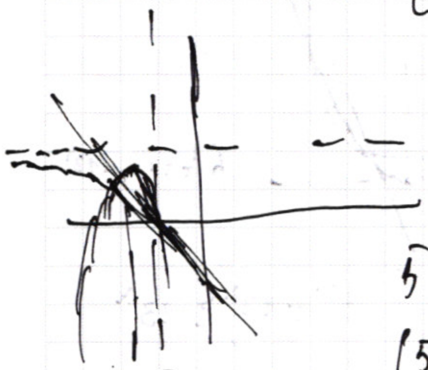
-900
544
456

$456 \,|\, 4$
114

$t = 2$

12

$114 \,|\, 3$
$38 \,|\, 2$
19



$\left(\frac{5}{13}\right)^t + \left(\frac{12}{13}\right)^t = 1$

$5^{-t} + 12^t \geq 13^t$

$\left(\frac{5}{13}\right)^t + \left(\frac{12}{13}\right)^t \geq 1$

$-\frac{3}{4}$

-900
544
456

$ax+b$

$\frac{8}{25} = \frac{BC}{BC}$

$5^{-t} + 12^t = 13^t$

выполняется только для двух

$\frac{48}{25} = \frac{21}{x}$

$5 \quad f(ab) = f(a) + f(b)$

17×8 $\quad -8+30-17$ $\quad 13 - 8 = 5$

$-\frac{30}{16} = \frac{x = 25 \cdot 21}{4}$

$f(p) = [p/4]$

13×4 $\quad 6$

$-\frac{15}{8}$ $\quad \frac{21}{4}$

$8x^2 + 30x + 17 = 0$

544

$a = p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} + p_3^{x_3} \ldots$

$D = 900 - 544 = 456$

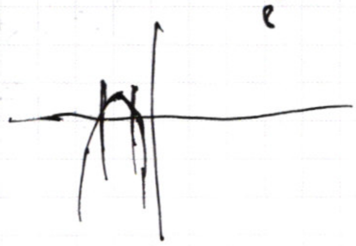
$-32 + 60 - 17$

28
-17
11

$f(a) = x_1 \cdot \left[\frac{p_1}{4}\right] + x_2\left[\frac{p_2}{4}\right] \ldots x_n\left[\frac{p_n}{4}\right]$

$-\frac{16}{8} = -2 - \frac{7}{4}$

$\frac{12x+11}{4x+3} \leq ax+b \leq -8x^2 - 30x - 17$



1

$-\frac{30}{16} = -\frac{15}{8}$

$-\frac{22}{8}$ $\quad -\frac{6}{8}$

$3 + \frac{2}{4x+3}$

$-\frac{30 \pm \sqrt{456}}{16} =$

$-\frac{11}{4}$ $\quad 3 + \frac{2}{3-11} = 3 - \frac{1}{4} = \frac{11}{4}$

$= \frac{-15 \pm \sqrt{114}}{8}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

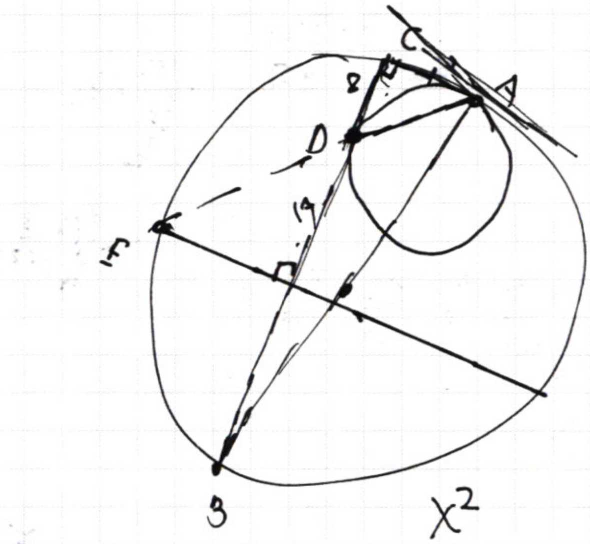
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

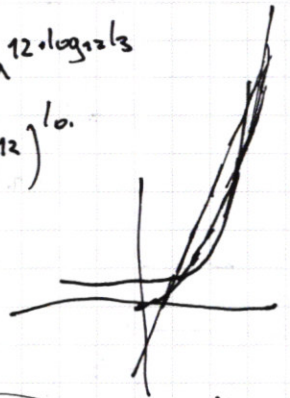
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$5^{a^2}+a^{12}\ge a^{12\cdot\log_{12}13}$

5^2+2^{12} $\quad ((a)^{12})^{1o}$

a^{13}



$5^4+12^4-13^4$

$5^x+12^x\ge 13^x$

X^2

$2X$

360

5^{-x} $\quad \ln 5\cdot 5^{-x}+$

X $\quad 5^x+12^x-13^x\ge 0$

$\cdot\ln 5\cdot 5^x+\ln 12\cdot 12^x-$

$t=$ $\quad -\ln 13\cdot 13^x$

x^2 $\quad 2$

$7x$

$t=144$

12^4

5^4+12^4

13^4

$5^{\log_{12}t}+t\ge t^{\log_{12}13}$

144

$x=\log_{12}t$

$t=x^{12}$

5^2+144

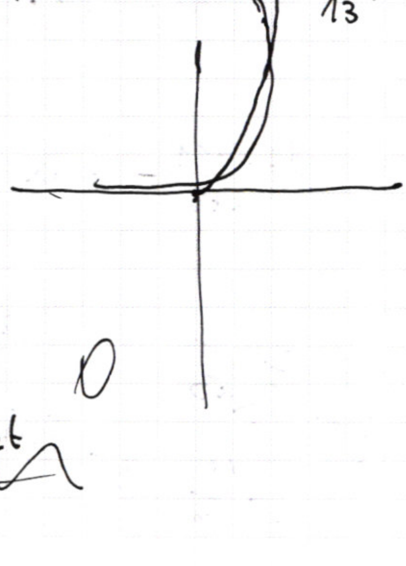
$+\begin{array}{r}144\\25\end{array}$

169

125

$\frac{\ln 5\cdot 5^{\log_{12}t}}{\ln 12\quad t}+1$

$\log_{12}5\left(\frac{\log_{12}5\cdot 5^{\log_{12}t}-\log_{12}5\cdot 5^{\log_{12}t}}{t^2}\quad \frac{\log_{12}5\cdot 5^{\log_{12}t}}{t}\right.$



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)