МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x + \left|x^2 - 10x\right|^{\log_3 4} \geqslant x^2 + 5^{\log_3\left(10x - x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 25$, $2 \leqslant y \leqslant 25$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x - 16}{4x - 5} \leqslant ax + b \leqslant -32x^2 + 36x - 3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL = 3$, $KM = 1$, $MN = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 $\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$ $\begin{cases} x-6-12y+6=\sqrt{(2y-1)(x-6)} \\ x^2-12x+36+36y^2-36y+9=90 \end{cases}$

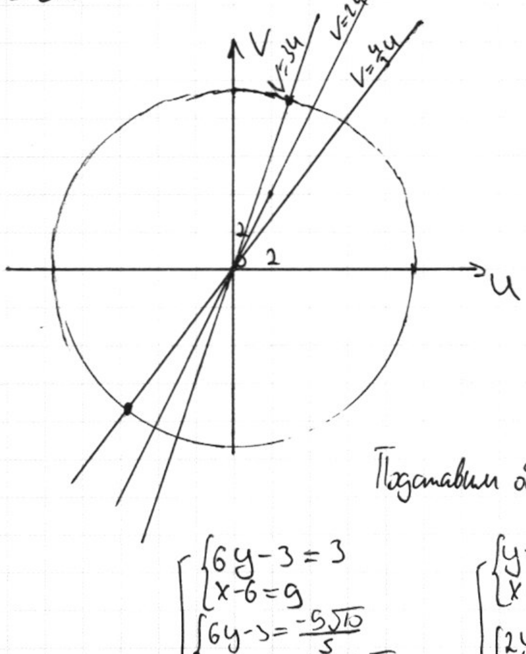
$\begin{cases} (x-6)-2(6y-3)=\sqrt{\frac{6y-3}{3}\cdot(x-6)} \\ (x-6)^2+(6y-3)^2=90 \end{cases}$ Пусть $u=6y-3$, а $v=x-6$. Тогда система

равносильна следующей: $\begin{cases} v-2u=\sqrt{\frac{uv}{3}} \\ v^2+u^2=90 \end{cases}$ (1) — окр-ть с центром $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{50}$

Рассмотрим первое ур-ие получившейся сис-мы: $v-2u=\sqrt{\frac{uv}{3}}$ $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} v^2-4uv+4u^2=\frac{uv}{3} \\ v\geq 2u \end{cases}$ $\begin{cases} 3v^2-13uv+12u^2=0 \to D=169u^2-144u^2=25u^2 \Rightarrow v=\frac{13u\pm5u}{6} \\ v\geq 2u \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} v=3u \\ v=\frac{4}{3}u \end{array}\right. \\ v\geq 2u \end{cases}$ (2) Теперь изобразим систему (1) на координатной пл-ти.



Всего 2 решения.

Теперь подставим (2) во второе ур-ие (1) системы

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 9u^2+u^2=90 \\ u>0 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{16}{9}u^2+u^2=90 \\ u<0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} u^2=9 \\ u>0 \end{cases} \\ \begin{cases} 25u^2=810 \\ u<0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} u=3 \Rightarrow v=9 \\ u=\frac{-9\sqrt{10}}{5} \Rightarrow v=\frac{4}{3}\cdot\frac{-9\sqrt{10}}{5} \end{array}\right.$

Подставим обратно $x-6$ и $6y-3$ вместо v и u.

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 6y-3=3 \\ x-6=9 \end{cases} \\ \begin{cases} 6y-3=\frac{-5\sqrt{10}}{5} \\ x-6=\frac{4}{3}\cdot\frac{-5\sqrt{10}}{5} \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=1 \\ x=15 \end{cases} \\ \begin{cases} 2y=1-\frac{3\sqrt{10}}{5} \\ x=6-\frac{12\sqrt{10}}{5} \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=1 \\ x=15 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{5-3\sqrt{10}}{10} \\ x=\frac{30-12\sqrt{10}}{5} \end{cases} \end{array}\right.$

$\boxed{\text{Ответ: } (15;1);\ \left(\frac{30-12\sqrt{10}}{5};\ \frac{5-3\sqrt{10}}{10}\right)}$

№3 $10x + |x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x-x^2)}$ Заметим, что $10x-x^2>0$ ~~од~~ как аргумент логарифма.

Тогда мы модуль можем смело убрать и оставить знак минуса

$10x + (10x-x^2)^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x-x^2)}$. Для удобства заменим $10x-x^2$ на a, где $a>0$

$a + a^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 a} \Leftrightarrow a + a^{\log_3 4} - a^{\log_3 5} \geq 0$

Применяя ~~метод~~ модифицированный метод интервалов последнее нер-во равносильно следующему: $\begin{cases}(a-1)(1+\log_3 4-\log_3 5)\geq 0\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a-1\geq 0\\ a>0\end{cases}$, т.к. $\begin{cases}1+\log_3 4>2\\ \log_3 5<2\end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow 1+\log_3 4-\log_3 5>0$. Тогда, делая обратную замену, получаем, что $10x-x^2-1\geq 0$

$x^2-10x+1\leq 0 \to \frac{D}{4}=25-1=24 \to \begin{cases}x\leq 5+\sqrt{24}\\ x\geq 5-\sqrt{24}\end{cases}$ Ответ: $[5-\sqrt{24}; 5+\sqrt{24}]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

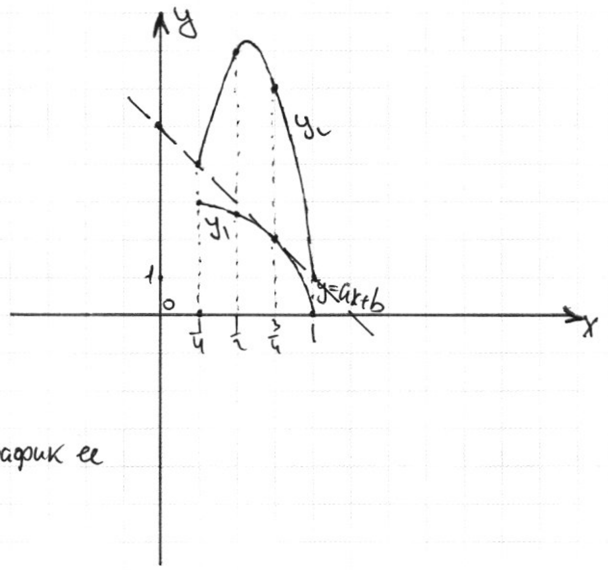
№6 $\frac{16x-16}{4x-5} \leq ax+b \leq -32x^2+36x-3$

Нарисуем графики $y_1 = \frac{16x-16}{4x-5}$, $y_2 = -32x^2+36x-3$ на промежутке $x \in [\frac{1}{4}; 1]$

y_1 – часть гиперболы

y_2 – часть параболы

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
y_1	3	$\frac{8}{3}$	2	0
y_2	4	7	6	1



Так как $ax+b$ – линейная функция, то и график ее является прямой.

Заметим, что провести прямую $ax+b$ можно единственным образом, чтобы все точки прямой лежали ниже y_2 и выше y_1 или лежали на них. Тогда пусть $f(x)=ax+b$.

$f(1)=1 \quad f(\frac{1}{4})=4 \Rightarrow f(1)-f(\frac{1}{4}) = a - \frac{1}{4}a = \frac{3}{4}a = -3 \Rightarrow a=-4 \Rightarrow f(1) = -4+b = 1 \Rightarrow b=5$

Ответ: $(-4; 5)$

N1 $\begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{-1}{\sqrt5}\\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha=-\frac{2}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{-1}{\sqrt5}\\ 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos2\beta=-\frac{2}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{-1}{\sqrt5}\\ \frac{-2}{\sqrt5}\cdot\cos2\beta=-\frac{2}{5}\end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{-1}{\sqrt5} & (1)\\ \cos2\beta=\frac{1}{\sqrt5}\Rightarrow \sin2\beta=\pm\frac{2}{\sqrt5} & (2)\end{cases}$

(1) $\sin(2\alpha+2\beta)=\sin2\alpha\cdot\cos2\beta+\sin2\beta\cdot\cos2\alpha=\left[\begin{array}{l}\frac{\sin2\alpha}{\sqrt5}+\frac{2\cos2\alpha}{\sqrt5}\\ \frac{\sin2\alpha}{\sqrt5}-\frac{2\cos2\alpha}{\sqrt5}\end{array}\right.=\frac{-1}{\sqrt5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin2\alpha+2\cos2\alpha=-1\\ \sin2\alpha-2\cos2\alpha=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+4\cos^2\alpha-2=-1\\ 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-4\cos^2\alpha+2=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-1=0\\ 4\cos^2\alpha-2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-\sin^2\alpha=0\\ \cos^2\alpha-2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-3\sin^2\alpha=0\end{array}\right.$ Если $\cos\alpha=0$, то $\sin\alpha=0$ в обоих ур-ях, что невозможно. Тогда поделим оба ур-ия на $\cos^2\alpha$

$\left[\begin{array}{l}3+2tg\alpha-tg^2\alpha=0\\ 1-2tg\alpha-3tg^2\alpha=0\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}tg\alpha=1\pm\sqrt4\\ tg\alpha=\frac{-1\pm\sqrt4}{3}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}tg\alpha=3\\ tg\alpha=-1\\ tg\alpha=\frac{1}{3}\end{array}\right.$

Ответ: $-1; \frac{1}{3}; 3$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

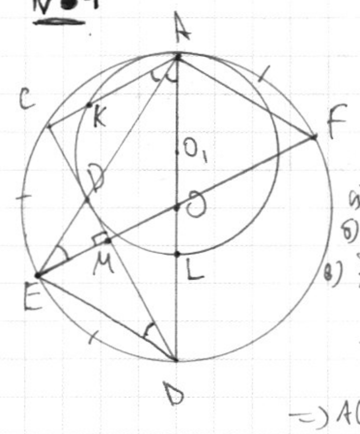
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



Дано:
$CD = \frac{15}{2}$
$BD = \frac{17}{2}$

Найти:
а) радиусы;
б) $\angle AFE$;
в) S_{AEF} — ?

Решение:

а) Т.к. AB — диаметр, то $\angle ACB = \angle AEB = 90^\circ$

$\angle ACB = \frac{\smile ALD - \smile DK}{2} = 90^\circ + \frac{\smile DL - \smile DK}{2} = 90^\circ \Rightarrow \smile DL = \smile DK \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAE = \angle EAB \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD} = \frac{15}{17}$ (по св-ву биссек. AD) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AC = \frac{15}{2}x,\ AB = \frac{17}{2}x$, где x — некоторая конст-та $\Rightarrow$

$\Rightarrow AC^2 + BC^2 = AB^2$ (по т. Пифагора) $\frac{17^2}{4}x^2 = \frac{15^2}{4}x^2 + 16^2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AB}{2} = \frac{17}{2}$ (радиус Ω). Пусть r — радиус ω. AB — секущая ω, BD — кас. ω $\Rightarrow$

$\Rightarrow BA \cdot BL = BD^2 \Rightarrow 17 \cdot (17 - 2r) = \frac{17^2}{4}$ $\quad 34r = \frac{3 \cdot 17^2}{4} \Rightarrow r = \frac{3 \cdot 17}{8} = \frac{51}{8}$

Ответ: $\frac{17}{2}$ и $\frac{51}{8}$

б) $\angle CAE = \angle DAE = \angle CBE$ (впис. углы, опир.-ся на равные дуги) $\Rightarrow \smile CE = \smile ED$

$\angle EMB = 90^\circ = \frac{1}{2}\smile CF + \frac{1}{2}\smile EB = \frac{1}{2}\smile CA + \frac{1}{2}\smile AF + \frac{1}{2}\smile EB = \frac{1}{2}\smile AC + \frac{1}{2}\smile BE + \frac{1}{2}\smile CE \Rightarrow \smile CE = \smile AF \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AEF = \angle EAB$

$\angle FAB = \angle FEB$ (впис. углы, опир. на одну дугу)

$\Rightarrow \angle AEB = \angle EAF = 90^\circ \Rightarrow EF$ — диаметр $\Rightarrow O \in EF$

т.к. AB — диаметр

N5 $f\left(\frac{x}{y}\right)+f(x\cdot y)=f(x^2) \Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f(x)-f(x)-f(y)=f(x)-f(y)$

По основной теореме арифметики x и y раскладываются на простые множители единственным образом. Тогда можно сказать, что $x=p_1\cdot p_2\cdot p_3\cdot\ldots\cdot p_n$ и $y=p_1\cdot p_2\cdot\ldots\cdot p_k$, где $n,k\in\mathbb{N}$, $n\geqslant k$, p_i – простые числа $\left(n\geqslant k, \text{т.к. } \frac{x}{y}\in \mathbb{N}\right)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)=f(p_1)+f(p_2)+\ldots+f(p_n)-f(p_1)-f(p_2)-\ldots-f(p_k)=f(p_{k+1})+\ldots+f(p_n)$

Заметим, что $f\left(\frac{x}{y}\right)\geqslant 0$, т.к. $f(p_i)=\left[\frac{p_i}{4}\right]\geqslant 0$. Получается, что пар $(x;y)$ не существует (их кол-во — 0)

Ответ: 0

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \end{cases} \qquad \begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos(2\alpha+2\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2\beta + \sin 2\beta(\cos 2\alpha\cdot\cos 2\beta - \sin 2\alpha\cdot\sin 2\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta) = 2\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} = 2(\sin\alpha\cdot\cos\beta+\sin\beta\cdot\cos\alpha)(\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta) =$$

№2 $\begin{cases} x-12y = \sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$ $\begin{cases} x-12y = \sqrt{(2y-1)(x-6)} \\ (x-6)^2+(6y-3)^2=90 \end{cases}$ $\begin{cases} x-12y = \sqrt{(2y-1)(x-6)} \\ (x-6)^2+(6y-3)^2=90 \end{cases}$

$u = \sqrt{2y-1}$

$v = x-6$

$\begin{cases} v-6u = \sqrt{vu} \\ v^2+9u^2=90 \end{cases}$ $\begin{cases} v^2-12uv+36u^2 = vu \\ v^2+9u^2=90 \end{cases}$ $\begin{cases} 90-13uv+27u^2=0 \\ v^2+9u^2=90 \end{cases}$

$D = 169v^2 - 27\cdot 90\cdot 4 = 169v^2 - 9720$

$27\cdot 90 = 2430$, $2430\cdot 4 = 9720$

$u = \frac{13v \pm \sqrt{169v^2-9720}}{54}$

$u = 6y-3$

$v = x-6$

$\begin{cases} v-2u = \sqrt{\frac{4v}{3}} \\ v^2+u^2=90 \end{cases}$ $\begin{cases} v^2-4uv+4u^2 = \frac{4v}{3} \\ v^2+u^2=90 \end{cases}$

$\begin{cases} 3v^2-13uv+12u^2=0 \\ v^2+u^2=90 \end{cases}$

$D = 169u^2 - 144u^2 = 25u^2$

$v = \frac{13u \pm 5u}{6} = \left[\begin{array}{l} 3u \Rightarrow x-6 = 18y-9 \Rightarrow y = \frac{x}{18}+\frac{1}{6} \\ \frac{4}{3}u \Rightarrow x-6 = 8y-4 \Rightarrow y = \frac{x}{8}-\frac{1}{4} \end{array}\right.$

$\frac{16}{9}\cdot\frac{81\cdot 10}{25} + \frac{81\cdot 10}{25} = \frac{(144+81)\cdot 10}{25} = \frac{3^2\cdot 5^2\cdot 10}{25} = 90$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$ $\quad 10x-x^2>0$

$10x+(10x-x^2)^{\log_3 4} \geq x^2+(10x-x^2)^{\log_3 5}$

$(10x-x^2)^1+(10x-x^2)^{\log_3 4} \geq (10x-x^2)^{\log_3 5}$ $\quad 10x-x^2=a$

$\cancel{\log_3(10x-x^2+(10x-x^2)^{\log_3 4}) \geq \log_3(10x-x^2)\cdot\log_3 5}$

$\cancel{\log_3(a+a^{\log_3 4}) \geq \log_3 a\cdot\log_3 5}$

$a+a^{\log_3 4}-a^{\log_3 5}\geq 0$

$(a-1)(1+\log_3 4-\log_3 5)\geq 0$

$(a-1)(\log_3 3+\log_3 4-\log_3 5)\geq 0$

$a-1\geq 0$

$x^2-10x+1\leq 0$

$D_1=25-1=24$

$\begin{cases} x\leq \frac{5+\sqrt{24}}{1} \\ x\geq 5-\sqrt{24}\end{cases}$ $\quad \begin{cases} x\leq 5+4\sqrt{6} \\ x\geq 5-4\sqrt{6}\end{cases}$

$\frac{x}{y}\in\mathbb{Z}$

$289+17+18=324$ $\quad \frac{-324}{96}\ 228$

$D=324-32\cdot 3=324-96=228$

$f(1)=f(1)+f(b)$ $\quad f(b)=f(1)+f(0)$

$a=1 \Rightarrow f(b)=f(1)+f(b) \Rightarrow f(1)=0$ $\quad f(4)=f(2)+f(2)=0$

$a=2 \Rightarrow f(4)=0$

$f(3)=0$

$f(5)=1$

$f(7)=1$

$f(4)=2$

$\frac{16x-16}{4x-5}\leq ax+b\leq -32x^2+36x-3$

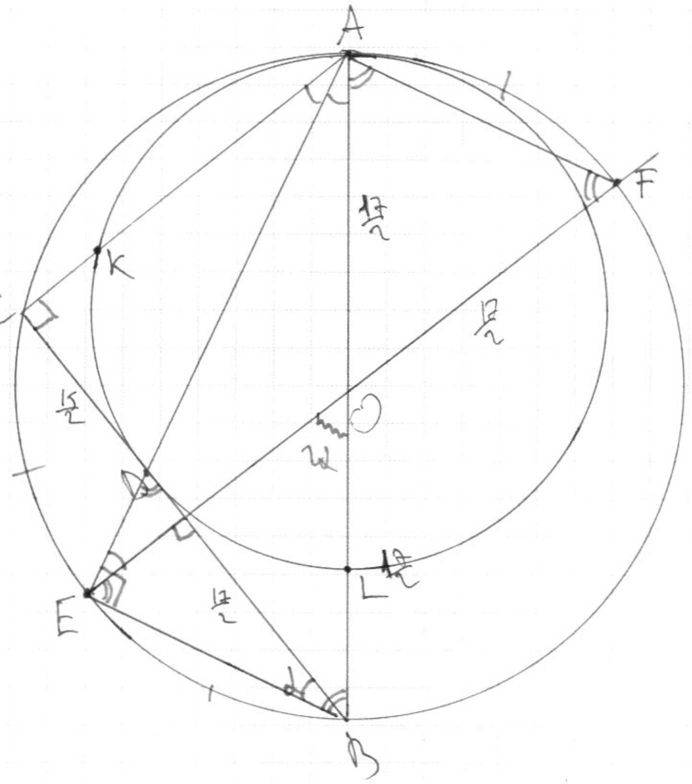
$\frac{(4x-5)\cdot 4+4}{4x-5}\leq ax+b\leq -32x^2+36x-3$

$4+\frac{4}{4x-5}\leq ax+b\leq$

$\frac{-36}{-64}=\frac{6^2}{2^6}=\frac{3^2}{2^4}=\frac{9}{16}$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



$r=\frac{17}{2}x$

$AC=\frac{15}{2}x$

$\frac{17^2}{4}x^2=\frac{15^2}{4}x^2+16^2$

$\frac{17+2\cdot16+15}{4}x^2=16^2$

$(17+2\cdot16+15)x^2=32^2$

$16\cdot4\,x^2=32^2$

$4^2\cdot2^2x^2=32^2$

$x^2=4^2$

$x=2$

$f(ab)+f\left(\frac{a}{b}\right)=f(a^2)$ $\quad$ $f\left(\frac{a}{b}\right)=f(a^2)-f(a)-f(b)=f(a)+f(a)-f(a)-f(b)=$
$=f(a)-f(b)$

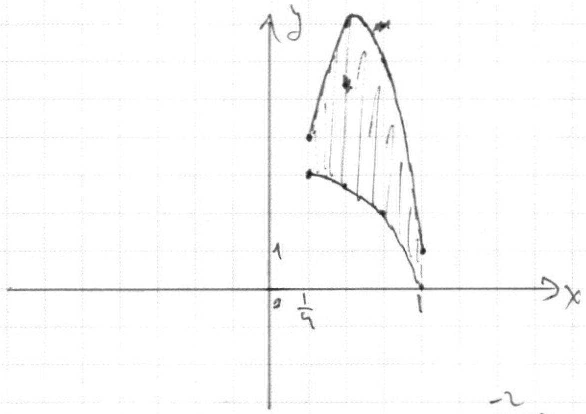
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$-32\cdot\frac{1}{16}+\frac{36}{4}-3=-2+9-3=4$

$\frac{1}{3}$ $\frac{-32}{9}+\frac{36}{3}-3=-3-\frac{5}{9}+12-3=6-\frac{5}{9}=5+\frac{4}{9}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{-32}{4}+\frac{36}{2}-3=-8+18-3=7$

$\frac{-32\cdot 9}{16}+\frac{36\cdot 3}{4}-3=-18+27-3=6$

$-32+36-3=1$

$\frac{8-16}{2-5}=\frac{-8}{-3}=2\frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{12-16}{3-5}=\frac{-4}{-2}=2$

$\begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}\\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}\end{cases}$ $\begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}\\ 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta=-\frac{2}{5}\end{cases}$ $\begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{-1}{\sqrt5}\\ \frac{-2}{\sqrt5}\cdot\cos 2\beta=-\frac{2}{5}\end{cases}$ $\begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{-1}{\sqrt5}\\ \cos 2\beta=\frac{1}{\sqrt5}\end{cases}$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha=\frac{-1}{\sqrt5}$

$\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt5}\pm\frac{2\cos 2\alpha}{\sqrt5}=\frac{-1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha\pm 2\cos 2\alpha=-1$

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha\pm4\cos^2\alpha\mp2=-1$

$\left[\begin{array}{l}4\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-1=0\\ -4\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+3=0\end{array}\right.$ $\qquad$ $\left[\begin{array}{l}3\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-\sin^2\alpha=0\\ -\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+3\sin^2\alpha=0\end{array}\right.$

$D=1+3=4$

$tg\alpha=1\pm2=\left[\begin{array}{l}3\\-1\end{array}\right.$

$D=1+3$

$tg\alpha=\frac{-1\pm2}{3}=\left[\begin{array}{l}-1\\ \frac{1}{3}\end{array}\right.$

Если $\cos\alpha=0$, то $\sin\alpha=0$, что невозможно. $\left[\begin{array}{l}3+2tg\alpha-tg^2\alpha=0\\ -1+2tg\alpha+3tg^2\alpha=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}tg^2\alpha-2tg\alpha-3=0\\ 3tg^2\alpha+2tg\alpha-1=0\end{array}\right.$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

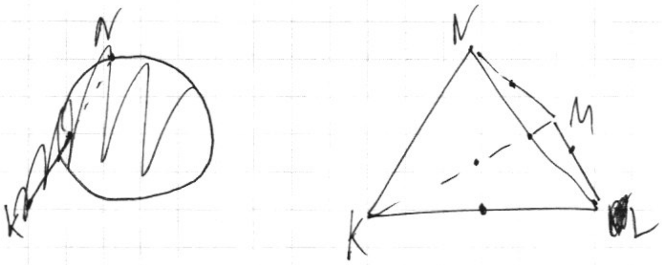
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)