$x - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = 124$

$8y - \sqrt[3]{64y^2 - x^2} = -92$

$x - 8y = 216$

$x = 8y + 216$

$8y = x - 216$

$\cancel{x - \sqrt[3]{64y^2 - (8y+216)^2} = 124}$

$\cancel{8y + 216}$

$216 = 6^3$

$y = \frac{x}{8} - 27 = 14 - 27 =$
$= -13$

$\boxed{x = 112}$

$x = 112:$
$-12 =$
$= 6\sqrt[3]{216 - 224} =$

$$\begin{array}{r} 124 \\ +\ 92 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 216 & 8 \\ -16 & 27 \\ \hline 56 & \\ -56 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$y = \frac{x}{8} -$

$64y^2 = (x - 216)^2$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times\ 8 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ \hline 112 & 8 \\ -8 & 14 \\ \hline 32 & \\ -32 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$x - \sqrt[3]{(x-216)^2 - x^2} = 124$

$x - \sqrt[3]{x^2 - 432x + 216^2 - x^2} = 124$

$x - \sqrt[3]{216^2 - 432x} = 124$

$x - \sqrt[3]{216 \cdot 216 - 2x \cdot 216} = 124$

$x - 6\sqrt[3]{216 - 2x} = 124$

$\underbrace{x - 124}_{f(x)} = \underbrace{6\sqrt[3]{216 - 2x}}_{g(x)}$

$(x - 124)^3 = 216 \cdot (216 - 2x)$

$x^3 - 3x^2 \cdot 124 + 3 \cdot 124^2 \cdot x - 124^3 = 216(216 - 2x)$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times\ 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

$f(126) = 2$

$g(126) = 6\sqrt[3]{216 - 252} = 6.$

$f(125) = 1$

$g(125) = 6\sqrt[3]{216 -}$

$f(-5) = -129$

$f(x) = 0$ при $x = 124$

$\cancel{f}$ $g(x) = 0$ при $x = 108$ $6\sqrt[3]{216 - 2x}$ 11 -4

1	1
2	8
3	27
-4	-64
5	125
6	216
7	343
8	512

$216 + 27 =$
$= 243$

$216 + 64 =$
$= 280$

$\cancel{140 - 124 = 6 \cdot \sqrt[4]{\ }}$

$(112; -13)$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

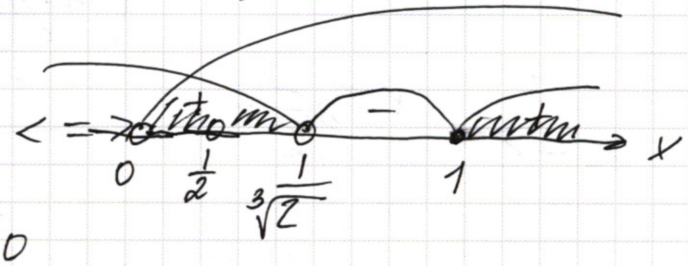
2. $\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \le \log_{2x} \frac{1}{x^3}$

Найдём ОДЗ:

$$\begin{cases} 2x^3 > 0 \\ 2x^3 \neq 1 \\ x^9 > 0 \\ 2x > 0 \\ 2x \neq 1 \\ \frac{1}{x^3} > 0 \\ \log_{2x^3} x^9 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ x \neq \frac{1}{2} \\ (2x^3-1)(x^9-1) \geq 0 \end{cases}$$

по методу рационализации

воспользуемся методом интервалов:



$\Rightarrow x \in (0; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[3]{2}}) \cup [1; +\infty)$

Вернёмся к изначальному неравенству.

$\sqrt{9\log_{2x^3} x} \le -3\log_{2x} x$; $\quad \log_x 2 \overset{об}{=} t$;

$\sqrt{\log_{2x^3} x} \le -\log_{2x} x$

$\sqrt{\frac{1}{\log_x 2x^3}} \le -\frac{1}{\log_x 2x}$;

$\sqrt{\frac{1}{3+\log_x 2}} \le -\frac{1}{\log_x 2 + 1}$;

$$\sqrt{\frac{1}{t+3}} \le -\frac{1}{t+1} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{t+3} \geq 0 \\ -\frac{1}{t+1} \geq 0 \\ \frac{1}{t+3} \le \frac{1}{(t+1)^2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

продолжение на стр-3

$\sqrt{\log_{2x^3} x^9} \le \log_{2x} \frac{1}{x^3}$

~~$\sqrt{\frac{9}{3}\log_{2x} x} \le -3\log_{2x} x$~~

~~$\log_{2x} x \overset{oб}{=} t$~~

~~$\sqrt{3t} \le -3t$~~

ОДЗ:

$$\begin{cases} 2x^3 \ne 1 \\ 2x^3 > 0 \\ x^9 > 0 \\ \frac{1}{x^3} > 0 \\ 2x > 0 \\ 2x \ne 1 \\ \log_{2x^3} x^9 \ge 0 \end{cases}$$

$<=> \quad x \ne \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

$x > 0$

$x \ne \frac{1}{2}$

$(2x^3-1)(x^9-1) \ge 0$

$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \quad 1 \quad x$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \quad 1 \quad x$

$=> x \in (0; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[3]{2}}] \cup$

$\cup [1; +\infty)$

$\begin{cases} -3t \ge 0 \\ 3t \ge 0 \\ 3t \le 9t^2 \end{cases} <=> \quad \begin{matrix} t \le 0 \\ t \ge 0 \end{matrix}$

~~$3t$~~ ~~$-3t < 0$~~

$\sqrt{9\log_{2x^3} x} \le -3\log_{2x} x$

$\sqrt{\frac{9}{\log_x 2x^3}} \le \frac{-3}{\log_x 2x}$

$\sqrt{\frac{9}{3+\log_x 2}} \le \frac{-3}{\log_x 2 + 1}$

$\log_x 2 \overset{oб}{=} t$

~~$\sqrt{9}$~~ $\sqrt{\frac{1}{3+t}} \le \frac{-1}{t+1}$

$$\begin{cases} \frac{-1}{t+1} \ge 0 \\ \frac{1}{3+t} \ge 0 \\ \frac{1}{3+t} \le \frac{1}{(t+1)^2} \end{cases}$$

$ax+b \ge 6 + \frac{4}{2x-3}$

$ax+b-6 \ge \frac{4}{2x-3}$

$<=>$

$x \in (-\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$

$ax+b \ge \frac{12x-18+4}{2x-3}$

$ax+b \ge \frac{12x-14}{2x-3}$

$\frac{12x-14}{2x-3} \le ax+b \le 2 + \sqrt{\frac{51}{4} - 7x - x^2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

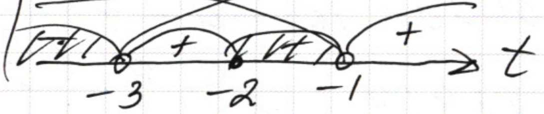
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2. Продолжение.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t>-3\\ t<-1 \\ \dfrac{t^2+2t+1-t-3}{(t+1)^2(t+3)}\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t>-3\\ t<-1\\ \dfrac{t^2+t-2}{(t+1)^2(t+3)}\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t>-3\\ t<-1 \\ \dfrac{(t-1)(t+2)}{(t+1)^2(t+3)}\le 0\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t>-3\\ t<-1 \end{cases}$$

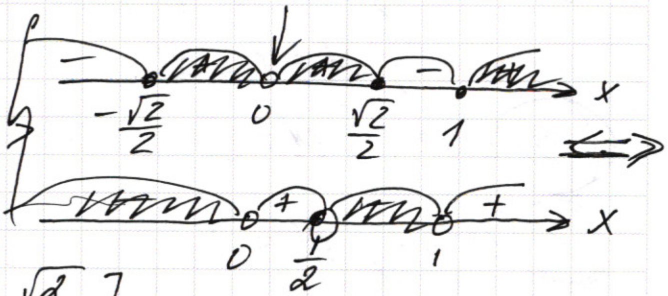


$\Rightarrow t \in [-2;-1)$; сделаем обратную замену

$$\begin{cases} \log_x 2 \geq -2\\ \log_x 2 < -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x 2 - \log_x \frac{1}{x^2} \geq 0\\ \log_x 2 - \log_x \frac{1}{x} < 0\end{cases} \Leftrightarrow$$

по методу рационализации

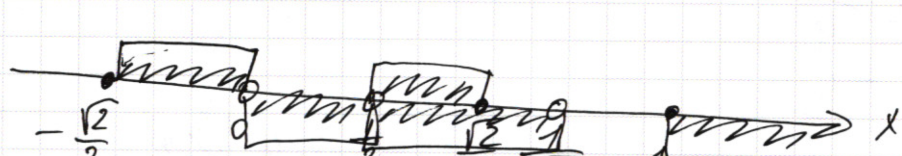
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(x-1)(2x^2-1)}{x^2} \geq 0\\ \dfrac{(x-1)(2x-1)}{x} < 0\end{cases} \Leftrightarrow$$



$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \in \left[-\frac{\sqrt2}{2};0\right) \cup \left(\frac12;\frac{\sqrt2}{2}\right]$

наложим ОДЗ:



Ответ: $x \in \left(\frac12;\frac{\sqrt2}{2}\right]$.

семизнач. числа $\overline{abcdefg}$, $a \neq 0$

Если это 10, 100 и 1000 ↯, т.к. сумма $\leq 1110-3$ ↯

Если это 100, 1000 и 10000, то сумма $\leq 11100-3$ ↯

Если это 1000, 10000 и 100000, то сумма $\leq 111000-3$ ↯

1) 1000, 10000 и 100000

2) 10000, 100000 и 1000000

1) $\overline{efg}+\overline{defg}+\overline{cdefg}=12414$

$\overline{efg}=t$

то

$t+1000d+t+10000c+1000d+t=12414$

$10000c+2000d+3t=12414$ $\quad c, d, t \geq 0$

$$\begin{array}{r} 999 \\ \times \quad 3 \\ \hline 2997 \end{array}$$

1) $c=0, d=0$ ↯, $t \leq 999$

2) $c=0, d=1$ ↯, ~~$2000d+t$~~

3) ~~$c=1, d=0$ ↯,~~

3) $c=1$, $d=0$

4) $c=1$, $d=1$

5) $c=0$

$12414 : 3 = 4138$

-12, 4, -3, 11, -9, 24, -24, 0

$414 : 3 = 138$

-3, 11, -9, 24

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. ~~Обозна~~ Будем искать числа вида $\overline{abcdefg}$, $a \neq 0$
Поймём, остатки от деления числа на какие три степени числа 10 нам подходят. $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{Z}$, числа ≤ 9, $b, c, d, e, f \geq 0$, $a > 0$.

- Если это 10, 100 и 1000, то суммарный остаток < 1110
- Если это 100, 1000 и 10000, то суммарный остаток < 11100
- Если это 1000, 10000 и 100000, то суммарный остаток < 111000
- Если это 10000, 100000 и 1000000, то суммарный остаток < 1110000
- Если это 100000, 1000000 и 10000000, то суммарный остаток больше либо равен самому числу,

т.к. $\overline{abcdefg} \vdots 10000000 = 0$ (ост. $\overline{abcdefg}$)
При больших степенях числа 10 остаток также $=$, самому числу. Получаем, что нам подходят тройки (1000, 10000 и 100000) и (10000, 100000 и 1000000).

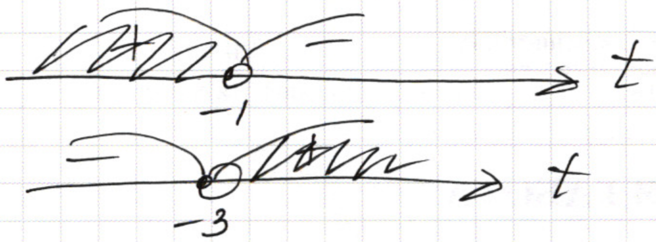
1) Для (1000, 10000 и 100000) получим
$\overline{efg} + \overline{defg} + \overline{cdefg} = 12414$
$\overline{efg} \overset{\text{об}}{=} t$; тогда $3t + 2000d + 10000c = 12414$

а) Если $c > 1$, то решений нет, т.к. $c \cdot 10000 \geq 20000$ при $c > 1$

~~б) рассмотрим $c = 0$;~~

~~$3t = 12414 - 2000d$; $t \in [0; 999]$; $3t \in [0; 2997]$~~

d	3t		d	3t		d	3t	
0	12414	∅,	4	8414	∅,	8	4414	∅
1	10414	∅, $3t \leq 2997$	5	7414	∅, $3t \leq 2997$	9	3414	∅
2	10414	∅,	6	6414	∅			
3	9414	∅,	7	5414	∅, $\Rightarrow c \neq 0$, потому что тогда $3t > 2997$			



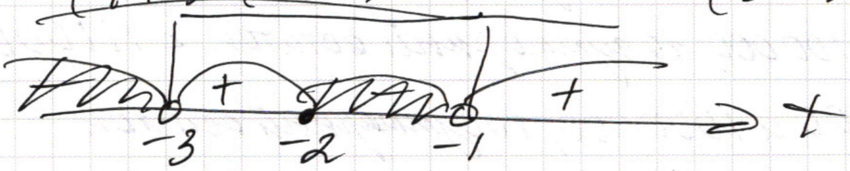
$$\frac{1}{3+t} \le \frac{1}{(t+1)^2}$$

$$\frac{(t+1)^2-(t+3)}{(t+1)^2(t+3)} \le 0$$

$$\frac{t^2+2t+1-t-3}{(t+1)^2(t+3)} \le 0$$

$$\frac{t^2+t-2}{(t+1)^2(t+3)} \le 0$$

$$\frac{(t-1)(t+2)}{(t+1)^2(t+3)} \le 0 \quad 2 \Rightarrow \frac{(t+2)}{(t+1)(t+3)} \le 0$$



$\Rightarrow t \in [-2;-1)$

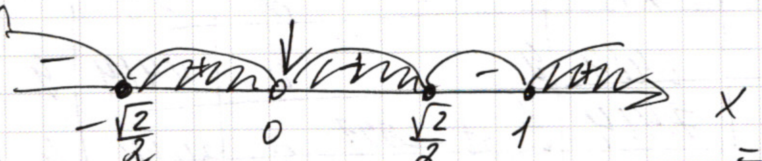
$$\sqrt{15^2-15^2\cdot\left(\frac{8}{17}\right)^2} = 15\cdot\sqrt{\frac{9}{17}\cdot\frac{25}{17}} = \frac{15^2}{17}$$

$$\begin{cases} \log_x 2 \geqslant -2 \\ \log_x 2 \le -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \log_x 2 - \log_x \frac{1}{x^2} \geqslant 0 \\ \log_x 2 - \log_x \frac{1}{x} < 0 \end{cases}$$

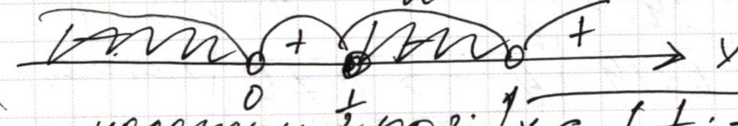
$$17-\frac{6}{\sqrt{225-\frac{(120)^2}{17^2}}} =$$

$$\begin{cases} (x-1)\left(2-\frac{1}{x^2}\right) \geqslant 0 \\ (x-1)\left(2-\frac{1}{x}\right) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)\left(\frac{2x^2-1}{x^2}\right) \geqslant 0 \\ (x-1)\left(\frac{2x-1}{x}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x-1)\cdot 2\left(x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{x^2} \geqslant 0 \\ \frac{(x-1)\cdot 2\left(x-\frac{1}{2}\right)}{x} < 0 \end{cases}$$



$\Rightarrow x \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right) \cup \left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$



наложим ОДЗ: $\boxed{x \in \left(\frac{1}{2};\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right]}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

8) рассмотрим $c=1 \Rightarrow 10000c = 10000$,
$3t = 2414 - 1000d$.
Если $d=0$, то $3t = 2414$, но $2414 \not\vdots 3 \Rightarrow d \neq 0$
Если $d=1$, то $3t = 1414$, но $1414 \not\vdots 3 \Rightarrow d \neq 1$
Если $d=2$, то $3t = 414 \Rightarrow t = 138$
Если $d \geq 3$, то $3t<0$ ↯ $\Rightarrow d < 3$.
~~Получаем для (1000; 10000; 100000) единственное число~~ то есть для (1000; 10000; 100000) число имеет вид $\overline{ab12138}$
Для a – 9 вариантов (от 1 до 9, $\in \mathbb{Z}$),
для b – 10 вариантов (от 0 до 9, $\in \mathbb{Z}$).
По правилу умножения получаем для (1000; 10000; 100000) 90 вариантов.
2) Для (10000, 100000, 1000000) получим
$\overline{defg} + \overline{cdefg} +$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) Рассмотрим $c=0$; $t\in[0;999]$, $3t\in[0;2997]$.

$3t = 12414 - 2000d$.

- Если $d=0$, то $3t = 12414 > 2997$
- Если $d=1$, то $3t = 10414 > 2997$
- Если $d=2$, то $3t = 8414 > 2997$
- Если $d=3$, то $3t = 6414 > 2997$
- Если $d=4$, то $3t = 4414 > 2997$
- Если $d=5$, то $3t = 2414$, но $2414 \not\vdots\, 3$
- Если $d=6$, то $3t = 414 \vdots\, 3 \Rightarrow c=0, d=6, t = 414:3 = 138$ удовл. условию
- Если $d\geq 7$, то $3t<0$ — противоречие

в) Для $c=1$:

$3t = 2414 - 2000d$

- Если $d=0$, то $3t = 2414$, но $2414 \not\vdots\, 3$
- Если $d=1$, то $3t = 414 \vdots\, 3 \Rightarrow c=1, d=1, t=414:3=138$ удовл. условию.
- Если $d\geq 2$, то $3t<0$ — противоречие.

Получаем, что для (~~10000; 1000~~ 1000; 10000; 100000) подходят числа вида $\overline{ab06138}$ и $\overline{ab11138}$

По правилу умножения их $9\cdot 10\cdot 2 = 180$

2) Для (10000; 100000; 1000000) получим

$\overline{defg} + \overline{cdefg} + \overline{bcdefg} = 12414$

$\overline{defg} \overset{\text{об}}{=} m$, $m\in[0; 9999]$

Тогда $3m + 20000c + 100000в = 12414$.

Если $в \geq 1$, то $100000в \geq 100000$ => $в = 0$

Если $c \geq 1$, то $20000c \geq 20000$ => $c = 0$.

Получаем $3m = 12414$

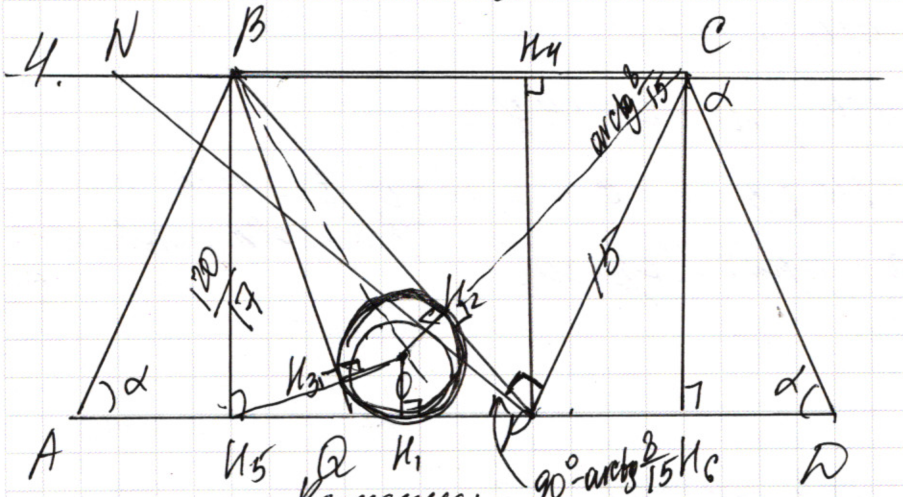
$m = 4138$.

Получаем, что для $(10000; 100000; 1000000)$ подходят числа вида $\overline{a004138}$. 9 вариантов для a => таких чисел 9 штук.

Всего чисел, подходящих по условию, $180 + 9 = 189$.

Ответ: 189.

4.



Дано:
ABCD - равнобед-я трапеция
$\angle BAD = \angle CDA = \alpha$
$\angle NCP = \operatorname{arctg} \frac{8}{15}$
$AP = \frac{17}{2}$
$NC = 17$
$\angle CPN$ - прямой

$\angle ADC$ - ?
$\angle NQC$ - ?
S_{NCDQ} - ?

Решение:

Рассм. $\angle NCP$;

$\angle NCP \in (0; \frac{\pi}{2})$ => $\sin\angle NCP > 0$, $\cos\angle NCP > 0$

$tg^2\angle NCP + 1 = \frac{1}{\cos^2\angle NCP}$ => $\cos^2\angle NCP = \frac{225}{289}$; $\sin^2\angle NCP = \frac{64}{289}$

Тогда $\cos\angle NCP = \frac{15}{17}$, $\sin\angle NCP = \frac{8}{17}$ =>

=> в прямоугольном $\triangle NPC$ $CP = \cos\angle NCP \cdot NC = 17 \cdot \frac{15}{17} = 15$

$NP = \sin\angle NCP \cdot NC = 17 \cdot \frac{8}{17} = 8$.

Д.п. $PH_4 \perp NC$. $PH_4 = \frac{NP \cdot CP}{NC} = \frac{8 \cdot 15}{17} = \frac{120}{17}$ как высота в прямоугольном треугольнике.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В трапеции опустим высоты BH_5 и CH_6.

Т.к. $ABCD$ - равнобедренная, то $AH_5 = DH_6$, $BC = H_5H_6$

~~$AH_5 \overset{об}{=} a$, $BC \overset{об}{=} b$, тогда $AP = a+b-PH_6$~~

△ CPH_6 - прямоугольный. По теореме Пифагора

$PH_6 = \sqrt{CP^2-CH_6^2} = \sqrt{CP^2-PH_4^2} = \sqrt{15^2-\left(\frac{120}{17}\right)^2} =$

$= \sqrt{15^2-15^2\cdot\left(\frac{8}{17}\right)^2} = 15\sqrt{\left(1-\frac{8}{17}\right)\left(1+\frac{8}{17}\right)} = 15\sqrt{\frac{9\cdot 25}{17^2}} =$

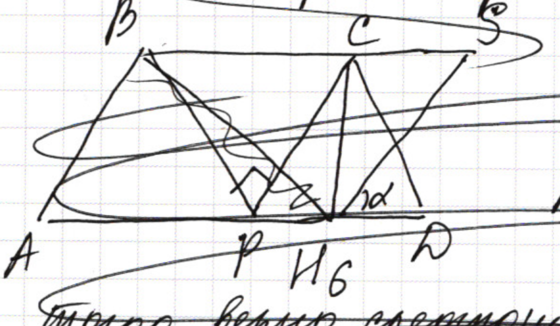
$= \frac{15\cdot 3\cdot 5}{17} = \frac{15\cdot 15}{17} = \frac{225}{17}$; $AH_6 = DH_5 = \frac{225}{17}+\frac{17}{2} =$

$= \frac{450+289}{34} = \frac{739}{34}$

~~$\angle NCP \overset{об}{=} \beta$;~~

~~В △ PCH_6 $PH_6 = tg(90°-\beta)\cdot CH_6$.~~

~~В △ Достроим трапецию до параллелограмма;~~



$CS = DH_6$

~~$ABSH_6$ - параллелограмм.~~

~~$BC = H_5H_6 \overset{об}{=} b$; $AH_5 = CS \overset{об}{=} a$,~~

~~Тогда верно следующее: $BS^2+AH_6^2+AB^2+SH_6^2 = BH_6^2+AC^2$~~

$\cancel{2\left(\frac{739}{34}\right)^2+2AB^2 = h^2+\left(\frac{739}{34}\right)^2+h^2+b^2}$

$\cancel{\left(\frac{739}{34}\right)^2 = 2h^2+b^2-2AB^2}$

~~$2\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{3}\right)=8\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$~~ $\qquad$ ~~$y, x \neq \pi k,\ k\in\mathbb{Z}$~~

~~$\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{3}\right)=4\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$~~

~~$\sqrt{3}\cos(x+y)=5\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$~~

~~$\sqrt{3}\cos(x+y)=\frac{5}{4}\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{3}\right)$~~ $\qquad \cos(x+y)=\frac{5\sqrt{3}}{12}\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{3}\right)$

4. Продолжение

$AC=\sqrt{AH_6^2+CH_6^2}=\sqrt{\left(\frac{120}{17}\right)^2+\left(\frac{739}{34}\right)^2}=\frac{1}{17}\sqrt{120^2+\frac{739^2}{4}}$;

по т. синусов для

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. $\frac{12x-14}{2x-3} \le ax+b \le 2+\sqrt{\frac{51}{4}-7x-x^2}\ \forall x\in[-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$

1) $ax+b \geq \frac{12x-14}{2x-3}$; $ax+b \geq 6+\frac{4}{2x+3}$

$ax+b-6 \geq \frac{4}{2x+3}\ \forall x\in[-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$

$f(x)=\frac{4}{2x+3} \searrow$; $f_{наиб}=f(-\frac{1}{2})=\frac{4}{-1+3}=2$

а) если $a \geq 0$, $g(x)=ax+b-6$

то $g(x)\uparrow$ или $g(x)=const \Rightarrow f_{наим}=f(-\frac{1}{2})=$
$=-a+b-6$. Необходимо, чтобы $-a+b-6 \geq 2$
$\underbrace{a \le b-8}$

б) если $a<0$, то $g(x)=ax+b-6 \searrow$

$h(x)=ax+b-6-\frac{4}{2x+3}$; необходимо, чтобы $h(x)\geq 0$ $\forall x\in[-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$.

$h'(x)=a+\frac{4\cdot 2}{(2x+3)^2}=a+\frac{8}{(2x+3)^2}$

$h'(x)=0 \Rightarrow (2x+3)^2a+8=0$

$4ax^2+12ax+9a+8=0$

$D=144a^2-4(4a)(9a+8)=144a^2-16a(9a+8)=$
$=144a-136a^2-128=8a^2-128$

$x=$

$\cancel{CH_4 = \frac{225}{17}, \; NH_4 = 17 - \frac{225}{17} = \frac{289-225}{17} = \frac{64}{17} = 3\frac{13}{17}}$

$\cancel{AH_4 = \sqrt{AP^2 + PH_4^2} = \sqrt{\frac{289}{4} + \left(\frac{120}{17}\right)^2}}$

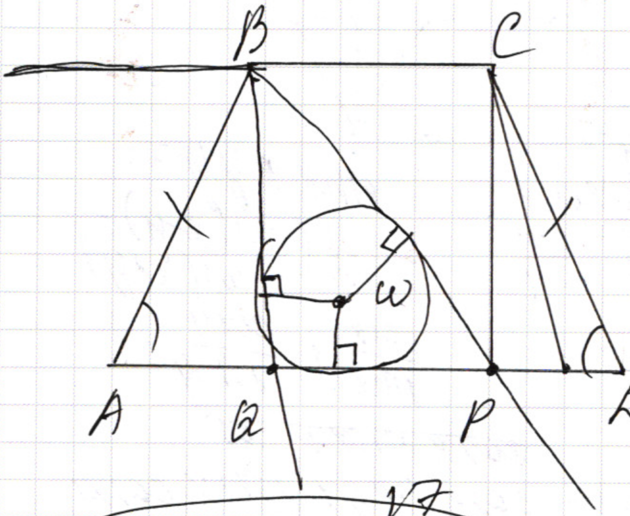
ω вписана в $\angle BQP \Rightarrow QO$ − биссектриса $\angle BQP$.

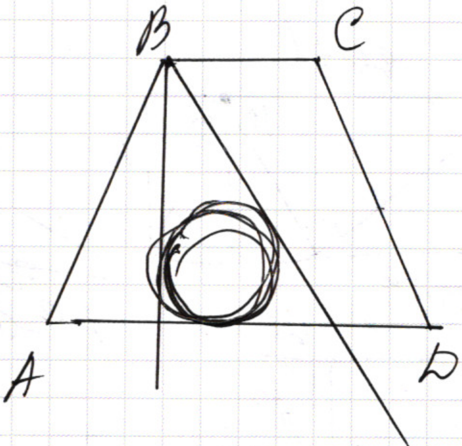
$BP = \sqrt{BH_4^2 + H_4P^2} = \sqrt{\frac{64^2}{17^2} + \frac{120^2}{17^2}} = \frac{1}{17}\sqrt{64^2 + 120^2}$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 120 \\ \hline 2400 \\ +12000 \\ \hline 14400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \\ \times 64 \\ \hline 256 \\ +1440 \\ \hline 1696 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14400 \\ +1696 \\ \hline 15096 \end{array}$$

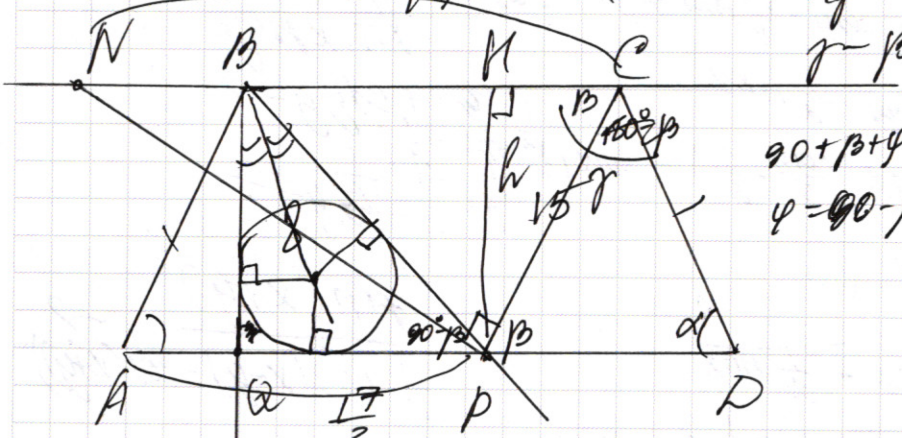
$BP^2 = \frac{64^2}{17^2} + \frac{120^2}{17^2};$ $\triangle BPC$ − прям

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\begin{array}{r|l} 739 & 34 \\ -68 & \overline{21} \\ 59 & \\ -34 & \\ 25 & \end{array}$$



$\varphi = 180 - \cancel{\beta} - \alpha$

$\gamma - \beta = 180 - \cancel{\beta} - \alpha$

$\angle NCD = arctg\,\frac{8}{15} = \beta$

$90 + \beta + \varphi = 180$

$\varphi = \cancel{90} - \beta$

$AP = \frac{17}{2}$

$NC = 17$

$\begin{array}{r} 400 \\ +289 \\ \hline 739 \end{array}$

$\angle ADC$ - ?

$\angle NQC$ - ?

S_{NCDQ} - ?

1) найти CH

2) найти PD

найти $tg\alpha$

$\angle NCP \overset{90}{=} \alpha$, $tg\alpha = \frac{8}{15}$, $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.

~~sin α~~ $\cos\alpha > 0$

$\cancel{\frac{1}{tg}}$ $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad \frac{64}{225} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$h = \frac{15 \cdot 8}{17} = \frac{120}{17}$ $\quad \frac{289}{225} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos^2\alpha = \frac{225}{289}$;

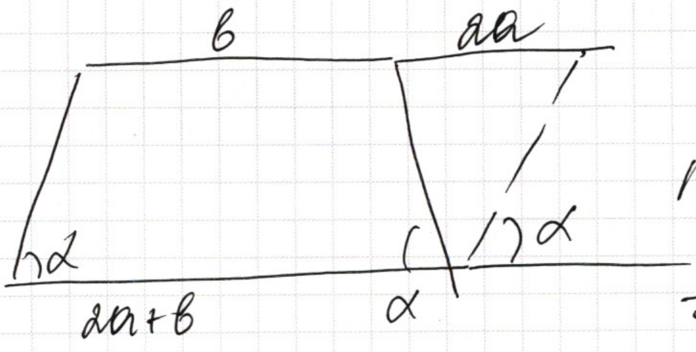
~~$180° - \beta + \beta$~~

$\cos\alpha = \frac{15}{17}$ => ~~$CP = NC \cdot \cos\alpha = 15$~~

$180 - 2\beta - \alpha + \beta + \alpha = 180$

$NP = CP \cdot \sin\alpha = CP\sqrt{1 - \frac{225}{289}} =$

$NP = 8$ $\quad = \sqrt{\frac{64}{289}} = \frac{8}{17}$



$a+b=\frac{789}{34}$

$15\cdot\sqrt{1-\frac{64}{289}}=t$

$=15\cdot\frac{15}{17}b$

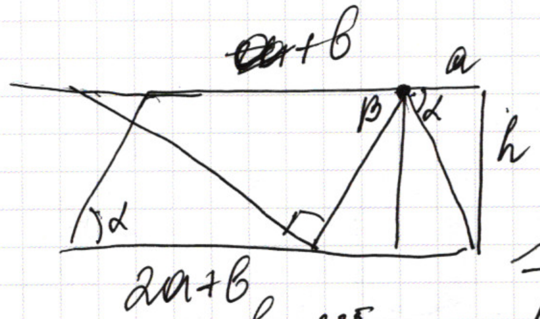
$xy=t$

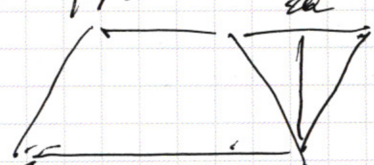
$\sin(x+y)=$

$+\sqrt{3}\cos(x+y)=$

$=\frac{8\sqrt{3}}{5}\cos t$

$192 \mid 25$





$\frac{120}{17}=\frac{240}{34}$ 2a+b

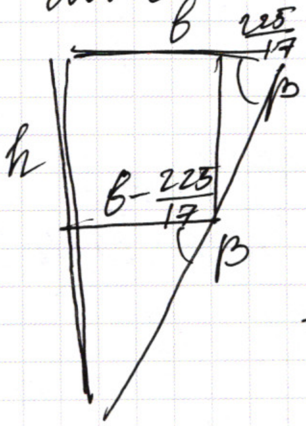
$\frac{789}{34}$

$AP=a+b$

$\sin x\sin y=$

$=\frac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y))$

$\frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\cos y}{\sin y}$ — ?



b

$\frac{\sqrt{3}}{5}\cos x\cos y-\frac{\sqrt{3}}{5}\sin x\sin y=$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x$

$\sqrt{3}\cos x\left(\frac{\cos y}{5}-\frac{1}{2}\right)=\sin x\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\sin y-\frac{1}{2}\right)$

~~$\cos x\sin x+\cos$~~

$\frac{\cos x\sin y+\sin x\cos y}{\sin x\sin y}$ — ?

$\operatorname{ctg}x+\operatorname{ctg}y$ — ?

~~$\frac{1}{\operatorname{tg}x}+\frac{1}{\operatorname{tg}y}$ — ?~~

$\sqrt{3}\cos(x+y)=5\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$

$\boxed{\sqrt{3}\cos(x+y)=5\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\cos x-\frac{1}{2}\sin x}$

$\frac{\sin(x+y)}{\frac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y))}$ — ?

~~$2\left(\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{3}\right)\right)=8\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$~~

~~$\sin\left(x+2y+\frac{\pi}{3}\right)=4\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$~~

$64\cdot3=192$

$\sin x\cos 2y+\cos x\sin 2y+\sqrt{3}\cos x\cos 2y-\sqrt{3}\sin x\sin 2y=$

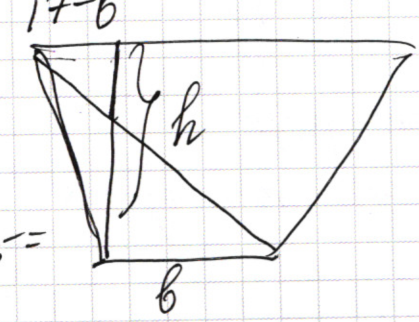
$=8\left(\cos x\frac{\sqrt{3}}{2}-\sin x\frac{1}{2}\right)$

$\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$\frac{8\sqrt{3}}{5}=\frac{\sqrt{192}}{\sqrt{25}}=\sqrt{\frac{192}{25}}=$

~~$\sin x\sin y$~~

224.



9 − то, $\operatorname{tg}\angle BNH_3=$

$=\frac{8}{15}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. $\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x+y) = 5\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right) \\ \sin(x+2y)+\sqrt{3}\cos(x+2y) = 8\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$ $\quad \operatorname{ctg}x+\operatorname{ctg}y - ?$

$$\operatorname{ctg}x+\operatorname{ctg}y = \frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\cos y}{\sin y} = \frac{\cos x\sin y+\cos y\sin x}{\sin x\sin y} =$$

$$= \frac{\sin(x+y)}{\frac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y))} = 2\,\frac{\sin(x+y)}{\cos(x-y)-\cos(x+y)}$$

Заметим: $\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right) = \cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$, т.к.

$$\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(-x-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$$

Тогда

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{5}\cos(x+y) = \sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right) \\ \sin(x+2y)+\sqrt{3}\cos(x+2y) = 8\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right) \end{cases} \Leftrightarrow \cancel{\frac{\sqrt{3}}{5}\cos(x+y) = \sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{5}\cos(x+y) = \sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right) & (1) \\ \sin(x+2y)+\sqrt{3}\cos(x+2y) = \frac{8\sqrt{3}}{5}\cos(x+y) & (2) \end{cases}$$

Из (2): $\cancel{\sin x\cos 2y + \sin 2y\cos x + \sqrt{3}\cos x\cos 2y - \sqrt{3}\sin x\sin 2y = \frac{8\sqrt{3}}{5}\cos x\cos y - \frac{8\sqrt{3}}{5}\sin x\sin y}$

$$\sin(x+y)\cos y + \cos(x+y)\sin y + \sqrt{3}\cos y\cos(x+y) - \sqrt{3}\sin x\sin(x+y) =$$

$$= \frac{8\sqrt{3}}{5}\cos(x+y)$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)