МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6}, \\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}$

$\operatorname{tg}\alpha=?$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha=2\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta$

формула перехода от суммы к произведению

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta=-\frac{2}{5}$ $\qquad \sin2\beta=\pm\sqrt{1-\cos^2 2\beta}$

$-\frac{2}{\sqrt5}\cos2\beta=-\frac{2}{5}$ $\quad \cos2\beta=\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad \sin2\beta=\pm\frac{2}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad \sin(2\alpha+2\beta)=\sin2\alpha\cos2\beta+\cos2\alpha\sin2\beta$

$\frac{\sin2\alpha}{\sqrt5}+\cos2\alpha\sin2\beta=-\frac{1}{\sqrt5}$

1) $\sin2\beta=\frac{2}{\sqrt5}$

$\sin2\alpha\frac{1}{\sqrt5}+\frac{2\cos2\alpha}{\sqrt5}=-1$

$\sin2\alpha+2\cos2\alpha=-1$

$2\sin\alpha\cos\alpha+2\cos^2\alpha-2\sin^2\alpha+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=0$

$3\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-\sin^2\alpha=0$

$\operatorname{tg}\alpha$ определен по услов. $\Rightarrow \cos\alpha\neq0$

делим на $\cos^2\alpha$

$3+2\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}^2\alpha=0$

$\operatorname{tg}^2\alpha-2\operatorname{tg}\alpha-3=0$

$\operatorname{tg}\alpha=3 \quad \operatorname{tg}\alpha=-1$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

② $\sin 2\beta = -\frac{2}{\sqrt5}$ $\quad$ $\sin 2\alpha = 2\cos\alpha\cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt5} - \frac{2\cos 2\alpha}{\sqrt5} = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha - 2\cos 2\alpha = -1$

$2\sin\alpha\cos\alpha - 2\cos^2\alpha + 2\sin^2\alpha + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 0$

$3\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha = 0$

делим на $\cos^2\alpha$ (Обосновано в п 1.)

$3tg^2\alpha + 2tg\alpha - 1 = 0$

$\frac{D}{4} = +1 + 3 = 4$

$tg\alpha = \frac{-1 \pm 2}{3}$ $\quad$ $tg\alpha = -1$ $\quad$ $tg\alpha = \frac{1}{3}$

$tg\alpha = -1$ $\quad$ $tg\alpha = \frac{1}{3}$ $\quad$ $tg\alpha = 3$

Ответ: $tg\alpha = -1$; $tg\alpha = \frac{1}{3}$; $tg\alpha = 3$

№ 2

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6} \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2y(x-6) - (x-6)} \\ x^2 - 12x + 36 + 36y^2 - 36y + 9 - 45 = 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{(x-6)(2y-1)} \\ (x-6)^2 + 9(2y-1)^2 = 90 \end{cases}$$

$x - 6 = a$ $\quad$ $x - 12y = a - 6b$

$2y - 1 = b$

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases} \quad a \geqslant 6b \quad \begin{cases} a^2 - 12ab + 36b^2 = ab \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 продолжение

$$\begin{cases} a^2-12ab+36b^2=ab \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \qquad a \geqslant 6b$$

$$\begin{cases} a^2-13ab+36b^2=0 \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \qquad D=169b^2-144b^2=25b^2$$

$$a=\frac{13b \pm 5b}{2}$$

$81b^2+9b^2=90$ $\qquad a=9b \quad a=4b$

Не подходит по огран

$b^2=1$

$b=1$ $\quad$ $b=-1$ — не подходит по ограничению

$a=9$ $\quad$ $a=-9$

$x=15$ $\quad$ $\cancel{x=-3}$

$y=1$ $\quad$ $\cancel{y=0}$

Ответ: $(15;1)$

№3

$$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geqslant x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$$

$10x-x^2>0 \quad x^2-10x<0 \quad x\in(0;10) \qquad x_в=5 \quad y_в=25$

$$10x-x^2+(10x-x^2)^{\log_3 4}-5^{\log_3(10x-x^2)} \geqslant 0$$

$10x-x^2=t \quad t>0 \quad t\leq 25 \qquad t+t^{\log_3 4}-5^{\log_3 t} \geqslant 0$

~~1) t=1~~ $\qquad t+t^{\log_3 4}-t^{\log_3 5} \geqslant 0$

~~1+1-1 ≥ 0~~ $\qquad 3^{\log_3 t}+4^{\log_3 t}-5^{\log_3 t} \geqslant 0$

~~входит в ответ~~ $\qquad \log_3 t=y$

~~2) t ∈ (0;25)\{1}~~ $\qquad 3^y+4^y-5^y \geqslant 0$

~~$t+t^{\log_3 4}-t^{\log_3 5} \geqslant 0$~~ $\qquad$ ~~$(3+4-5)(\dots) \geqslant 0$~~

при $t\in(0;1)$ $\qquad$ ~~$y\in\mathbb{R}$ $\quad t\in(0;25]$ $\quad x\in(0;10)$~~

$\left(\frac{3}{5}\right)^y + \left(\frac{4}{5}\right)^y \geq 1$

$y = 2$

$\frac{16}{5} + \frac{9}{5} \geq 1$

$\left(\frac{3}{5}\right)^y + \left(\frac{4}{5}\right)^y$ функция убывающая, как сумма 2 убыв. функций; 1 пересеч с осью Ox

$\Rightarrow y \leq 2$

$\log_3 t \leq 2$

$t \leq 9$

~~$t \in (0; 9]$~~

$10x - x^2 \leq 9$

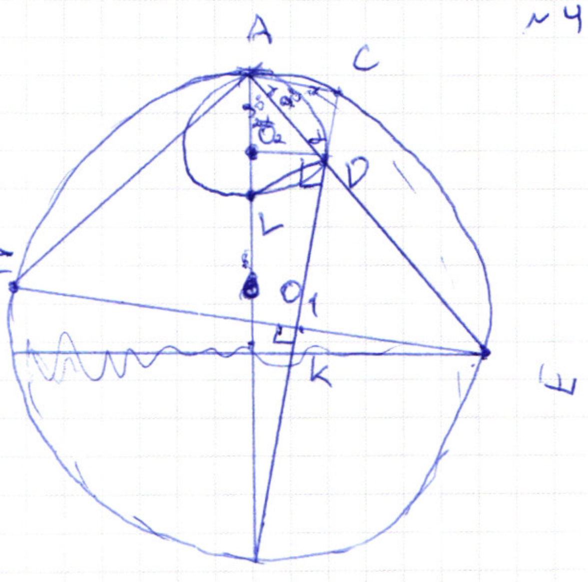
$x^2 - 10x + 9 \geq 0$

$x \in (-\infty; 1] \cup [9; \infty)$

с уч огр $x \in (0; 1] \cup [9; 10)$

Ответ: $(0; 1] \cup [9; 10)$

№4



$\angle AO_2D = 2\alpha$

$\Rightarrow \smile AD = 2\alpha$ (т.к. $\angle$ центральн)

$\angle ADC = \frac{\smile AD}{2}$ (угол межд кас и хорд)

$\angle ADC = \alpha$ $\quad \angle CAD = 90° - \alpha$

$\angle ACB$ прямоуг т.к. $\angle ACB$ опирает на диам AB

$O_2D \perp BC$

$KE \perp BC$

$\triangle ADC$ $\sin\alpha = \frac{AC}{AD}$

$\triangle BO_2D \sim \triangle BAC$ (по 2 уг)

A, O_2, O_1, B лежат на одной прямой т.к. окр кас друг друга

Дано:

$EF \perp BC$

BC кас к O_2

$BD = \frac{17}{2}$ $CD = \frac{15}{2}$ $R = ?$ $r?$ $\angle AFE = ?$ $S_{\triangle AEF} = ?$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 продол

$\triangle BO_2D \sim \triangle BAC$ (по 2 уг)

$AC = O_2D \cdot \frac{BC}{BD}$ $\quad AC = r\frac{BC}{BD}$

$O_2D = r$ $\quad \sin\alpha = \frac{AC}{AD} = \frac{rBC}{BD\cdot AD}$

$\triangle ADL$ прямоуг

$\angle ALD = \frac{\smile AD}{2}$ (вписанн) $= \alpha$ $\Rightarrow$ $O_2AD = 90^\circ - \alpha$ (т.к. $\triangle$ равноб AO_2D)

$\sin\alpha = \frac{AD}{AL} = \frac{AD}{2r} = \frac{rBC}{BD\cdot AD}$

$AD^2 = 2r^2\frac{BC}{BD}$

$\triangle AO_2D$

$\cos 2\alpha = \frac{AO_2^2 + O_2D^2 - AD^2}{2AO_2\cdot O_2D}$ (из т. кос)

$O_2D = AO_2 = r$

$\cos 2\alpha = \frac{r^2 + r^2 - AD^2}{2r^2}$

$\cos 2\alpha = 1 - \frac{AD^2}{2r^2}$ $\quad \cos 2\alpha = 1 - \frac{BC}{BD} = 1 - \frac{\frac{15}{2} + \frac{17}{2}}{\frac{17}{2}} =$

$= \frac{17 - 15 - 17}{17} = -\frac{15}{17}$

$2\alpha \in (0; 180^\circ)$

$\Rightarrow \sin 2\alpha > 0$ $\quad \sin 2\alpha = \sqrt{1 - \cos^2 2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{225}{289}} = \frac{8}{17}$ $\quad tg 2\alpha = \frac{8}{15}$

$\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC = 180^\circ - 2\alpha$

$\triangle BAC$ $\quad tg(180^\circ - 2\alpha) = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{2R} = -tg 2\alpha$ $\quad \frac{BC}{2R} = \frac{8}{15}$ $\quad R = \frac{15}{16}BC$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$R=\frac{15}{16}\left(\frac{15}{2}+\frac{17}{2}\right)=\frac{15}{16}\cdot 16=15$$

$$R=15$$

$$BD^2=BL\cdot AB$$

$$AB=2R$$

$$BL=(AB-AL)=(2R-2r)$$

$$BD^2=2R(2R-2r)$$

$$\frac{289}{4}=30(30-2r)$$

$$\frac{289}{120}=30-2r$$

$$2r=\frac{3600-289}{120}$$

$$r=\frac{3600-289}{240}$$

$$r=13\frac{91}{240}$$

$$\begin{array}{r} 3600 \\ -\ 289 \\ \hline 3311 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3311 & 240 \\ \cline{2-2} -240\ \ & 13 \\ \cline{1-1} 911 & \\ -720 & \\ \cline{1-1} 91 & \end{array}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2(\alpha+\beta)) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

~~$\sin 2\alpha$~~

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha =$

$= 2\sin(2\alpha + 2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{5} = 2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\cos 2\beta = -\frac{2}{5}$

$\sin\alpha \sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$

$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$

$\alpha+\beta = a$

$\alpha-\beta = b$

$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$

$-\frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2\beta = -\frac{2}{5}$ $\qquad \sqrt{1-\frac{1}{5}} \qquad \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \qquad \sin 2\beta = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha$

$\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{5}} + \frac{2\cos 2\alpha}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha = -1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6}$

$x-12y=\sqrt{2y(x-6)-(x-6)}$

$x-12y=\sqrt{(x-6)(2y-1)}$

$x^2+36y^2-12x-36y=45$

$x^2-12x+36+36y^2-36y+9=0$

$(x-6)^2+(6y-3)^2=0$

$\begin{cases} x-12y=\sqrt{(x-6)(2y-1)} \\ (x-6)^2+9(2y-1)^2=90 \end{cases}$

$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+9b^2=90 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2-12ab+36b^2=ab \\ a^2+9b^2=90 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2-13ab+36b^2=0 \\ a^2+9b^2=90 \end{cases}$ $a=9$

$b=0$

$a^2=-9b^2$

$27b^2=13ab$

$2b=$

$D=169b^2-144b^2=25b^2$

$a=\pm5b$

$a=+5b$

$25b^2+9b^2$

$\frac{36}{12}=3$

$a>6b$

$x\geq12y$

$x-6=a$

$2y-1=b$

$6b=12y-6$

$a-6b=x-12y$

$36 \cdot 4 = 144$

x^2 15 60 12 1

161 180 81 45

81 - 36

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AD =$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{AD}{2r}$

$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha =$

$-\cos\alpha = \frac{r}{2R-r}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{AD}{2r}$

$\sin(\ldots) = \frac{BD}{2R-r}$

$\frac{2AD^2}{4r^2} - 1 = \frac{r}{2R-r}$

$4R^2 - 4Rr = BD^2$

$AD \cdot DE = BD \cdot CD$

$\frac{BD^2}{(2R-r)^2} = 1 - \frac{r^2}{(2R-r)^2}$

$AC = r \cdot \frac{BC}{BD}$

$\sin\alpha = \frac{r}{AD} \cdot \frac{BC}{BD}$

$\cos 2\alpha = \frac{2r^2 - AD^2}{2r^2}$

$BD^2 = 4R^2 - 4Rr$

$\cos\alpha = \frac{CD}{AD}$

$\sin\alpha = \frac{AD}{2r}$

$\frac{AD}{2r} = \frac{r}{AD} \cdot \frac{BC}{BD}$

$AD^2 = 2r^2 \frac{BC}{BD}$

$\cos 2\alpha = 1 - \frac{BC}{BD}$

$\frac{16}{17}$ 32

$\frac{-10}{-2} = 5$

$t \in (0; 5)$

$t \in (1; 5)$

$x^2 - 10x$

$t =$ 25 $50 - 25$

25

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$3^y \quad 27+64-125$

1

$t^{\log_3 \frac{3}{5}} + t^{\log_3 \frac{4}{5}} \geqslant 1 \qquad \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \quad \frac{7}{5}$

$\frac{9}{25} + \frac{16}{25} \qquad t \cdot x, \quad t \leq 9$

$t \ln 1 + t^{\log_3 4} \ln \qquad 27+64-125$

$90-81$

$1 + \log_3 4 + t^{\log_3 \frac{4}{3}} \; t$

9

$\log_3 10x - x^2 = t \qquad 9 + 9^{\log_3 4}$

$3^t + 4^t - 5^t \qquad 9 + 16 - 25$

$(0; \infty) \qquad \sqrt{3} + 2 -$

$(3-1$

(a^x)

$(a-b$

$0 < t \leq 25$

$t < t^{\log_3 4} < t^2$

$t < t^{\log_3 4} < t^2$

$t < t^{\log_3 5} < t^2$

$t^{\log_3 4} + t$

$a^2 - 8a$

$(a-1)(x-9)$

$\log_3$

3

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geqslant x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}$

$a^? + a^y$

$10x - x^2 > 0$

$10x - x^2 + (10x - x^2)^{\log_3 4} - 5^{\log_3(10x - x^2)} \geqslant 0$

$10x - x^2 = t \qquad t > 0$

$t + t^{\log_3 4} - 5^{\log_3 t} \geqslant 0$

$a^x + 4^6$

$t + t^{\log_3 4} - t^{\log_3 5} \geqslant 0$

$(\log_3 4 - \log_3 5)$

$\cancel{t \geqslant t^{\log_3 5} - t^{\log_3 4}}$

$\log_3 4 < \log_3 5$

$\frac{1}{2}^2 \quad \frac{1}{2}^3$

$t \in (0; \infty)$

4

$\log_3$

$t^{\log_3 \frac{4}{5}}$

t возр

$\log_3 \frac{4}{5}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \quad \log_3 5 - \log_3 4$

$-\log_3 5$

$\frac{4+3}{12} \qquad \log_3 \frac{5}{4} \qquad 2 + 2^{\log_3 4}$

$\frac{4}{3} \qquad t = \frac{1}{3}$

$t + t^{\log_3 4} \geqslant t^{\log_3 5}$

$3 + 4 \geqslant 5$

$t^{1 - \log_3 5} + t^{\log_3 4 - \log_3 5} \geqslant 1$

$\frac{17}{12} - \frac{1}{5} \qquad \underline{t^{\log_3 \frac{3}{5}}} + \underline{t^{\log_3 \frac{4}{5}}} \geqslant 1$

$1 + \frac{1}{5} \geqslant \frac{1}{5}$

$\cancel{t \in (0; 6)}$

$\frac{3}{5} + 1 =$

$\frac{5}{3} + \frac{5}{4} >$

$\frac{35 - 12}{60} \qquad \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \qquad \frac{1}{5}$

$\frac{5}{3} + \frac{5}{4} \qquad 5\frac{7}{12}$

$\frac{5}{3} +$

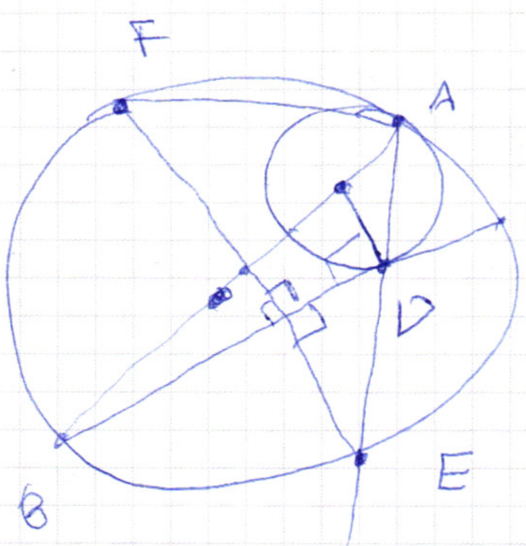
$a^x + a^y$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$AD \cdot DE$

$BC =$

$(t-1)(\cancel{4} + \log_3 4 - \log_3 5)$

$(t-1)(\log_3 \frac{12}{5})$

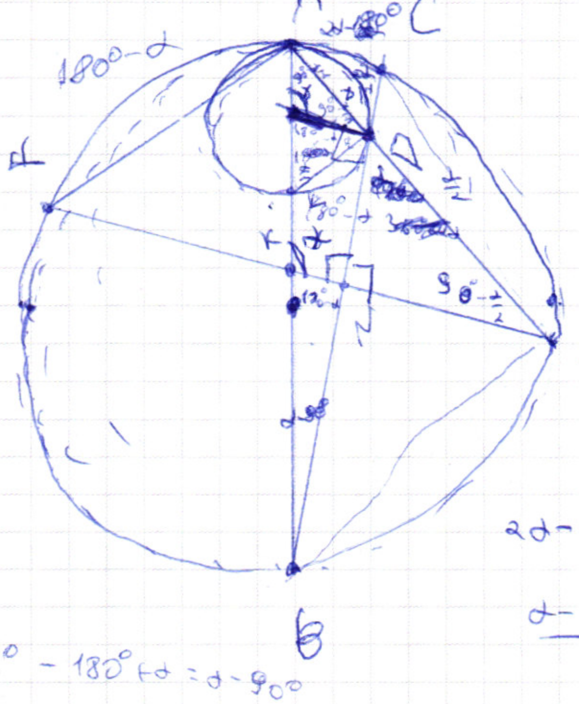
$t > 1$

$\cancel{1}80^\circ - \alpha - 90^\circ + \frac{\alpha}{2} =$

$= 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

$AK = KE$

$BD^2 =$



180°

α

$AD \cdot DE = BD \cdot CD$

$(2R - 2r) \cdot 2R = BD^2$

$(2R - r)^2 - r^2 = BD^2$

$4R^2 - 4Rr = BD^2$

$4R^2 - 4Rr = BD^2$

$2\alpha - 180^\circ + \alpha$

$\alpha - 180^\circ$

$90^\circ - 180^\circ + \alpha = \alpha - 90^\circ$

$= \frac{AD}{AD + DE} = \frac{r}{2R - BK}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

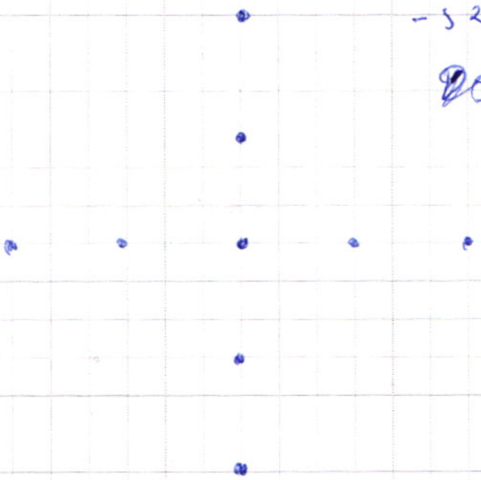
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

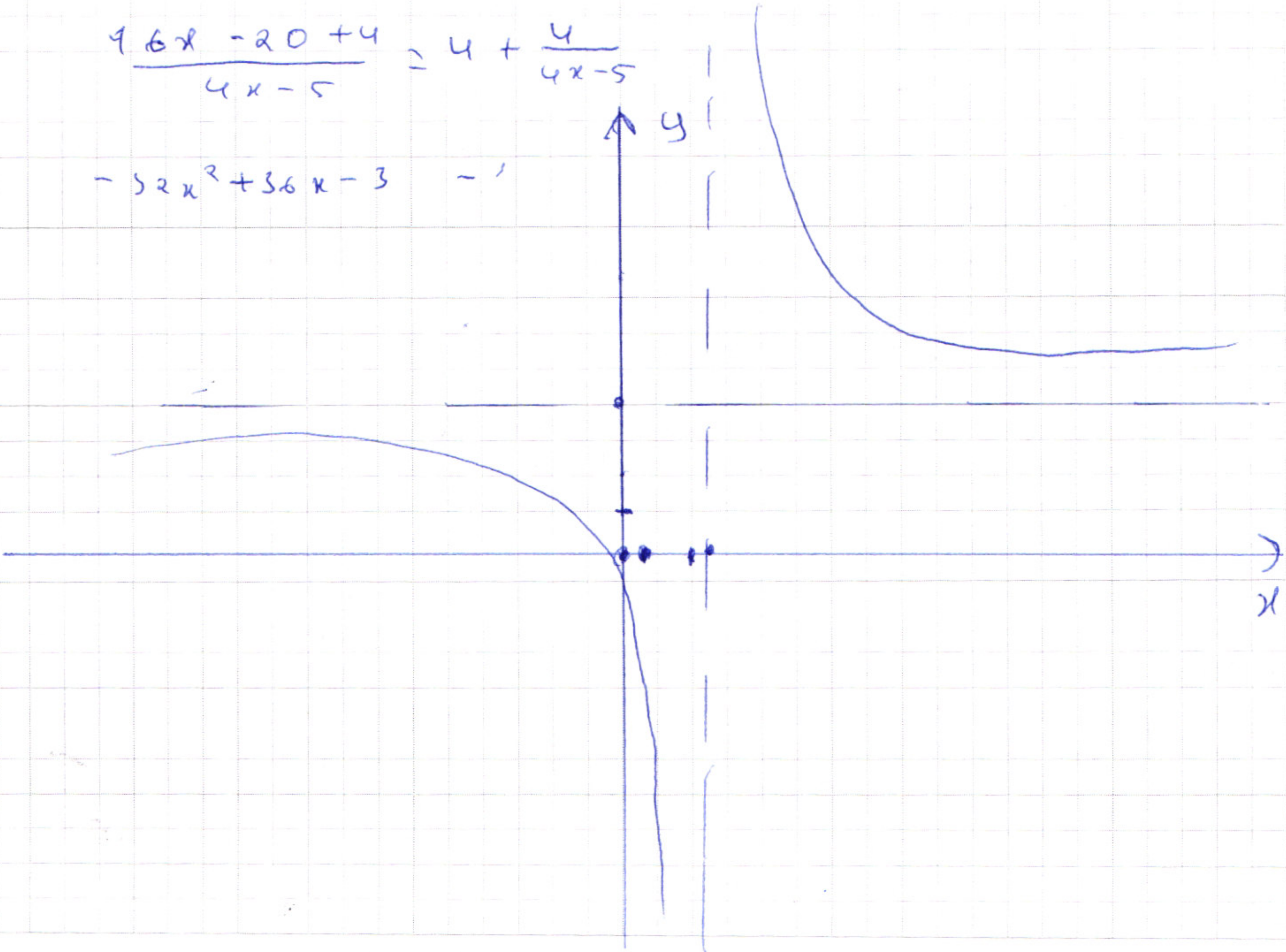


$-32x^2+36x-3$

$\frac{36}{64}=\frac{9}{16}$

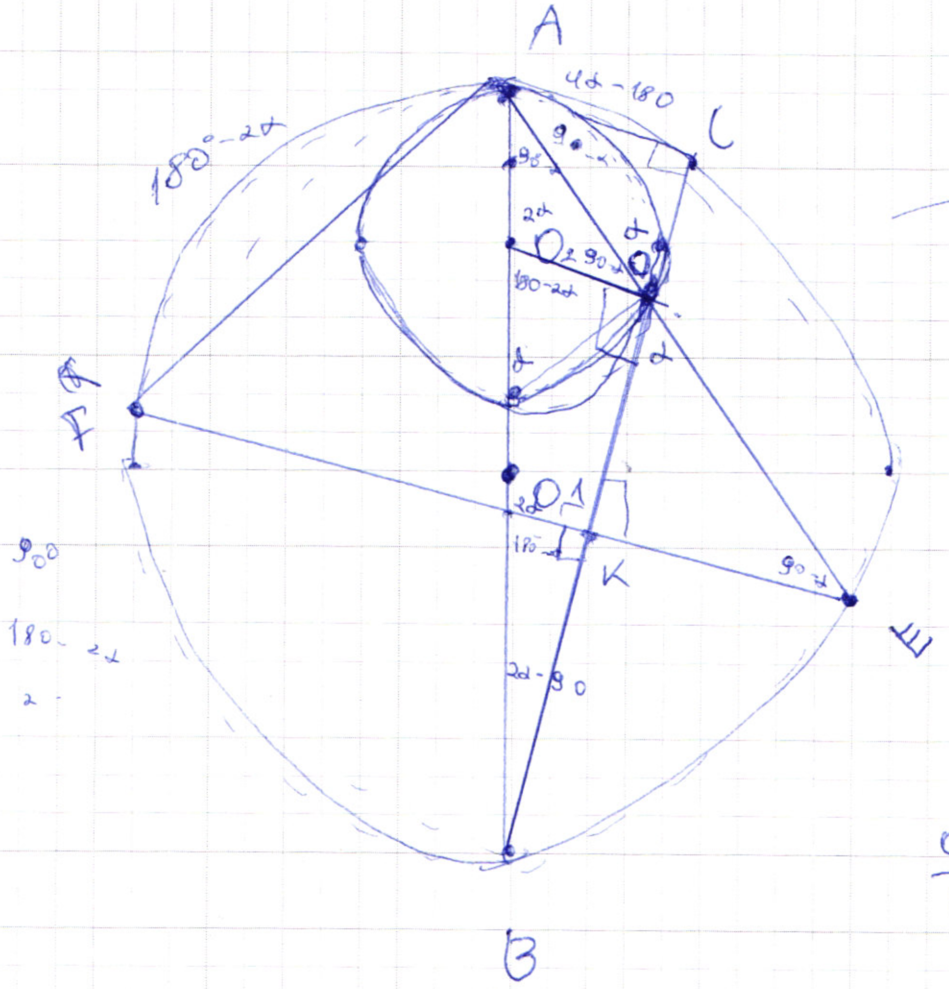
$\frac{16x-20+4}{4x-5}=4+\frac{4}{4x-5}$

$-32x^2+36x-3$



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$BD^2=4R^2-4Rr$

$AD\cdot DE=BD\cdot CD$

$DE=?$

$\cos\alpha=\frac{KD}{DE}$

$DE=\frac{KD}{\cos\alpha}$

$\frac{O_1K}{r}=\frac{BD-KD}{BD}$

900

$180-2\alpha$

$\cos2\alpha=\frac{2r^2-AD^2}{2r^2}$ $\quad 1-2\sin^2\alpha=\frac{2r^2-AD}{2r^2}$

$BD^2=4R^2-4Rr$ $\quad 1-\frac{2AD^2}{4r^2}=\frac{2r^2-AD}{2r^2}$

$\sin\alpha=\frac{AD}{2r}$ $\quad 4r^0$

$\mathrm{tg}\,2\alpha=\frac{BK}{O_1K}$

$\sin2\alpha=\frac{BD}{2R-r}$

$O_1K=\frac{BK}{\mathrm{tg}\,2\alpha}$

$-\cos2\alpha=\frac{r}{2R-r}$

$\frac{r}{2r-2R}=\frac{2r^2-AD^2}{2r^2}$

$\frac{r}{BD}=\frac{BD}{r}$

$\frac{BD}{r}=\frac{BD\cdot 2r^2}{(2R-r)(2r^2-AD^2)}$ $\quad 2r^3=2r^3-AD^2r-4Rr+AD^2\,2R$

$2r^3=(2R-r)$ $\quad AD^2(2R-r)=4R^2-$

☑ черновик ☐ чистовик

Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)