МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 7x + \sqrt[3]{49x^2 - y^2} = 20, \\ y + \sqrt[3]{49x^2 - y^2} = -44. \end{cases}$$

2. [4 балла] Решите неравенство

$$\sqrt{\log_{5x} x^4} \leqslant \log_{125x} \frac{1}{x^2}.$$

3. [5 баллов] Найдите количество семизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12531.

4. [5 баллов] Даны равнобокая трапеция $ABCD$ (AD и BC – основания, $AD > BC$) и окружность ω с центром C, касающаяся стороны AD. Касательные к ω, проведённые из точки B, пересекают прямую AD в точках P и Q (точка P лежит между Q и D). На продолжении стороны CB за точку B выбрана точка N так, что $\angle CPN$ – прямой. Найдите углы ADC, NQC и площадь четырёхугольника $NCDQ$, если известно, что $\angle NCP = \operatorname{arctg} \frac{5}{12}$, $AP = 13$, $NC = 26$.

5. [5 баллов] Дана система уравнений

$$\begin{cases} \sin(x - y) = -9\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right), \\ \cos(x - 2y) - \sqrt{3}\sin(x - 2y) = 20\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right). \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y$, если известно, что оно определено и что этих значений не меньше двух.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\sqrt{\frac{175}{4} - 5x - x^2} \leqslant ax + b \leqslant -\frac{x^2}{3} + \frac{2x}{3} + \frac{27}{4}$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right]$.

7. [6 баллов] Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, грани ABB_1A_1 и BB_1C_1C которого являются прямоугольниками. Сфера S касается прямых C_1D_1 и CC_1, плоскости BB_1C_1, а также плоскости ABB_1 в точке A. Эта сфера повторно пересекает отрезок AC_1 в точке M. Найдите $\angle ABC$ и объём параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если известно, что $AM = 3$, $C_1M = 2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\begin{cases} 7x+\sqrt[3]{49x^2-y^2}=20 \\ y+\sqrt[3]{49x^2-y^2}=-44 \end{cases}$ $7x-y=20+44=64$

$7x-64=y$

$y^2=49x^2-7\cdot2\cdot64\cdot x+64^2$

$-y^2+49x^2=7\cdot2\cdot64x-64^2=64(14x-64)=64\cdot2(7x-32)=128(7x-32)$

$7x+\sqrt[3]{128}\sqrt[3]{7x-32}=20$

$7x+\sqrt[3]{128(7x-32)}=20$

$7x=a$ $\sqrt[3]{128(7x-32)}=b$ $b^3=128(7x-32)=128(a-32)$

$\begin{cases} a+b=20 \\ b^3=128(a-32) \end{cases}$ $a=20-b$ $b^3=128(-b-12)=-128(b+12)$

$b^3+128b+128\cdot12=0$

$b=-8$ $-64\cdot8+128\cdot(-8)+128\cdot12=-128\cdot4-128\cdot8+128\cdot12=0$

$b^3+128b+128\cdot12=(b+8)(b^2-8b+192)=0$

$\left[\begin{array}{l} b^2-8b+192=0 \to D=64-4\cdot192<0 \Rightarrow \text{корней нет.} \\ b=-8 \end{array}\right.$ $\Rightarrow \begin{cases} b=-8 \\ a=28 \end{cases}$ $7x=28$ $x=4,$ $y=7x-64=28-64=-36$

Ответ: $x=4$
$y=-36$

2.

$$\sqrt{\log_{5x} x^4} \leq \log_{125x} \frac{1}{x^2}$$

ОДЗ: $\begin{cases} 5x > 0 \\ 5x \neq 1 \\ x^4 > 0 \\ 125x > 0 \\ 125x \neq 1 \\ \frac{1}{x^2} > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{5} \\ x \neq \frac{1}{125} \end{cases}$

$$\log_{125x} \frac{1}{x^2} = \log_{125x} x^{-2} = -2\log_{125x} x$$

т.к. $x > 0$ по ОДЗ.

$$\log_{5x} x^4 = 4\log_{5x} x$$

т.к. $x > 0$ по ОДЗ.

$$2 \cdot \sqrt{\log_{5x} x} \leq -2 \cdot \log_{125x} x$$

$$0 \leq \sqrt{\log_{5x} x} \leq -\log_{125x} x$$

$$0 \geq -\sqrt{\log_{5x} x} \geq \log_{125x} x \Rightarrow (\log_{125x} x) \leq 0$$

$$\sqrt{\log_{5x} x} \geq \log_{125x} x$$

$$(125x - 1)(x - 1) \leq 0$$

$$\left(x - \frac{1}{125}\right)(x-1) \leq 0$$

$$\Rightarrow x \in \left[\frac{1}{125}; 1\right]$$

$$\log_{5x} x \geq 0 \Rightarrow (5x-1)(x-1) \geq 0$$

$$\left(x - \frac{1}{5}\right)(x-1) \geq 0.$$

$$\Rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{5}\right] \cup [1; +\infty)$$

$$\begin{cases} x \in \left(-\infty; \frac{1}{5}\right] \cup [1; +\infty) \\ x \in \left[\frac{1}{125}; 1\right] \end{cases} \Rightarrow x \in \left[\frac{1}{125}; \frac{1}{5}\right]$$

с учётом ОДЗ $x \in \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{5}\right)$

$$\sqrt{\log_{5x} x} \geq \log_{125x} x$$

$$\log_{5x} x \geq \log^2_{125x} x$$

$$\frac{1}{\log_{5x} x} = \log_x 5x = \log_x x + \log_x 5 = 1 + \log_x 5 \leq \frac{1}{\log_{125x} x} \cdot \frac{1}{\log_{125x} x} = \log_x 125x \cdot \log_x 125x =$$

$$= (1 + \log_x 5^3)^2$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$1+\log_x 5 \leq (1+\log_x 5^3)^2 = (1+3\log_x 5)^2 = 1+6\log_x 5+9\log_x^2 5$

$0 \leq 5\log_x 5 + 9\log_x^2 5$

$\log_x 5(5+9\log_x 5) \geq 0$

$\log_x 5\left(\frac{5}{9}+\log_x 5\right) \geq 0.$ $\quad \log_x 5 < 0$, т.к. $x \in \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{5}\right)$

$\Rightarrow \frac{5}{9}+\log_x 5 \leq 0$

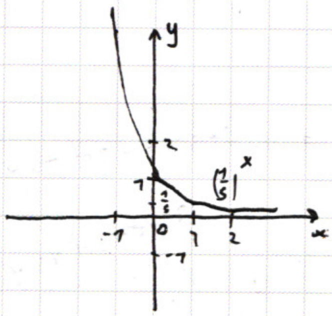
$\log_x 5 \leq -\frac{5}{9}$

$-\log_x 5 \geq \frac{5}{9}$

$\log_x \frac{1}{5} \geq \frac{5}{9}$

$\log_{\frac{1}{5}} x \leq \frac{9}{5}$

$x \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{9}{5}}$



$\left(\frac{1}{5}\right)^1 > \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{9}{5}} > \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$ $\quad \Rightarrow x \in \left(\frac{1}{125}; \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{9}{5}}\right]$ - ответ.

3. $\overline{abcdefg}$

$10^6\cdot a+10^5\cdot b+10^4\cdot c+10^3\cdot d+10^2\cdot e+10\cdot f+g$

$10^k;10^{k+1};10^{k+2}$ Если $k+2\geq 6$, то число, равное сумме остатков от деления на $10^k, 10^{k+1}, 10^{k+2}$ будет хотя бы 6-значным, а должно быть 12531.

$\Rightarrow k+2<6 \quad k<4 \Rightarrow k=1;2;3;0;$

Если $k\leq 2$, то сумма остатков будет не более, чем 1197.

0 – может быть.

$k=5,6,\dots$ — $a=0$

$\boxed{k=4}$ $10^5 b+2\cdot 10^4 c+3\cdot 10^3 d+3\cdot 10^2 e+3\cdot 10 f+3g$

$b=0$ $c=0$

$\cancel{20000c}$ $3000d+300e+30f+3g=12531$

$1000d+100e+10f+g=\boxed{4177}$

$1;10;100 \Rightarrow g+10f+g$ – $k=0$

$10;100;1000 \Rightarrow g+10f+g+100e+10f+g$ – $k=1$

$100;1000;10000 \Rightarrow g+10f+g+10f+100e+g+f\cdot 10+100e+1000d=$ $k=2$

$=1000d+200e+30f+3g\leq 9000+1800+270+27=11097<12531.$

4177

$1000;10000;10^5$ $k=3$ $\cancel{100e}+\cancel{10f}+\cancel{g}+\cancel{1000d}+\cancel{100e}+\cancel{10f}+\cancel{g}+10^4c+\cancel{10^3d}+\cancel{10^2e}+\cancel{10f}+\cancel{g}=$

$=10000c+2000d+300e+30f+3g=12531$

$\vdots 3$

$\vdots 3$

$(c+2d)\vdots 3$

$\boxed{c=1\ \ d=1}$ $\boxed{c=0;\ d=6}$

$\cancel{d=4}$

$\cancel{d=7}$

b – любое.

a – любое.

$2000d+300e+30f+3g=12531.$

$300e+30f+3g=531.$

$c=1$ $d=1$

$300e+30f+3g=537$

$100e+10f+g=177$

$e=1 \quad f=7 \quad g=7$

$c=0$

$\cancel{d=3}$

$d=6$

$\cancel{d=9}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $\overline{abcdefg}$ остатки при делении на 10^k, 10^{k+1}, 10^{k+2}.

$10^6\cdot a+10^5 b+10^4 c+10^3 d+10^2 e+10^1 f+g$

Если $k\geq 5$, то остаток при делении на 10^{k+2} – само число, это семизначное => не 12531.

Если $K=4$, то сумма остатков:

$10^5\cdot b+2\cdot 10^4 c+3\cdot 10^3 d+10^2\cdot 3\cdot e+3\cdot 10\cdot f+g=12531$.

$=> b=0;\ c=0;$

$1000d+100e+10f+g=\frac{12531}{3}=4177$

$=> d=4;\ e=1;\ F=7;\ g=7;\ c=0;\ b=0;$ a – любое число $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$

=> 9 вариантов.

Если $K=3$, то сумма остатков:

$10^4 c+2\cdot 10^3 d+\underbrace{3\cdot 10^2 e\cdot 3\cdot 10f+3g}_{\vdots 3}=12531=3\cdot 4177$

$=> (10000c+2000d)\vdots 3 \ => (c+2d)\vdots 3$

$c=1 \to d=1$; $d=4 \to \Sigma$ остатков >12531; $d=7 \to \Sigma$ остатков >12531

$c=0 \to d=0 \to \Sigma$ остатков <12531; $d=3 \to \Sigma$ остатков <12531; $d=6$; $d=9 \to \Sigma$ остатков >12531

$c=1;\ d=1$

$100e+10f+g=177$

$e=1 \quad F=7 \quad g=7$ $\qquad => 10\cdot 9=90$ вариантов.

a – любое $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ – 9 вариантов

b – любое $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ – 10 вариантов.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$c=0;\ d=6 \Rightarrow \quad 100e+10f+g=177 \Rightarrow e=1;\ f=7;\ g=7.$

a - любое $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ - 9 вариантов $\quad 9\cdot 10=90$ вариантов.

b - любое $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ - 10 вариантов.

Если $k\le 2$, то сумма остатков не более, чем:

$$10^3\cdot d+2\cdot 10^2\cdot e+3\cdot 10\cdot f+3\cdot g \le 9900+1800+270+27 = 11097<12537$$

Всего вариантов: $9+90+90=189$ - ответ.

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \sin(y-x)=9\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \\ \sin\left((y-x)+\left(y+\frac{\pi}{6}\right)\right)=10\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$$\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin y}{\cos y}=\frac{\sin x\cos y+\cos x\sin y}{\cos x\cos y}=$$

$$=\frac{\sin(x+y)}{\frac{1}{2}\left(\cos(x+y)+\cos(y-x)\right)}$$

$$\sin(y-x)+\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left((y-x)+\left(y+\frac{\pi}{6}\right)\right)$$

$$\cancel{\sin^2(y-x)+\sin^2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+2\sin(y-x)\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin^2\left(y-x+y+\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$\sin\left(2y+\left(\frac{\pi}{6}-x\right)\right)=\sin 2y\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\cos 2y\sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right)$$

$$\sin\left(2y+\frac{\pi}{6}-x\right)=10\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sin(y-x)=9\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\begin{cases} \sin\left(\left(y+\frac{\pi}{6}\right)-\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right)=9\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \\ \sin\left(\left(y+\frac{\pi}{6}\right)+\left(y+\frac{\pi}{6}\right)-\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right)=10\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$x+\frac{\pi}{6}=\alpha$

$y+\frac{\pi}{6}=\beta$

$\sin(\beta-\alpha)=9\sin\alpha \qquad \sin\beta\cos\alpha-\sin\alpha\cos\beta=9\sin\alpha$

$\sin(2\beta-\alpha)=10\sin\alpha \qquad 2\sin\beta\cos\beta\cdot\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\cos 2\beta=10\sin\alpha.$

$\sin\alpha(9+\cos\beta)=\sin\beta\cos\alpha \qquad \frac{10+\cos 2\beta}{9+\cos\beta}=2\cos\beta$

$\sin\alpha(10+\cos 2\beta)=2\sin\beta\cos\alpha\cdot\cos\beta$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.
$$\begin{cases} \sin(x-y) = -9\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right) \\ \cos(x-2y) - \sqrt{3}\sin(x-2y) = 20\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$$2\left(\cos(x-2y)\cdot\sin\frac{\pi}{6} - \sin(x-2y)\cdot\cos\frac{\pi}{6}\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{6}-x+2y\right)$$

$$\begin{cases} \sin(x-y) = -9\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right) \\ \sin\left(2y+\frac{\pi}{6}-x\right) = 10\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$\cos(\alpha) = \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$

$\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x+\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{6}-x\right)$

$\sin(\alpha) = \sin(\pi-\alpha)$

$\sin\left(\frac{5\pi}{6}-x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right) = \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$$\begin{cases} \sin(x-y) = -9\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \\ \sin\left(2y+\frac{\pi}{6}-x\right) = 10\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$$\sin(x-y) + \sin\left(2y+\frac{\pi}{6}-x\right) = 2\sin\left(\frac{y+\frac{\pi}{6}}{2}\right)\cos\left(\frac{2x-3y-\frac{\pi}{6}}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{y}{2}+\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(x-\frac{3}{2}y-\frac{\pi}{12}\right) =$$

$= \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$$\begin{cases} -9\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \in [-1;1] \\ 10\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \in [-1;1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \in \left[-\frac{1}{9};\frac{1}{9}\right] \\ \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \in \left[-\frac{1}{10};\frac{1}{10}\right] \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \cancel{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \in \left[-\frac{1}{9};\frac{1}{9}\right]}$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \in \left[-\frac{1}{10};\frac{1}{10}\right]$

$\sin(y-x) = 9\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$\sin\left(2y+\frac{\pi}{6}-x\right) = \sin\left((y-x)+\left(y+\frac{\pi}{6}\right)\right) = 10\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$\cancel{\sin(y-x)\cdot\cos(y-x)+\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)\cos(y}$. $\sin(y-x)\cos\left(y+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)\cos(y-x) =$

$= 10\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

$\cancel{\sin(y-x)\cos\left(y+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)\cos(y-x)=\frac{19}{9}\sin(y-x)}$

$10+\cos 2\beta = 2\cos^2\beta + 18\cos\beta.$

$\cancel{2\cos^2\beta} + 18\cos\beta - \cancel{2\cos^2\beta} + 1 - 10 = 0$

$18\cos\beta = 9$ $\boxed{\cos\beta = \frac{1}{2}}$ $\sin\beta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\left(y+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$ $\cancel{y+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}}$

$\left[\begin{array}{l} \sin\alpha\left(\frac{19}{2}\right) = \cos\alpha\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\alpha\left(\frac{19}{2}\right) = \cos\alpha\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{19}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{19} \\ \operatorname{tg}\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{19} \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{19};\ \operatorname{tg}\beta = \sqrt{3} \\ \operatorname{tg}\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{19};\ \operatorname{tg}\beta = -\sqrt{3} \end{array}\right.$ $\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{\pm 20}{19}\sqrt{3}$ – ОТВЕТ.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

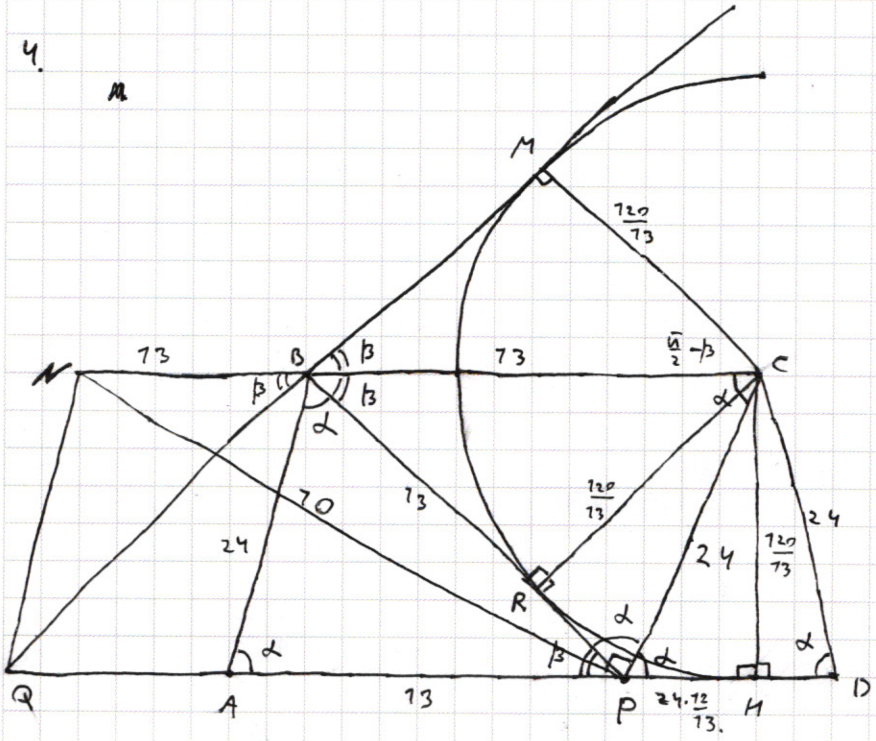
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



$\angle NCP = \alpha$

$tg\angle NCP = \frac{NP}{PC} = \frac{5}{12}$

$\cos\angle NCP = \frac{12}{13} = \frac{PC}{NC} = \frac{PC}{26}$

$PC = 24$

$\angle CBP = \beta = \angle BPA = \angle MBC$

$\angle NCP = \angle CPH = \alpha$

$\Rightarrow \angle CRP = \angle CMP = \alpha$

$\beta = \pi - 2\alpha$

$\frac{BP}{\sin\alpha} = \frac{PC}{\sin\beta} = \frac{PC}{\sin 2\alpha} = \frac{24}{2\sin\alpha\cos\alpha}$ $\quad BP = \frac{12}{\cos\alpha} = \frac{12\cdot 13}{12} = 13.$

$\angle BAP = \angle ABP = \frac{\pi-\beta}{2} = \frac{\pi-(\pi-2\alpha)}{2} = \frac{\pi-\pi+2\alpha}{2} = \alpha. \Rightarrow BAPC$ – параллелограмм.

$BC = 13.$

$\cos\alpha = \frac{PH}{PC} = \frac{PH}{24} = \frac{12}{13}$ $\quad PH = \frac{12\cdot 24}{13} = 24\cdot\frac{12}{13}$ $\quad NB = NC - BC = 13.$

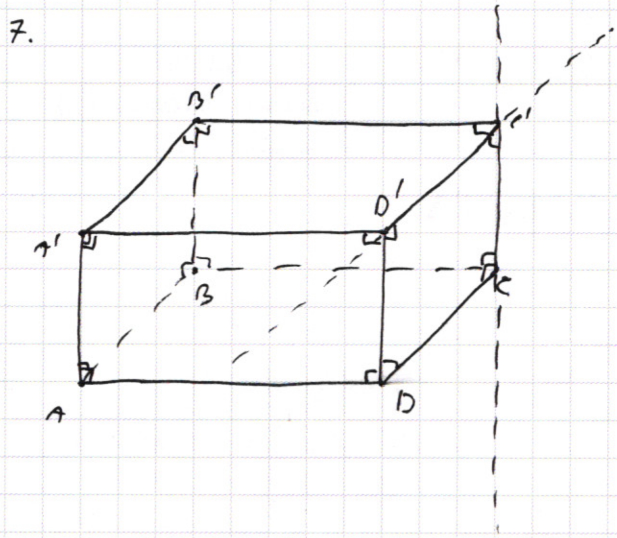
$\frac{CH}{PH} = tg\alpha = \frac{5}{12} = \frac{CH}{24\cdot\frac{12}{13}} = \frac{13CH}{24\cdot 12}$ $\quad 13CH = 5\cdot 24 = 120$

$CH = \frac{12}{13}\cdot 10$

$CD = AB = 24$

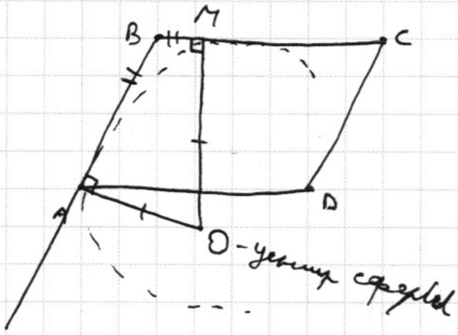
$\Rightarrow \Delta PCD$ – р/б $\Rightarrow \angle CDP = \angle NCP = \alpha.$

7.



ABCD – параллелограмм.

сфера вписана в двугранный угол $AA'BB'CC'$



$AB = MB$ – как отрезки касательных из одной точки.

$AO = OM$ – как радиусы

$AO \perp (ABB')$ => O лежит в $(ABCD)$

☐ черновик ☑ чистовик Страница №10

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{\angle QBA = \pi - \alpha - 2\beta = \pi - 5\alpha}$

$QH = QM$

$QM = QB + BM$

$BM = BR = 73 - \frac{24 \cdot 12}{73}$

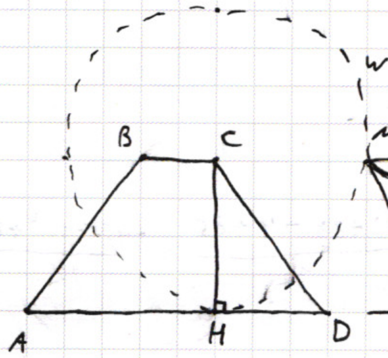
$QH = QA + 73 + \frac{24 \cdot 12}{73}$ $\qquad QA + 73 + \frac{24 \cdot 12}{73} = QB + 73 - \frac{24 \cdot 12}{73}$

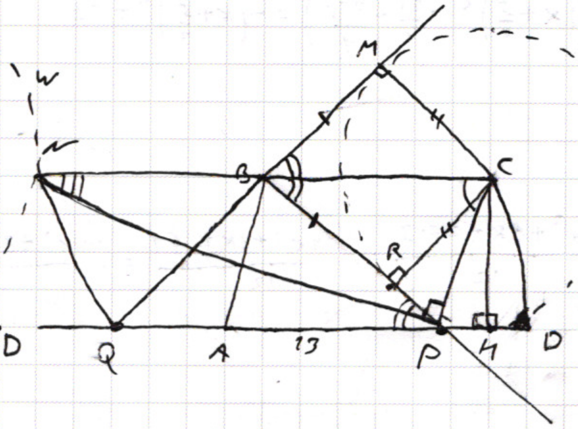
$QA + \frac{24 \cdot 24}{73} = QB.$

$NP = \sqrt{NC^2 - PC^2}\ \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{50 \cdot 2} = 10$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

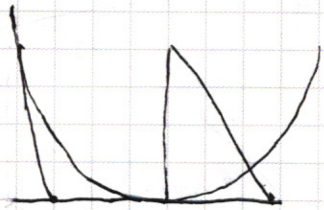
4.

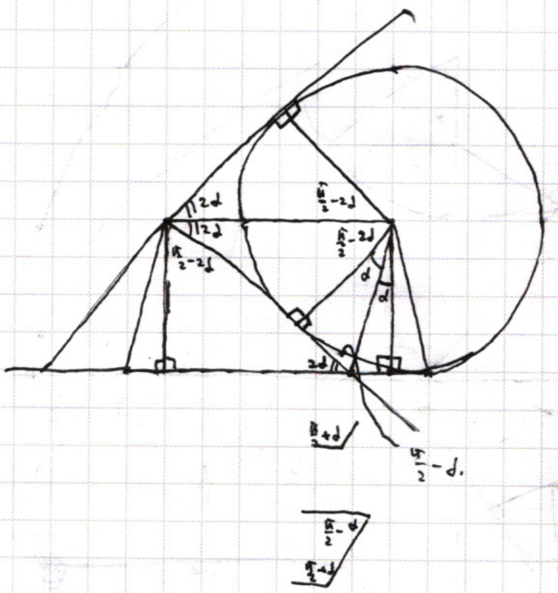


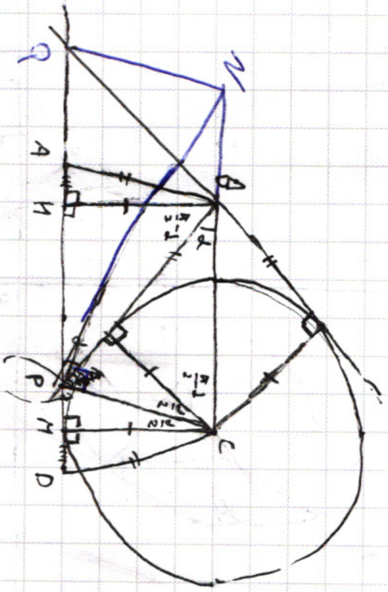


$QM = QP$ $\quad QB + BM = QA + AA + PH$

$BM = BP$







$(x-7)^2 = \frac{35}{4}$ $\qquad 5 \cdot 5 \cdot 7$

$x - 7 = \pm \frac{\sqrt{35}}{2}$

$x = 7 \pm \frac{\sqrt{35}}{2} = 7 \pm \frac{5}{2}\sqrt{7}$

6. $\sqrt{\frac{175}{4} - 5x - x^2} \le a x + 6 \le -\frac{x^2}{3} + \frac{2x}{3} + \frac{27}{4}$

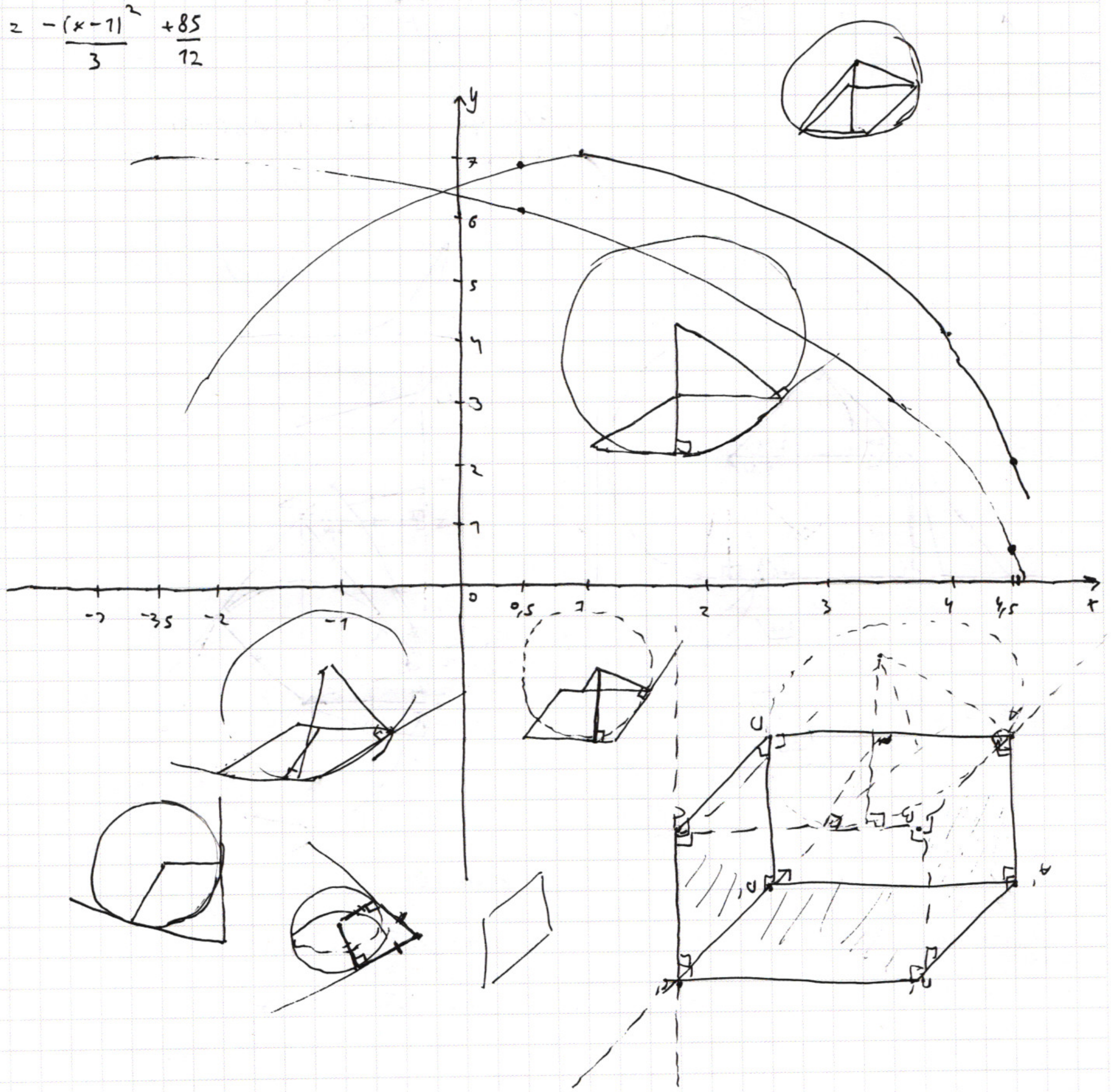
$y_1 = \sqrt{\frac{175}{4} - 5x - x^2}$

$y_1^2 = -\left(x^2 + 5x - \frac{175}{4}\right) = -\left(\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} - \frac{175}{4}\right) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + 50$

$y_1^2 + \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \sqrt{50}^2$

$y_2 = -\frac{x^2}{3} + \frac{2x}{3} + \frac{27}{4} = \frac{-4x^2 + 8x + 27 \cdot 3}{12} = \frac{-4x^2 + 8x + 81}{12} = \frac{-4x^2 + 8x - 4 + 85}{12} = \frac{-4(x-1)^2 + 85}{12} =$

$y_2 = -\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{85}{12}$



черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)