МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Дано: $a, b, c, x, \ldots$ — геом. прогрессия (x — корень $ax^2+2bx+c=0$)

c - ? (третий член прогрессии)

Пусть q — коэффициент геом. прогрессии. ($q \neq 0$; $q \neq 1$)

Тогда: $b = qa$; $c = q^2 a$; $x = q^3 a$;

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

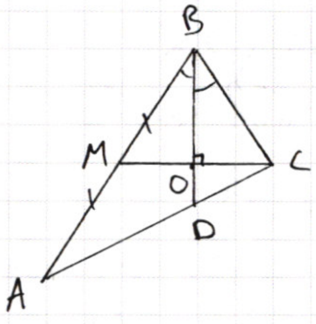
$$q^3 a = \frac{-qa \pm \sqrt{q^2a^2 - a \cdot aq^2}}{a} = \frac{-qa \pm 0}{a} = -q$$

$$\Rightarrow \quad q^2 a = -1$$

$$c = q^2 a = -1$$

Ответ: -1

Задача 2.



$P = 1200$; $CM \perp BD$

CM — медиана; BD — бис.

Пусть $O = BD \cap CM$;

(Заметим, что и медиана, и биссектриса лежат внутри угла, из вершины которого проведены, и поэтому проведённые из одной вершины медиана и биссектриса не могут быть $\perp$)

$\Rightarrow$ бис. и медиана проведены из разных вершин Δ.

Задача 2 (продолжение)

$\triangle BOM = \triangle BOC$

по катету (BO - общая сторона)

и углу ($\angle MBO = \angle CBO$)

$\Rightarrow$ $BM = BC$. Но $BM = AM$ т.к CM - медиана

$\Rightarrow$ $BM = AM = BC$.

По св-ву биссектрисы: $\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC} = 2$

Пусть $CD = x$ и $BC = y$

$\Rightarrow$ $AC = 3x$ и $AB = 2y$

Тогда $P = AB + AC + BC = 3x + 3y$

$x + y = \frac{1200}{3} = 400$;

Из н-ства треугольника:

$$\begin{cases} 2y + y > 3x \\ 3x + y > 2y \\ 3x + 2y > y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > x \\ 3x > y \end{cases}$$

~~$x, y > 0$~~ ~~$x, y > 0$ по условию и x, y - целые~~ ~~$\Rightarrow$ $x, y \in N$~~

$\Rightarrow$ $3x > y > x$

~~$3x > 400 - x > x$~~ $3(400 - y) > y > 400 - y$

$$\begin{cases} y < 300 \\ y > 200 \end{cases}$$

$y \in Z \Rightarrow 400 - y \in Z$

$(x, y \in Z)$

и x, y - положительные

$\Rightarrow$ $x, y \in N$;

y от 201 до 299 включительно

Значит, возможны 99 $\circ$.

Ответ: 99.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

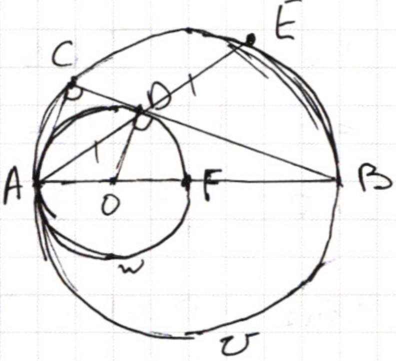
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.

$CD = 1$

$BD = 3$



r - радиус w

R - радиус $\mathcal{V}$

Пусть AF - диаметр w.

O - центр w.

AF и AB лежат на одной прямой, т.к. w и $\mathcal{V}$ касаются в т. A

$\triangle BOD \sim \triangle BAC$ по углам (прямому и $\angle ABC$)

$\angle BDO = 90°$ т.к. BD - касательная к w.

$\angle ACB = 90°$ т.к. опирается на диам. $\mathcal{V}$.

$\Rightarrow \quad \frac{DO}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{BO}{AB}$

$\Rightarrow \quad \frac{BO}{AB} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$; $\frac{BF + r}{BF + 2r} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow BF = 2r$; $AF = 2r$ (т.к. диаметр w)

Значит, F - середина AB (диаметра $\mathcal{V}$)

$\Rightarrow \quad BF = AF = R$;

$R = 2r$; Тогда, т.к. $\underset{\text{кас. к w}}{BD^2} = \underset{\text{секущая}}{BF \cdot BA}$

$\Rightarrow \quad 3^2 = R \cdot 2R$

$R = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{2}$; $r = \frac{R}{2} = \frac{3}{4}\sqrt{2}$

Ответ 1: радиус $w = \frac{3}{4}\sqrt{2}$

радиус $\mathcal{V} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$

$\frac{BD}{BC} = \frac{3}{4} = \frac{DO}{AC} = \frac{r}{AC} \quad \Rightarrow \quad AC = \frac{3}{4}\sqrt{2} \cdot \frac{4}{3} = \sqrt{2}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 5 продолжение.

По т. Пифагора из $\triangle ACD$:

$$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$$

AE и CB – пересек. хорды

$$\Rightarrow \quad CD \cdot BD = AD \cdot DE$$

$$1 \cdot 3 = \sqrt{3} \cdot DE$$

$$\Rightarrow \quad DE = \sqrt{3} = AD$$

$$\sin\angle ADC = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \sin\angle BDE = \sin\angle CDE = \sin\angle ADB = \sin\alpha$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \cdot \sin\alpha \cdot CD \cdot AD = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot DE \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 3 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot CD \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

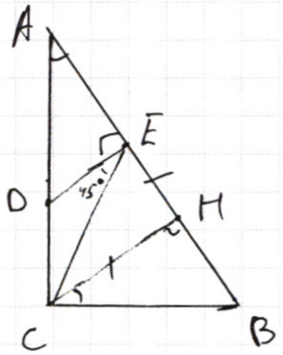
$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot \sin\alpha \cdot AD \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 3 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Тогда $S_{BACE} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle BDE} + S_{\triangle CDE} + S_{\triangle ABD} = 2(S_{\triangle ADC} + S_{\triangle BDE}) =$

$$= 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 3\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

Ответ 2: $S_{BACE} = 4\sqrt{2}$

Задача 4.



Проведём высоту CH.

а) Тогда $DE \parallel CH$;

По углу $\angle BAC$ $\triangle ADE \sim \triangle ACH \sim \triangle ABC$.

$\angle DEC = 45°$ по условию

$$\Rightarrow \quad \angle CEH = 90° - 45° = 45°; \quad \angle CHE = \angle CEH = 45°$$

$$\Rightarrow \quad \triangle CEH - р/б; \quad CH = HE$$

Пусть $HE = a$, и $AC = 5x$

$$\Rightarrow AD = \frac{3}{5} \cdot 5x = 3x; \qquad \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH}; \quad \frac{3}{5} = \frac{AE}{AE + a}$$

Тогда $AE = \frac{3}{2}a$; $\quad AH = a + \frac{3}{2}a = \frac{5}{2}a$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4 (продолжение).

Тогда $tg\angle BAC = tg\angle CAH = \frac{CH}{AH} = \frac{a}{\frac{5}{2}a} = \frac{2}{5}$

а) Ответ: $tg\angle BAC = 0,4$.

б) $AC = \sqrt{29}$; $S_{\triangle}CED$ - ?

$\angle BCH = \angle BAC \Rightarrow BH = \frac{2}{5}CH = \frac{2}{5}a$.

$\Rightarrow BC = \sqrt{a^2 + (\frac{2}{5}a)^2} = \frac{\sqrt{29}}{5}a$

$AB = \frac{3}{2}a + a + \frac{2}{5}a = \frac{29}{10}a$

$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{\frac{29^2}{100}\cdot a^2 - \frac{29}{25}a^2} = \sqrt{\frac{29\cdot 25}{100}a^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}a$

$\frac{\sqrt{29}}{2}a = AC = \sqrt{29}$ (по условию б))

$\Rightarrow a = 2$

$S_{\triangle CDE} = S_{\triangle ACH} - S_{\triangle ADE} - S_{\triangle CEH}$;

$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}\cdot AE\cdot DE = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}a\cdot\frac{3}{5}a = \frac{9}{20}a^2 = \frac{9}{5}$

$S_{\triangle ACH} = \frac{1}{2}\cdot AH\cdot CH = \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}a\cdot a = \frac{5}{4}a^2 = 5$

$S_{\triangle CHE} = \frac{1}{2}\cdot EH\cdot CH = \frac{1}{2}\cdot a^2 = 2$

$\Rightarrow S_{\triangle CDE} = 5 - \frac{9}{5} - 2 = 3 - \frac{9}{5} = 1,2$

Ответ: б) $S_{\triangle CDE} = 1,2$.

Задача 7.

Дано: $f(ab) = f(a) + f(b)$, где $a, b > 0$ рациональные.

Тогда заметим, что: $f(1) = 2f(1) \Rightarrow f(1) = 0$ иначе не было бы смысла.

Задача 7 (продолжение)

Также, $f(a^2) = f(a) + f(a) = 2f(a)$

Найдём $f\left(\frac{1}{a}\right)$.

$$f\left(\frac{1}{a}\right) = f\left(\left(\frac{1}{a}\right)^2\right) + f(a) = 2f\left(\frac{1}{a}\right) + f(a)$$

$$f\left(\frac{1}{a}\right) = -f(a).$$

Заметим, что для любого натурального a, начиная с 2, $f(a) > 0$, т.к. a можно представить в виде произведения простых чисел, а $f(p) = \left[\frac{p}{2}\right]$ по условию для любого простого p ($\left[\frac{p}{2}\right] > 0$).

$$\Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$ тогда, когда $f(y) > f(x)$.

Пусть K – искомое кол-во пар. Значит, K равно сумме количеств возможных $x \in [1;21]$ для каждого $y \in [1;21]$, для которых вып-няется $f(y) > f(x)$.

Составим таблицу:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$f(a)$	0	1	1	2	2	2	3	3	2	3	5	3	6	4	3	4	8

a	18	19	20	21
$f(a)$	3	9	4	4

$K = k_{y=1} + k_{y=2} + \ldots + k_{y=21} = 0 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 + \cancel{7} + \cancel{7} + \ldots + =$

$= k_{y=1} + 2k_{y=2} + 4k_{y=4} + 6k_{y=7} + 4k_{y=14} + k_{y=11} + k_{y=13} +$

$+ k_{y=17} + k_{y=19} =$

$= 0 + 2\cdot 1 + 4\cdot 3 + 6\cdot 7 + 4\cdot 13 + 17 + 18 + 19 + 20 = \cancel{184}\ 182$

Ответ: ~~184~~ 182

$5 \cdot 4$

$2 \cdot 10$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = -f(y)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

для любых a и b

$\cancel{f\left(\frac{x}{y}\right)} = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) - f(x) - f(y)$

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
f(a)	0	1	1	2	2	2	3	3	2	3	5	3	6	4

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(x) - f(y) < 0$

если $f(y) > f(x)$

0|1|1|2|2|2|3|3|2|3|5|3|6|4|3 | 8|3|9| 4|4

$f^4(p) = \left[\frac{p}{2}\right]$

для любого прост. p

$a, b > 0$

разл...

$14 - 6 \Rightarrow f(3) = 1$, $f(5) = 2$, $f(7) = 3$

$6 \cdot 8$

$0+0+0+2+2+2+$

$4 \cdot 4$

$6 + 12 + 48 + 16 = 160 + 22$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = -f\left(\frac{y}{x}\right)$

$\Rightarrow f(15) = 3 = f(7)$

56

$4 \cdot 14 = 56$

$= 8 + 2 + 1$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(\frac{x^2}{y^2}\right) + f\left(\frac{y}{x}\right) =$

$5 - 6$

$f\left(\frac{11}{13}\right) =$

$f(1) = 2f(1)$

$20 + 36 + 56 + 48 + 16 + 6$

$f\left(\frac{2}{2}\right) = f(1) = 0$

$\Rightarrow$ нет

$f(1) = 0$

$f(9) = f(3) + f(3) = 2$

$112 + 48$

$160 +$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = f\left(\left(\frac{1}{y}\right)^2\right) + f(y) = 2f\left(\frac{1}{y}\right) + f(y)$

$4 \cdot \frac{1}{4}$

$20 + 18 + 18$

$f\left(\frac{1}{2}\right) =$

$f(2) + f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{2}{1}\right) = 1$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right) = -f(y)$

$= f\left(\frac{1}{4}\right) + 1$

$f\left(\frac{2}{1}\right) = 1$

прикол...

$f\left(\frac{1}{3}\right)$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = f(3) + f\left(\frac{1}{9}\right)$ $y = 1 \Rightarrow$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x)$

$= 1 + f\left(\frac{1}{9}\right)$

при $x = p \Rightarrow \left[\frac{p}{2}\right]$

$f(a^2) = 2f(a)$

$f(a^3) = \cancel{3f(a)}$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) =$

$=$ положит.

$f(abc) =$

$f(aq) = qf(a)$

$= f(a) + f(b) + f(c)$

~~looks~~ just a bit

$2 + 12 + 42 + 52 + 36 + 38 =$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = \cancel{2 \cdot \frac{1}{2}} = 1 =$ What...

$f\left(\frac{1}{3}\right) = 1 + f\left(\frac{1}{9}\right) =$

$= f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot 2$

$20 + 16 + 20 + 18 =$

$94 + 36 = 130 + 14 + 38 =$

$= 1 + 2 \cdot f\left(\frac{1}{3}\right)$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + 2f\left(\frac{1}{2}\right)$

$= 52 + 130$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = -1$

$12 + 42 + 52 + 14 + 48 + 18 + 20 =$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = -1$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = -2$ и т.д.

$f\left(\frac{2}{3}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{3}\right) =$

$f($

$= 108 + 40 + 20 + 14 =$

$= 74 + 108 =$

$= 1 - 1 = 0$

$+2$

$= 182$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

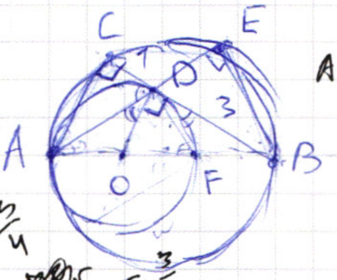
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow DE = \sqrt{3}$

$AD = \sqrt{3}$ $r, R, S_{BACE} - ?$



$\frac{DO}{AC} =$

$= \frac{BD}{BC} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \frac{r}{AC} = \frac{3}{4}$

$AC = \sqrt{2}$

$CD = 1$

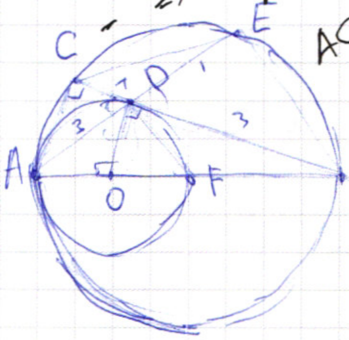
$BD = 3CD$

$\frac{3}{4} = \frac{r}{AC}$

$AC = r \cdot \frac{4}{3} = \sqrt{2}$

$CD \cdot DE = 3$

$CD \cdot BD = AD \cdot DE$



$BD^2 = BF \cdot AB$

$AB = 2R$

$\angle CDA = \angle AFD$

$AF = 2r$

O - центр ω;

$\frac{BD}{BC} = \frac{3}{4} = \frac{BO}{AB} = \frac{RO}{AC}$

$4BF + 4r = 3BF + 6r$

$\Rightarrow BF$

$\frac{r}{1} = \frac{r + BF}{3}$

$\frac{3}{4} = \frac{r + BF}{2r + BF} = \frac{r}{AC}$

$\frac{\frac{3}{2}\sqrt{2}}{AC} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow BF = 2r$ $\Rightarrow$ $BF = AF$

F - центр Ω

$\Rightarrow AC = 2\sqrt{2}$

$\frac{r}{AC} = \frac{3}{4} = \frac{r + R}{2r + R} =$

$\Rightarrow AD = \sqrt{1+8} = 3$

$9 = R \cdot 2R = 2R^2$; $R = \sqrt{\frac{9}{2}} = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow DE = 1$

$S_{BACE} =$

$R = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ $r = \frac{3}{4}\sqrt{2}$

$= \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot$

$\Rightarrow \triangle ACD = \triangle BED$ по кат и гип.

$\sin \angle ADC = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \angle ADC = 45°$

$\Rightarrow \angle ADO = 45°$

$(y - 2x)(y - x - 1) = (x - 1)^2 + (y - 2)^2$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 + \ldots$

$(1 - x - y + 2x)(x - 2 - y) - 3 = 0$

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 \le \frac{3}{2}a + b \le \frac{9}{2}$

$-\frac{1}{4} \le \frac{3}{2} + b \le \frac{7}{2}$

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x - 1|$ $x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$

$x \in [0; \frac{3}{2}]$

$\Rightarrow 2x^2 - x - 1 \le ax + b \le 3x - 1$

$b = -1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(x-1)(y-2)$

$2x^2-4x+8$

$2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0$

3 ...

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0=$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{y(x-1)-2(x-1)}=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$2(x-1)^2+(y-2)^2+\sqrt{2}\ 2\sqrt{2}\cdot(\ldots)$

$2(x^2-2x+1)$

$(x-1)^2=x^2-2x+1$

$2\cdot\sqrt{2}x\cdot\sqrt{2}+2$

y^2-4x+1

$(x-1)(2x+1)\le ax+b\le x+\ldots$

$=3+2\sqrt{2}\ (y-2x)^2=$

$(\sqrt{2}x)^2-2\cdot$

$(y-2)^2=y^2-4y+4\quad=(x-1+y-2)^2$

$2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0$

$\frac{4+25}{25}$

$(y-2x)^2-(x-1)(y-2)\ge0$

$(x-1)(y-2)\ge0$

1 - $x\ge1$, $y\ge2$; 2 - $x<1$, $y<2$

$\frac{BH}{CH}=tg=\frac{2}{5}$

$\frac{DE}{AE}=$

$y^2-4xy+4x^2=(x-1)(y-2)$

$D=1+8$

$\frac{1+3}{4}=1$

$\frac{1-3}{4}=-\frac{1}{2}$

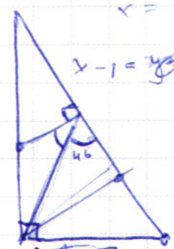
tg

$\frac{6}{5}+\frac{9}{5}$

$2x^2-x-1=$

$=(x-1)(2x+1)$

$x-1=$



$\sqrt{3}$

$b+2-2(a+1)=\sqrt{ab}$

$\frac{DE}{\frac{3}{2}a}=\frac{2}{5}$

$2a^2+b-3=0$

$(b-1)-2a$

$3-1{,}8=1{,}2$

$y-2x>0$

$tg(2y-4)\ b+2$

$y>2x$

$b^2+4b+4-2a+2=ab$

$(b-2a-1)^2=$

$2a^2+b-3=0$

$1+\frac{2}{3}=1+\frac{9}{AE}$

$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{5}}=\frac{a}{BH}$

$\frac{a}{BH}=\frac{5}{2}=b^2-2b+1\ldots$

$+4a^2-4ba+4a$

$y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$\frac{3}{5}=$

$b^2-2b+1+4a^2-5ab+4a=0$

$AC=\sqrt{27}$

$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{5}}=\frac{5}{2}$

$y^2-5xy+4x^2+2x+y-2=0=2x^2+y^2-4x-4y+3$

$\frac{2}{5}AE=\frac{3}{5}a$

$DE=\frac{3}{5}a$

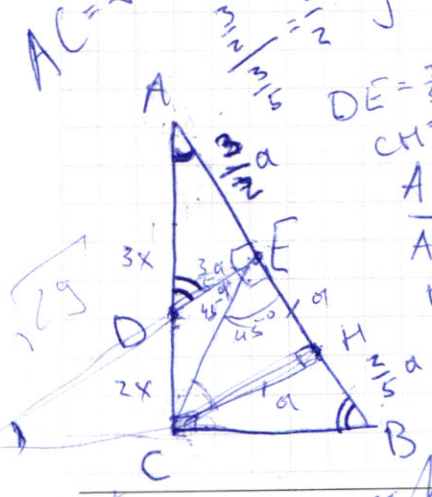
$CH=a$

$2x^2-5xy+6x+5y-5=0\ldots$

$AE=\frac{3}{5}(a+AE)$

$1+1{,}5+0{,}4=$

$=2{,}9$



$\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}$

$AE=\frac{3}{5}(AE+a)$

$DE\perp AB$

$\angle CED=45°$

$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

$tg\angle BAC=?\ \frac{BC}{AC}=\frac{DE}{AE}=$

$AD\cdot AC=AB\cdot AE=15x^2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{-2b + 2\sqrt{b^2-ac}}{2a}$

$D = b^2 - 4ac$

$c - ?$

$x^2 + 12x + 6 = 0$

y от 201 до 299

$a, b, c, x, ...$ геом. прогр.

$\Rightarrow 99$ треуг.

$D = 144 - 4 \cdot 12 = 12 \cdot 8 = 16 \cdot 6$

$\pm 4\sqrt{6}$

$D_1 = b^2 - ac$

$x_1 + x_2 = -\frac{2b}{a}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-ac}}{a}$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$1200 - 3y > y > 400 - y$

$4y < 1200$

$\frac{b}{a} = \frac{x}{c}$

$x^2 + 4x - 5 = 0$

$(x+5)(x-1) = 0$

$D_1 = 4 + 5$

$\frac{-2 \pm 3}{1}$

$q = 2 ...$

$a,\ 2a,\ 4a,\ 8a$

$8a = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-ac}}{a}$

$c = q^3 \cdot a$

$-b = -qa$

$c = q^2 a$

$q^3 \cdot a = \frac{-qa \pm \sqrt{q^2a^2 - q^2a^2}}{a}$

$\begin{cases} y > x \\ 3x > y \\ (x>0,\ y>0) \end{cases}$

$\begin{cases} 3y > 3x \\ y + 3x > 2y \\ 2y + 3x > y \end{cases}$

$\Rightarrow$

$q^3 \cdot a = -\frac{qa}{a} = -q$

$3x > y > x$

$\Rightarrow q^2 \cdot a = -1$

$\begin{cases} y > x \\ 3x > y \\ y + 3x > 0 \text{ - точно} \end{cases}$

$c = q^2 a = -1$

$x = 400 - y$

$P = 1200 = a + b + c$ $(a, b, c \in N)$ $\Rightarrow$

кол-во? ... $\Rightarrow 3x + 3y = 1200$, $x + y = 400$, $y > 400 - y$

$\Rightarrow 2y > 400$

при этом м-тво Δ

$y > 200$

$a + b > c$

$\Rightarrow AC = 3x$

$AB = 2y$

$BC = y$

$\frac{AD}{CD} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow$

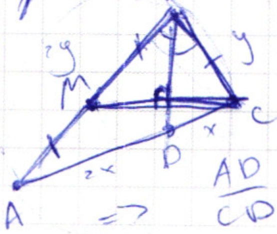
$\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC}$

$\angle BOM = \angle COM$

$1200 - 3y$

$4y < 1200$

$y < 300$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)