

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

- [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.
- [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

- [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC , если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.
б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED .
- [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1, BD = 3$.
- [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$.

- [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leq x \leq 21, 1 \leq y \leq 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

a, b, c, x — *длины и длина*
координатных
осей

$$ax^2 + 2bx + c = 0$$

$$b = ad$$

$$c = ad^2$$

и

d — *коэффициент*
пропорциональности

$$ax^2 + 2bx + c = 0$$

$$ax^2 + 2adx + ad^2 = 0 \quad |:a$$

$a \neq 0$, т.е. тогда a, b, c и x будут равны 0

$$x^2 + 2dx + d^2 = 0$$

$$(x + d)^2 = 0$$

$x = -d$, при этом, т.е. x — *невероятно*
маленькая *загадочная* *координатная* *функция*.

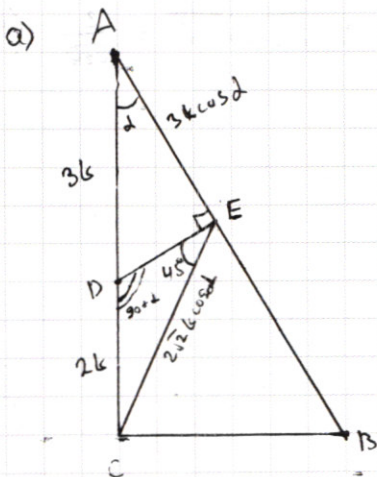
$$x = -ad^3, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} ad^3 = -d \\ d \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad^2 = -1 \\ c = ad^2 \text{ (по ум.)} \end{cases}$$

Итого, $c = -1$

Ответ: -1

№4



Дано

$\triangle ABC$ — *прямоугольный*.

$D \in AC$

$E \in AB$

$AD : AC = 3 : 5$

$DE \perp AB$

$\angle CED = 45^\circ$

$\text{tg}(\angle BAC) = ?$

Решение: Пусть k - коэффициент, тогда:

$$AD = 3k$$

$$DC = 2k$$

Пусть $\angle BAC = \alpha$: ~~тогда $AD \cdot \sin \alpha = 3k \sin \alpha$~~

$$AE = AD \cdot \cos \alpha = 3k \cdot \cos \alpha$$

Рассмотрим $\triangle CED$: Теорема син:

$$\frac{DC}{\sin(\angle CED)} = \frac{CE}{\sin(\angle CDE)}$$

$$\frac{2k}{\sin 45^\circ} = \frac{CE}{\sin(90^\circ + \alpha)}$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad (\text{по формуле приведения})$$

$$CE = \frac{2k \cdot \cos \alpha}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4k \cos \alpha}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}k \cos \alpha$$

Рассмотрим $\triangle AEC$: $\angle AEC = \angle AED + \angle CED = 135^\circ$

$$AE = 3k \cos \alpha$$

$$CE = ~~4k \cos \alpha~~ 2\sqrt{2}k \cos \alpha$$

$$AC = 5k$$

Запишем теорему косинусов:

$$AC^2 = AE^2 + CE^2 - 2AE \cdot CE \cdot \cos(\angle AEC)$$

$$25k^2 = 9k^2 \cos^2 \alpha + 8k^2 \cos^2 \alpha - 2 \cdot 3k \cos \alpha \cdot 2\sqrt{2}k \cos \alpha \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$25k^2 = 17k^2 \cos^2 \alpha + 12k^2 \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{25}{29} \quad 0 < \alpha < 90^\circ$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2}{\sqrt{29}} \quad (\text{основ. тригоном. тождество})$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Ответ: 0,4

д) $AC = \sqrt{29}$
 $S_{CED} = ?$

$$AC = \sqrt{29} = 5k \Rightarrow k = \frac{\sqrt{29}}{5}$$

$$DE = AD \cdot \sin \alpha = \frac{3\sqrt{29}}{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4 (Многоугольник)

$$CE = \frac{4\sqrt{2} \cos \alpha}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2} k \cdot \cos \alpha = 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{25}}{5} \cdot \frac{5}{\sqrt{25}} = 2\sqrt{2}$$

$$S_{CEFD} = \frac{DE \cdot CE \cdot \sin(\angle CED)}{2} = \frac{\frac{6}{5} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \left(\frac{6}{5}\right) = 1,2$$

Ответ: 1,2

Ответ: 1,2

N3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2 \\ y - 2x \geq 0 \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - y(5x-1) + 4x^2 + 2x - 2 = 0 \\ y \geq 2x \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad y^2 - y(5x-1) + 4x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 25x^2 - 10x + 1 - 16x^2 - 8x + 8 = 9x^2 - 18x + 9 = 9(x-1)^2 \geq 0$$

$$y = \frac{5x-1 \pm 3(x-1)}{2} = 4x-2; \quad x+1$$

$$y \geq 2x$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} y \geq 2x \\ y = 4x-2 \end{cases} :$$

$$2x^2 + (4x-2)^2 - 4x - 4(4x-2) + 3 = 0$$

$$18x^2 - 16x + 4 - 4x - 16x + 8 + 3 = 0$$

$$18x^2 - 32x + 15 = 0 \quad | :3$$

$$6x^2 - 22x + 5 = 0$$

$$D = 144 - 120 = 24 \quad x_{1,2} = \frac{12 \pm 2\sqrt{6}}{12}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$y \geq 2x \quad \text{Про} \quad y = 4x - 2$$

$$\text{Про} \quad x = 1 - \frac{\sqrt{6}}{6} :$$

$$y = 4 - \frac{2\sqrt{6}}{3} - 2 = 2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$2 - \frac{2\sqrt{6}}{3} < \frac{2 - \sqrt{6}}{3} \Rightarrow \text{не ложь}$$

$$\text{Про} \quad x = 1 + \frac{\sqrt{6}}{6} :$$

$$y = 4 + \frac{2\sqrt{6}}{3} - 2 = 2 + \frac{2\sqrt{6}}{3} > 2 + \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\left(1 + \frac{\sqrt{6}}{6} ; 2 + \frac{2\sqrt{6}}{3} \right) - \text{ложь}$$

2

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ y = x + 1 \end{cases}$$

$$2x^2 + (x+1)^2 - 4x - 4(x+1) + 3 = 0$$

$$2x^2 + x^2 + 2x + 1 - 4x - 4x - 4 + 3 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$x = 0; 2$$

$$\text{Про} \quad x = 0 : \quad y = 1 > 2 \cdot 0 \quad - \text{ложь}$$

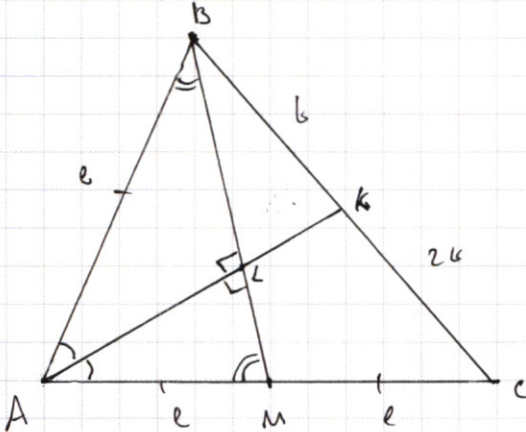
$$(0; 1)$$

$$\text{Про} \quad x = 2 : \quad y = 3 < 2 \cdot 2 \quad - \text{не ложь}$$

$$\text{Ответ: } \left(1 + \frac{\sqrt{6}}{6} ; 2 + \frac{2\sqrt{6}}{3} \right) ; (0; 1)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.



Рассмотрим $\triangle ABC$, в котором

$BM \perp AC = L$, где BM - медиана,
 AB - гипотенуз.

$$\angle BAC = \angle BAM$$

$$\angle BAL = \angle BAM$$

$$\angle BLA = \angle ALM = 90^\circ$$

и-но, $\triangle BLA \sim \triangle MLA$ (по двум
углам)

$$\text{и-но } \angle ABL = \angle AML$$

и-но, $\triangle MAB$ - р/о

$$AB = AM = MC = e$$

$$AB \cap BC = k$$

$$\frac{BG}{GC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \quad (\text{св-во Гуссера})$$

Пусть k - катет. \Rightarrow $BC = k$
 $GC = 2k$

$3e > 3k$ - неравенство треугольника
 $e < 3k$

$$P_{ABC} = 3(k+e) = 1200$$

$$\begin{cases} e > k \\ e < 3k \\ e + k = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e = 400 - k \\ 400 - k > k \\ 400 - k < 3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < 200 \\ k > 100 \end{cases} \Rightarrow k \in (100; 200)$$

$$\Rightarrow k = \{101; 102; 103; \dots; 198; 199\}$$

Ответ: ~~100~~ 199



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{1} \quad \left. \begin{array}{l} \text{с-во Писеллуса} \\ \Delta \end{array} \right\} \text{Пусть } k - \text{коэффициент, тогда}$$

$$AB = 3k$$

$$AC = k$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$9k^2 = k^2 + 16$$

$$8k^2 = 16$$

$$k = \sqrt{2}$$

$$AB = 3\sqrt{2} \quad 2R = 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad (\text{R} = \text{радиус } \Delta ABC)$$

$$R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$AC = \sqrt{2}$$

$$\Delta DCA \sim \Delta CDA \Rightarrow \frac{DA}{CA} = \frac{CA}{DA} \quad CA = 2r \quad (\text{r} = \text{радиус } \Delta DCA)$$

$$2r = \frac{DA^2}{CA}$$

$$DA^2 = CD^2 + AC^2 = 3 \quad (\text{Теорема Пифагора } \Delta DCA)$$

$$2r = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$r = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\angle BAE = \angle EAC \Rightarrow \angle BEE = \angle EEC \Rightarrow BE = EC \Rightarrow \Delta BEC - \text{р/б}$$

$$S_{BAEC} = S_{BAC} + S_{BEC}$$

Рассмотрим ΔBEC - р/б.

Проведем BK , EK - высоту $\Rightarrow EK$ - медиана

$$BK = 2$$

$$\angle EBC = \angle DAC = \alpha \quad (\text{внешние, опущенные на одну сторону } \Delta ABC)$$

$$\tan \alpha = \frac{DC}{CA} \quad (\text{из } \Delta DAC - \text{прямоуг.})$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{k} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$EK = BK \cdot \tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$S_{BEC} = \frac{EK \cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{2} = 2\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (Продолжение)

$$S_{BAC} = \frac{BC \cdot CA}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$S_{BACE} = S_{BEC} + S_{BAC} = 4\sqrt{2}$$

Ответ:

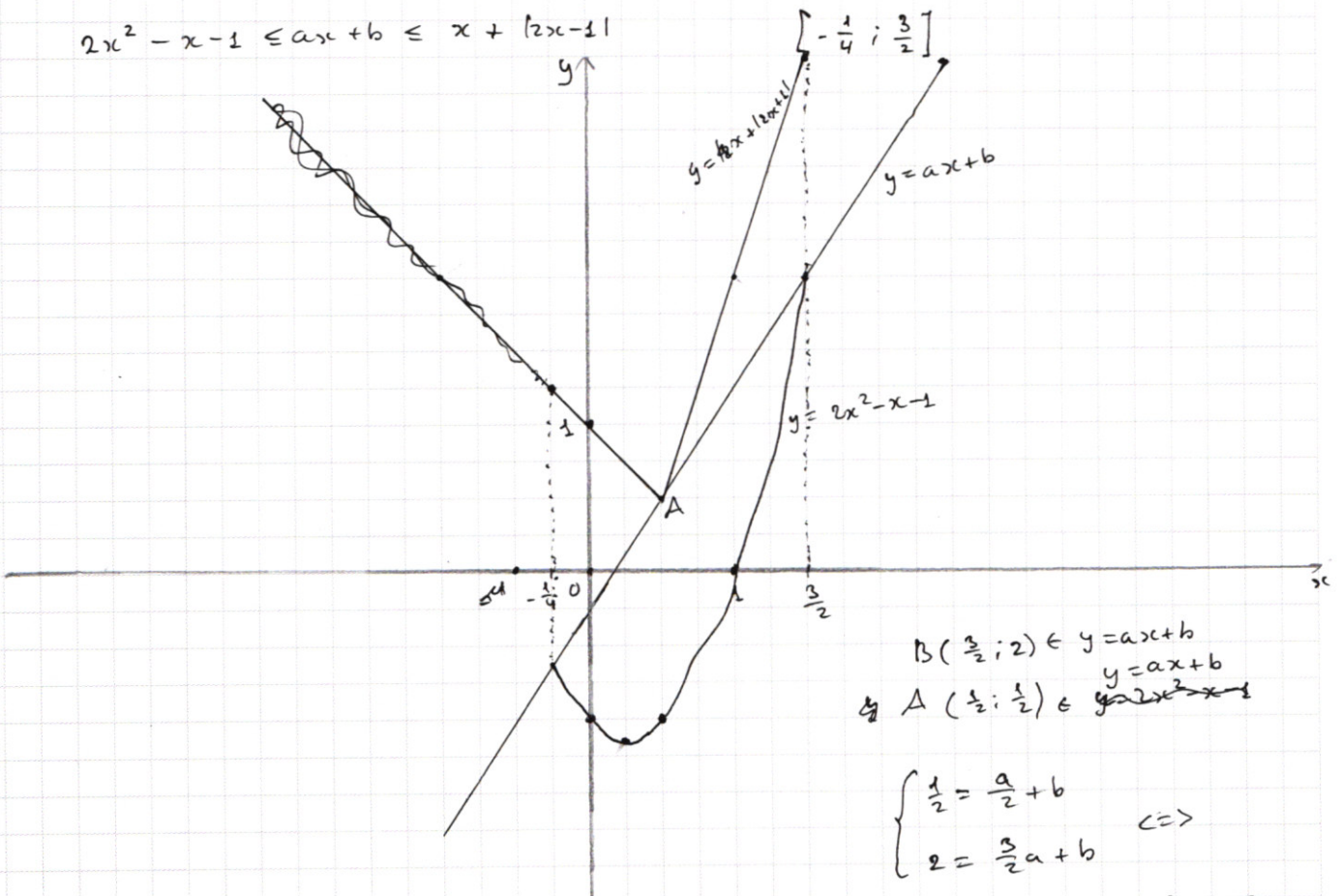
$$R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$r = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$S_{BACE} = 4\sqrt{2}$$

№6.

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$



$$B\left(\frac{3}{2}; 2\right) \in y = ax + b$$

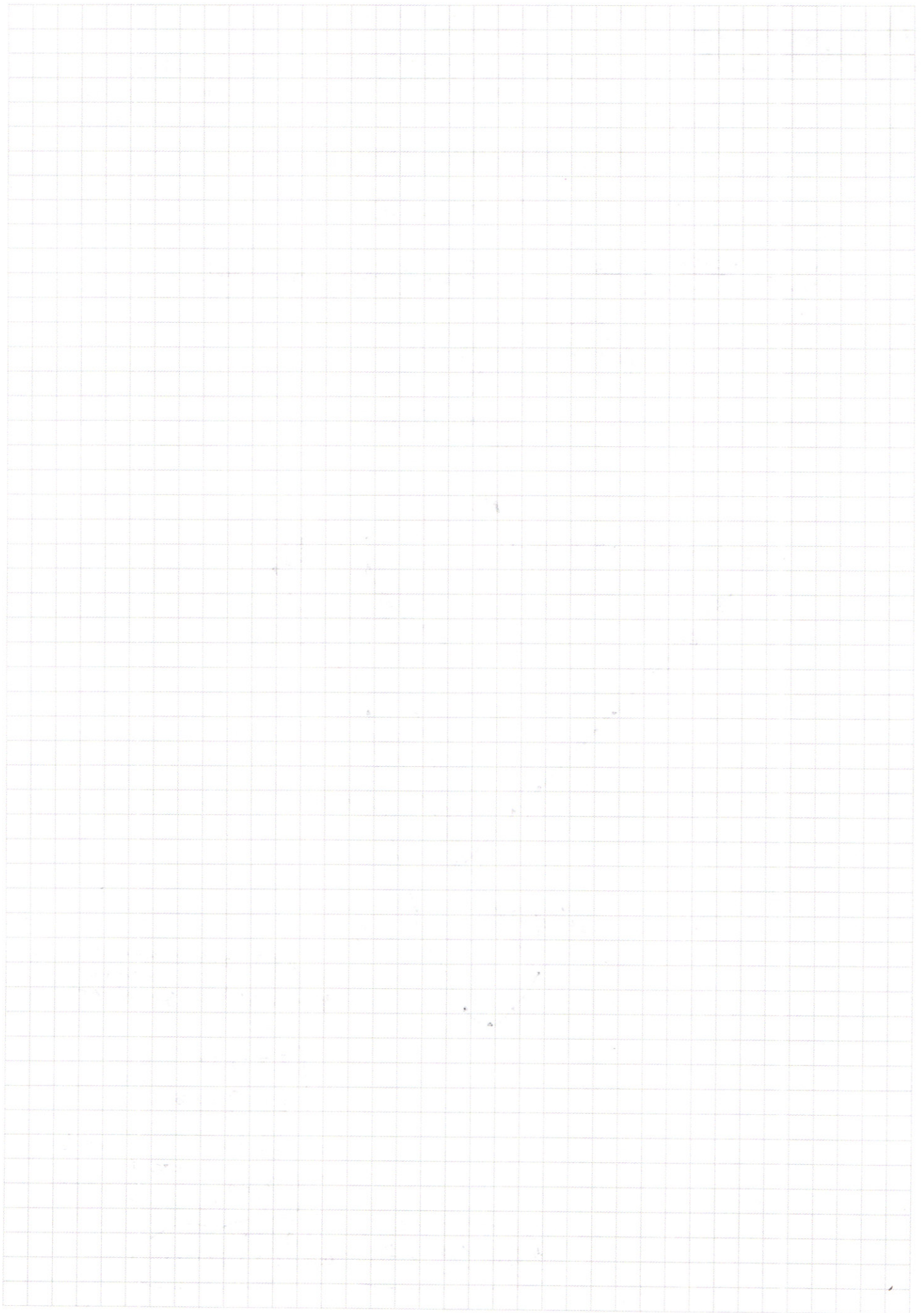
$$A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \in y = ax + b$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} = \frac{a}{2} + b \\ 2 = \frac{3}{2}a + b \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{3}{2}a + b \\ \frac{3}{2} = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$

Ответ: $(1,5; -0,25)$

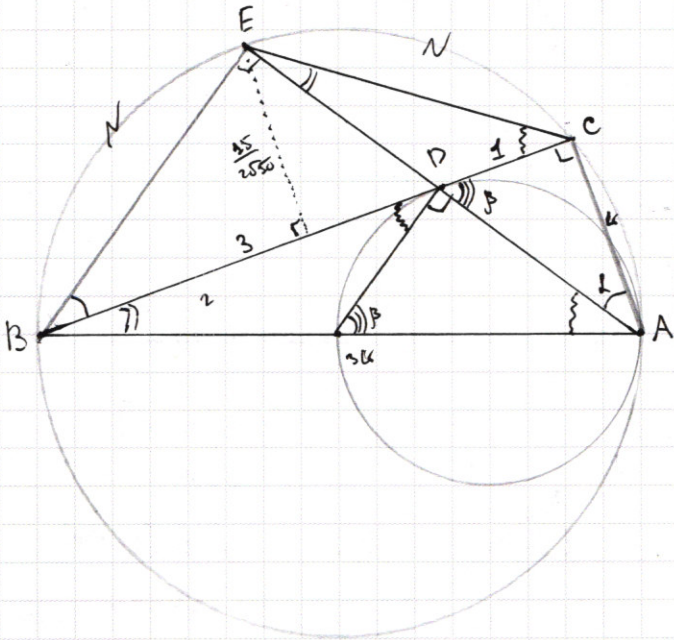


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\frac{p-1}{2} \right] = \left(\frac{p-1}{2} \right)$$



$$106^2 = 16$$

$$k^2 = \sqrt{\frac{8}{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

$$f_1 = \frac{5}{2\sqrt{10}}$$

$$R = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$S_{\triangle ECA} = \frac{45}{2\sqrt{10}} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{10}}{5} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{45\sqrt{10}}{10} + \frac{4\sqrt{10}}{5} = \frac{23\sqrt{10}}{10}$$

$$\sin \alpha / \beta = \frac{\frac{45}{2\sqrt{10}} \cdot \frac{2\sqrt{10}}{5}}{\frac{\sqrt{13}}{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{65}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{13}}$$

$$y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}$$

$$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$$

$$\textcircled{1} \quad y^2 - 4y + 2x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\textcircled{1} = 16 - 8x^2 + 26x - 24 = -8x^2 + 26x - 8 = -8(x^2 - 3.25x + 1) = -8(x - 1)^2$$

$$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2$$

$$-4(x^2 - 4x - 1)$$

$$2x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$D = 16 + 8 = 24$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{4} = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{4} = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad y^2 - 4xy - 5xy + y + 4x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$y^2 - y(5x - 1) + 4x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$15x^2 + 15x - 16x^2 - 8x + 8$$

$$9x^2 - 18x + 9 = 9(x^2 - 2x + 1) = 9(x - 1)^2$$

$$y - 2 = \sqrt{xy - 2x - y + 2}$$

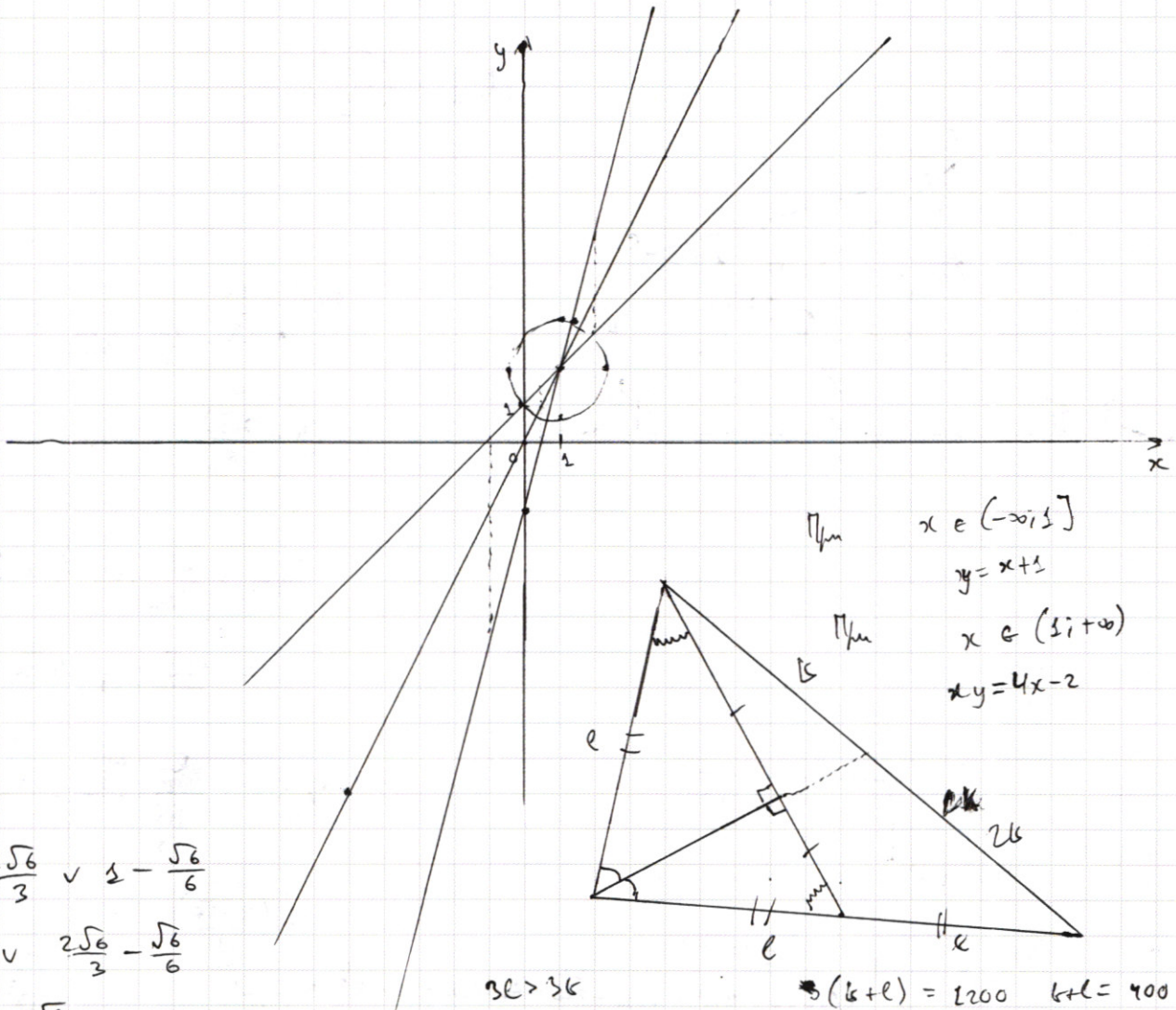
$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{12}$$

$$y^2 - 4y + 2x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= 16 - 8x^2 + 16x - 12 = -(8x^2 - 16x - 4) = \\ &= -4(2x^2 - 4x - 1) \end{aligned}$$



П/м $x \in (-\infty; 1]$
 $y = x + 1$

П/м $x \in (1; +\infty)$
 $xy = 4x - 2$

$$2 - \frac{2\sqrt{6}}{3} \vee 1 - \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$1 \vee \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$1 \vee \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 49$$

$$4x - 2 \geq 2x$$

$$2x^2 + y^2 = 49$$

$$2x \geq 2$$

$$x \geq 1$$

$$2x^2 + (x+1)^2 - 4x - 4(x+1) + 3 = 0$$

$$3x^2 + 2x + 1 - 4x - 4x - 4 + 3 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$x = 0; 2$$

$$y = x + 1$$

$$y \geq 2x$$

П/м $x = 0$

$$y = 1$$

$$1 \geq 2 \cdot 0$$

П/м $x = 2$

$$y = 3$$

$$3 < 2 \cdot 2$$

не п/м

$$2 + 2 \cdot 4 - 4 - 8 + 3 = 0$$

$$1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$$

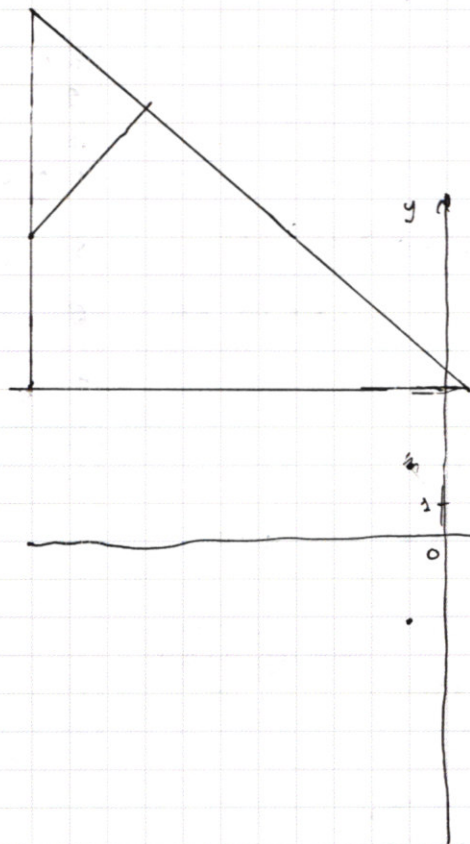
$$1,2 \quad 1,25$$

$$2,2 \quad 2,25$$

$(0; 1)$

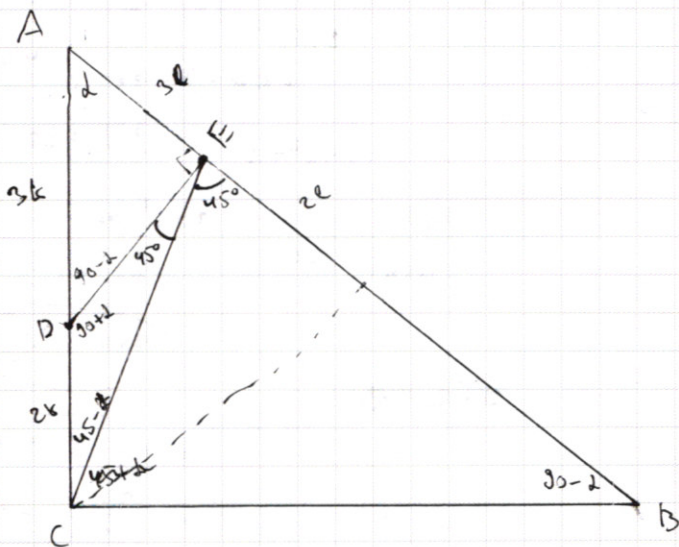
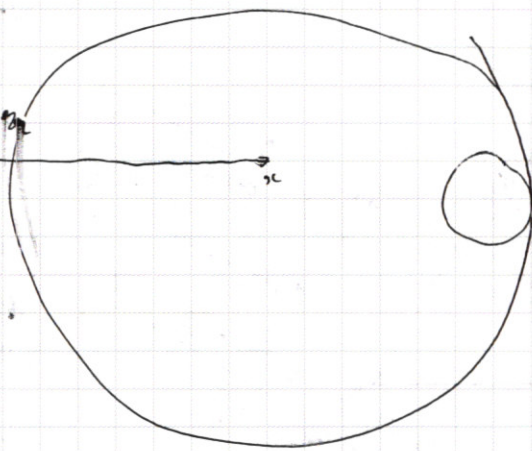
$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y-2x=0 \\ y^2+4x^2-4xy=xy-2x-y+2 \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 - 4xy = xy - 2x - y + 2 \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Bigg| \times 2$$

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 - 5xy + 2x + y - 2 = 0 \\ 2x\sqrt{6} = 2,5 \\ 2,2 \quad 2,25 \\ \sqrt{6}/2 + 1 \quad 2,2 \quad 2,25 \end{cases}$$



$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{CB}$$

$$\frac{AE}{3k} = \frac{k}{AB} = \frac{3k}{5k}$$

$$AB \cdot AE = 35k^2$$

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + (2x - 1)$$

$$\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$$

$$\left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]: 2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq 1 - x$$

$$\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]: 2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq 3x - 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

a, b, c, x

$$b = ad$$

$$c = ad^2$$

$$ax^2 + 2bx + c = 0$$

$$ax^2 + 2adx + ad^2 = 0 \quad | : a$$

$$a \neq 0 \Rightarrow x^2 + 2dx + d^2 = 0$$

$$(x + d)^2 = 0$$

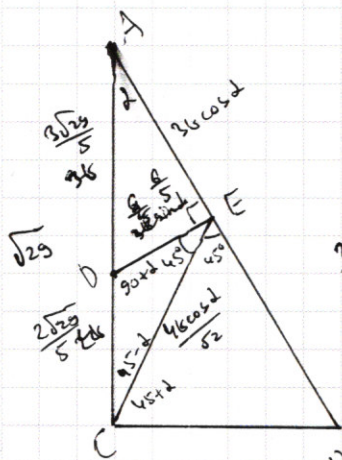
$$x = -d$$

$$x = -d = -ad^3$$

$d \neq 0$

$$\begin{cases} ad^2 = -1 \\ c = ad^2 \end{cases} \Rightarrow c = -1$$

Ответ: -1

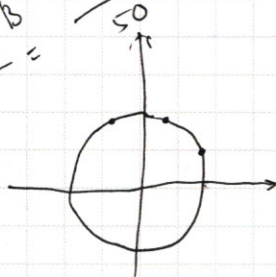


$$\frac{2b}{\sin 45^\circ} = \frac{CE}{\cos \alpha \sin(90^\circ + \alpha)}$$

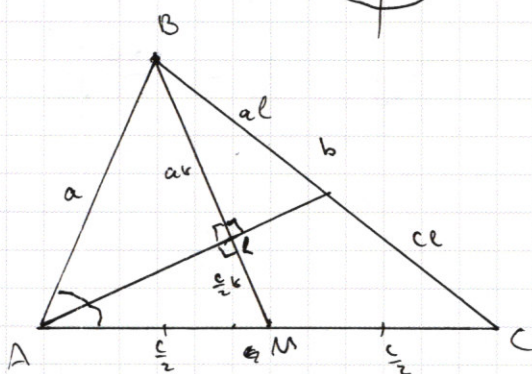
$$\frac{2b}{\sin 45^\circ} = \frac{CE}{\cos \alpha \cos \alpha} = \frac{CE}{\cos^2 \alpha}$$

$$CE = \frac{2b \cos^2 \alpha}{\sin 45^\circ} = \frac{2 \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{29}}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{2} = \frac{12\sqrt{29}}{25} \cdot \cos \alpha$$



№2.



ответ

$$25b^2 = 9b^2 \cos^2 \alpha + 8b^2 \cos^2 \alpha + 2 \cdot 2 \cdot 3b \cos \alpha \cdot \frac{4b \cos \alpha}{\sqrt{2}}$$

$$25b^2 = 17b^2 \cos^2 \alpha + 12b^2 \cos^2 \alpha$$

$$\begin{cases} a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a+b+c = 1200 \end{cases}$$

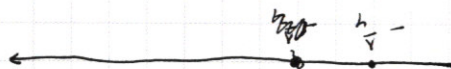
$$29b^2 \cos^2 \alpha = 25b^2$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{25}{29}$$

$$\cos \alpha = \frac{5\sqrt{29}}{29} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{5} = 0.4$$



$$x - 1 \leq x \leq 9 + x \Rightarrow 1 \leq x \leq 9$$

$$\frac{2}{5} \leq x \leq \frac{h}{v}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)