МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

© МФТИ, 2022

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2-2(x-1)=\sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2x^2-4x+2+y^2-4y+4-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2-2(x-1)=\sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0 \end{cases}$$

$(x-1)=a$

$(y-2)=b$

Тогда $\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$ $((b-2a)\geq 0)$ $(\sqrt{ab}\geq 0)$

см. конец ~~задания~~ решения.

$$\begin{cases} b^2+4a^2-4ab=ab \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

т.к. $a=b$ или $a=\frac{b}{4}$, то они всегда одного знака.

$$\begin{cases} \cancel{(b-1)} \; (b-a)(b-4a)=0 \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=b \\ b=4a \end{array}\right. \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3b^2=3 \\ a=b \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=-1 \end{array}\right. \\ a=b \end{cases} \\ \begin{cases} 4a=b \\ 2a^2+16a^2=3 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=-\sqrt{\frac{1}{6}} \\ a=\sqrt{\frac{1}{6}} \end{array}\right. \\ b=4a \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=1 \\ a=1 \end{cases} \\ \begin{cases} b=-1 \\ a=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=\sqrt{\frac{1}{6}} \\ b=\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases} \\ \begin{cases} a=-\sqrt{\frac{1}{6}} \\ b=-\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases} \end{array}\right.$$

$x=a+1$

$y=b+2$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{\frac{1}{6}}+1 \\ y=\sqrt{\frac{8}{3}}+2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1-\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y=2-\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases} \end{array}\right.$$

однако, $b \geq 2a$ (см. выше)

тогда не подойдут $a=b=1$ и $-\sqrt{\frac{1}{6}}=a$; $b=-\sqrt{\frac{8}{3}}=-4\sqrt{\frac{1}{6}}$

сл-но, ответ: $(0;1)$ и $\left(\sqrt{\frac{1}{6}}+1; \sqrt{\frac{8}{3}}+2\right)$

№1.

пусть $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}=k$.

тогда $b=ka$ $c=kb=k^2a$

подставим: $ax^2+2bx+c=0$

$ax^2+2kax+ak^2=0$

$a(x^2+2kx+k^2)=0$

$a(x+k)^2=0$

зная, что $a\neq 0$:

$x=-k$.

но $x=kc=-k$

тогда $c=-1$ при $k\neq 0$

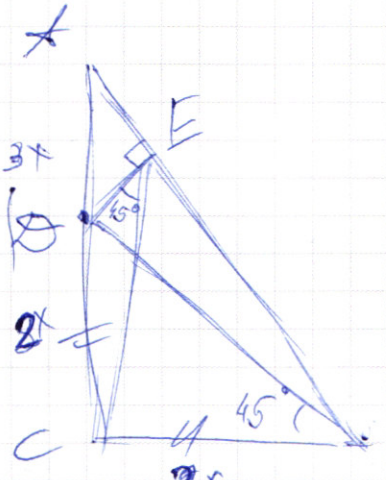
Ответ: -1.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№5.

а) Заметим, что CDEB — вписанный, т.к. $\angle DCB = \angle DEB = 90^\circ$

тогда $\angle DEC = \angle DBC = 45^\circ$.



В $\triangle DCB$ $\angle DCB = 90^\circ$, $\angle DBC = 45^\circ$

тогда $DC = CB$, т.к. $\angle CDB = \angle DBC = 45^\circ$.

Пусть $AD = 3x$, $DC = 2x$, $BC = 2x$. тогда $\boxed{tg \angle BAC = \frac{2}{5}}$

б) $AC = \sqrt{29}$. тогда $AD = \frac{3}{8}\sqrt{29}$, $BC = \frac{5}{8}\sqrt{29} = DC$.

Зная, что $tg \angle BAC = \frac{5}{8}$, получим, что $\sin \angle BAC = \frac{5}{\sqrt{89}}$,

$\cos \angle BAC = \frac{8}{\sqrt{89}}$

$DE = AD \cdot \sin \angle BAC = \frac{3}{8}\sqrt{29} \cdot \frac{5}{\sqrt{89}}$ $\rightarrow$ Из подобия $\triangle EAD$ и $\triangle CAB$

$AE = AD \cdot \cos \angle BAC = \frac{3}{8}\sqrt{29} \cdot \frac{8}{\sqrt{89}}$

По общеизв. формуле $\rho(E, AC) = \frac{AE \cdot ED}{AD} = \frac{3 \cdot \sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \cdot 25 \cdot 8}{8 \cdot 89 \cdot 3\sqrt{29}} =$

$= \frac{75\sqrt{29}}{8 \cdot 89}$. $S_{EDC} = \frac{\rho(E, AC) \cdot DC}{2} = \frac{75\sqrt{29} \cdot \frac{5}{8}\sqrt{29}}{8 \cdot 89} =$

$= \frac{75 \cdot 5 \cdot 29}{64 \cdot 89}$

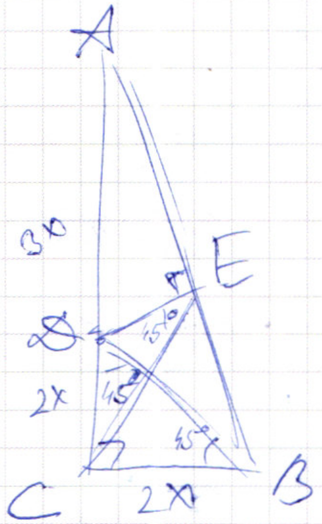
Ответ: $tg \angle BAC = \frac{5}{8}$, $S_{EDC} = \frac{75 \cdot 5 \cdot 29}{64 \cdot 89}$

б) $AC=\sqrt{29}$. Из того, что $tg\angle BAC=\frac{2}{5}\to\sin\angle BAC=\frac{2}{\sqrt{29}}$, $\cos\angle BAC=\frac{5}{\sqrt{29}}$

Заметим, что $\rho(E,AC)=\frac{AE\cdot DE}{AD}=$

$=\frac{AD\cdot\cos\angle BAC\cdot AD\cdot\sin\angle BAC}{AD}=$

$=AD\cdot\cos\angle BAC\cdot\sin\angle BAC.$



($\triangle AED\sim\triangle ACB$)

$\rho(E,AC)=\frac{3}{\cancel{5}}\sqrt{29}\cdot\frac{\cancel{5}\cdot 2}{29}$

($AD=\frac{3}{5}AC=\frac{3}{5}\sqrt{29}$)

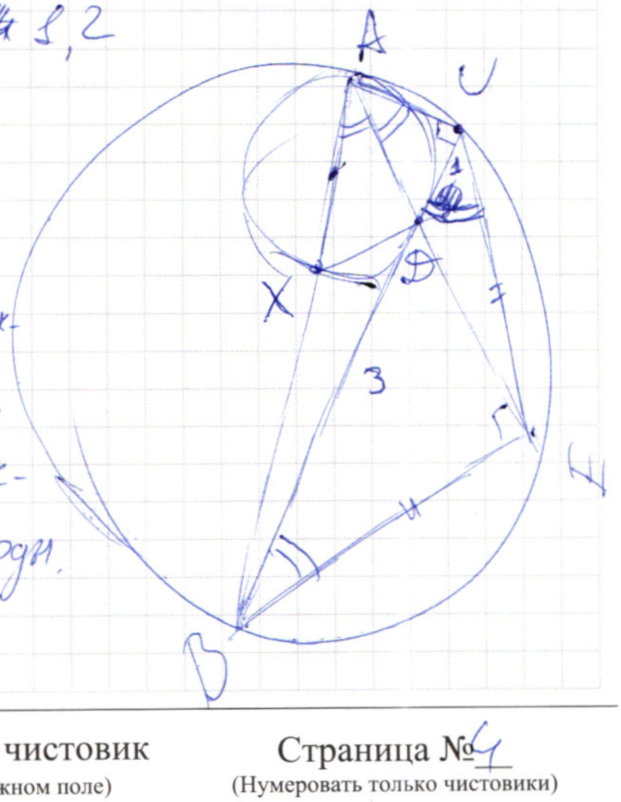
$S_{EDC}=\frac{\rho(E,AC)\cdot DC}{2}=$

$=\frac{2}{5}\sqrt{29}\cdot\frac{3}{5}\sqrt{29}\cdot\frac{5\cdot 2}{29}\cdot\frac{1}{2}=\frac{12}{2\cdot 5}=\frac{2,4}{2}=\boxed{1,2}$

Ответ: $tg\angle BAC=\frac{2}{5}$; $S_{EDC}=1,2$

№5.

1) AB – диаметр, он же – линия центров, т.к. A – точка касания. Тогда $\angle ADX=90°$, где X – вторичное пересечение AB окружностью ω. По лемме Архимеда AD – биссектриса $\angle BAC$ для ω и Ω, и BC – хорда. Тогда знаем, что $\frac{AC}{AB}=\frac{CD}{BD}=\frac{1}{3}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

но $\angle ACB = 90^\circ$, т.к. AB - диаметр Ω.

Пусть $AC = x$, $AB = 3x$, теорема Пифагора:

$$9x^2 = x^2 + 4^2$$

$$x = \sqrt{2} \qquad AC = \sqrt{2},\ AB = 3\sqrt{2}$$

$$R_\Omega = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

по углам

R_ω таков: $\triangle ADX \sim \triangle ACD$, $\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AX}$.

$$AD = \sqrt{CD^2 + AC^2} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$$

$$AX = 2R_\omega \text{ (доказано ранее)} = \frac{DA^2}{AC} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

$$R_\omega = \frac{3}{4}\sqrt{2}$$

2) $S_{BACE} = S_{ABC} + S_{BCE}$. мы знаем, что $\triangle BCE$ - р/б - по св-ву биссектрисы в окр-ти (лемма трезубца). тогда

$$S_{BCE} = \frac{BC \cdot ctg\angle BCE \cdot BC}{2 \cdot 2} = BC^2 ctg \frac{\angle BCE}{2}$$

$\angle BCE = \angle BAE = \angle EAC$. $ctg\angle EAC = \frac{AC}{DC} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

тогда $S_{BCE} = \frac{4^2 \cdot \sqrt{2}}{4} = 4\sqrt{2}$

$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 4}{2} = 2\sqrt{2}$$

т. $S_{BACE} = 6\sqrt{2}$

Ответ: $\frac{3}{2}\sqrt{2}$; $\frac{3}{4}\sqrt{2}$; $S = 6\sqrt{2}$

№6.

Построим графики $2x^2-x-1$ и $x+|2x-1|$

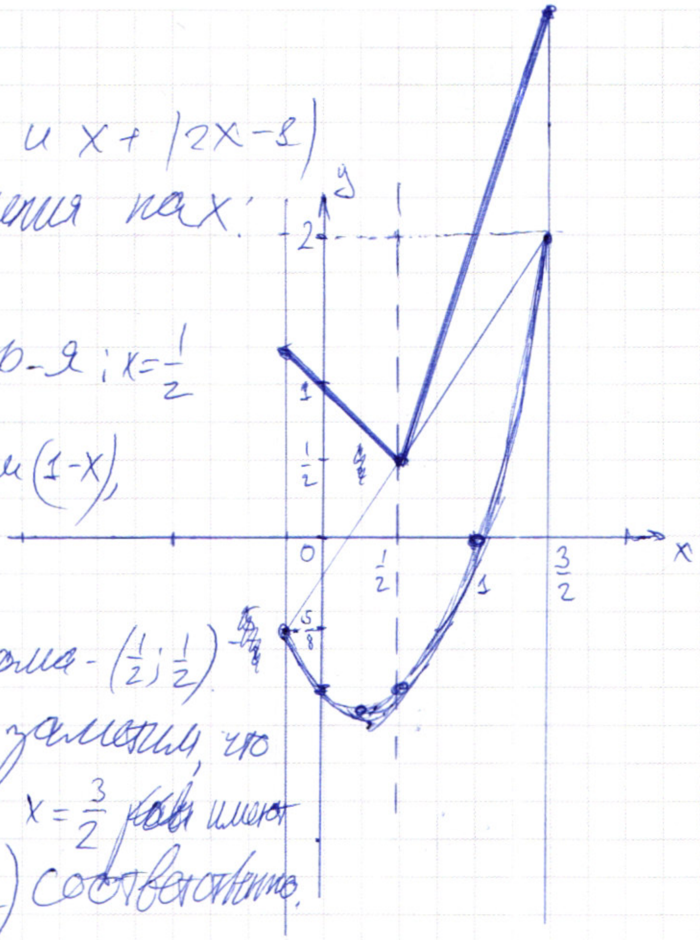
Сначала построим ограничения на x:

$x=-\frac{1}{4}$ и $x=\frac{3}{2}$.

Далее ось излома второго ур-я: $x=\frac{1}{2}$

$(2x-1)=0$
$x=\frac{1}{2}$). До излома строим $(1-x)$,

после $-(3x-1)$.



Заметим, что координата излома $-\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Далее, построим параболу, заметим, что т-ки пересечения с $x=-\frac{1}{4}$ и $x=\frac{3}{2}$ имеют координаты $\left(-\frac{1}{4};-\frac{5}{8}\right)$; $\left(\frac{3}{2};2\right)$ соответственно.

Мы точно знаем, что наша прямая должна пройти выше $-\frac{5}{8}$ для $x=-\frac{1}{4}$, ниже $\frac{1}{2}$ для $x=\frac{1}{2}$ и выше 2 для $x=\frac{3}{2}$.

~~На~~ Пустим прямую через ~~хг~~ $\left(-\frac{1}{4};-\frac{5}{8}\right)$ и $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a+b=\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4}a+b=-\frac{5}{8} \end{cases} \quad \begin{cases} a+2b=1 \\ 8b-2a=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12b=-3 \\ a+2b=1 \end{cases} \quad b=-\frac{1}{4} \quad a=\frac{3}{2}$$

Получим прямую $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$.

При $x=\frac{3}{2}$: $y=\frac{9}{4}-\frac{1}{4}=2$. Получаем, ~~что мы достигли минимума для этой прямой~~, отсюда что это единственная прямая, ибо меньше уже нельзя, равно как и больше. Строго говоря, если мы зафиксируем нижнюю т-ку, то сдвинув среднюю вниз, мы пересечем параболу ниже

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Аналогично зафиксировав т. в $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, мы не сможем двигать прямую, т.к. она пересечётся с параболой. Если говорить ещё строже, то система

$$\begin{cases} -\frac{a}{4}+b \geq -\frac{5}{8} \\ \frac{a}{2}+b \leq \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2}a+b \geq 2 \end{cases}$$

Имеет только одно решение при $a=\frac{3}{2}$ и $b=-\frac{1}{4}$

Ответ: $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$.

№7

Заметим, что $f(1)=f(1)+f(1)$, $f(1)=0$.

Далее действуем так: если q - простое, то считаем $f(q)$, если составное - раскладываем на множители и считаем $f(q)=f(q_1)+f(q_2)$, где $q=q_1 \times q_2$, $q \in \mathbb{N}, q_1 \in \mathbb{N}, q_2 \in \mathbb{N}$.

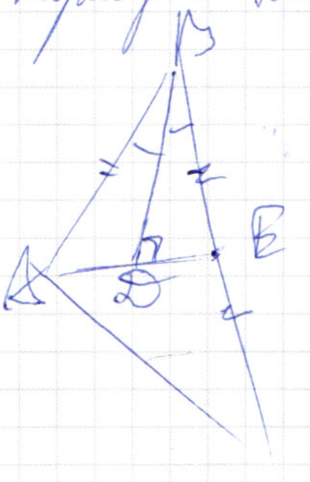
Составим табличку $f(x)$ от x.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$f(x)$	0	1	1	2	2	2	3	3	2	3	5	3	6	4	3	4	8	3	9	4	4

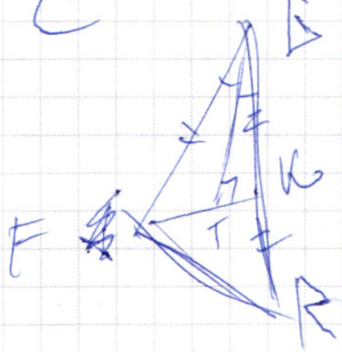
Далее, заметим такой факт: $1=8\cdot\frac{1}{8}$, т.е. $f(1)=f(8)+f\left(\frac{1}{8}\right)$ то есть, обратные числа имеют противоположные f.

иными словами, $\forall b\in R$ $f(b)=-f\left(\frac{1}{b}\right)$, т.к. $f(1)=0$.
А далее заметим, что $\boxed{f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)}\left(=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)\right)$
таким образом просто найдём все y для каждого x такие, что $f(x)<f(y)$.
Счёт: $\underbrace{20+18+14+8}_{40\ \ 22}+\underbrace{4+3+2+1}_{10}=70$
Ответ: 70 пар.

№2.
Нарисуем такой тр-к:



Очевидно, что если $\angle BDE=90°$, то $AB=BE$ ($=EC$ — св-во медианы) — BD — бис-са, медиана — это необходимо.
Докажем, что это достаточно:



$\triangle FBR$ таков: $FB=\frac{1}{2}BR$, K — середина BR
FK — медиана, тогда бис-са $\angle FBR\perp FK$, т.к. FBK — р/б — по определению.

Пусть у этого тр-ка стороны $x, 2x, y$. Знаем, что

$$\begin{cases} x+2x+y=1200 \\ y\in N,\ x\in N \\ x+2x>y \\ y+2x>x \\ y+x>2x \end{cases}$$ | нерав-во тр-ка.

таким образом: $$\begin{cases} 3x>y \longrightarrow 3x+y>2y \longrightarrow y<600 \\ y+x>0\ (u) \\ y>x \longrightarrow 4x<3x+y \longrightarrow x<300 \\ 3x+y=1200 \\ y\in N,\ x\in N \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 11
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

Т.К. $y<600$, то $x>200$ $(1200-y=3x)$

мы знаем, что $200<x<300$. тогда всего есть 98 вариантов x, и на каждый x есть только один $y=1200-3x$.

Ответ: 98 тр-ков.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}=\sqrt{(x-1)(y-2)} \quad =(y-2)-2(x-1) \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2-2(x-1)=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2x^2-4x+2+y^2-4y+4-3=0 \end{cases}$$

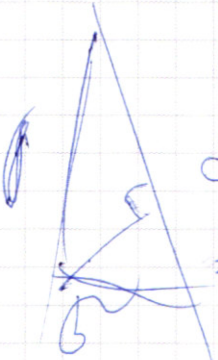
$y-2=a \quad x-1=b$

$\to 2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0$

$\dfrac{29\cdot\frac{1}{5}}{2}=\dfrac{29}{5}-3=\dfrac{14}{5}$

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 2b^2+a^2-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-4ab+4b^2=\cancel{4ab}=ab \\ 2b^2+a^2=3 \end{cases}$$



$\sqrt{8^2 5^2}=$

$=9+2\cdot 8\cdot 5=$

$=89$

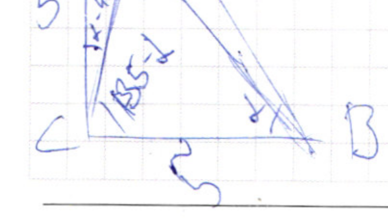
$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 2b^2+a^2=3 \end{cases}$$

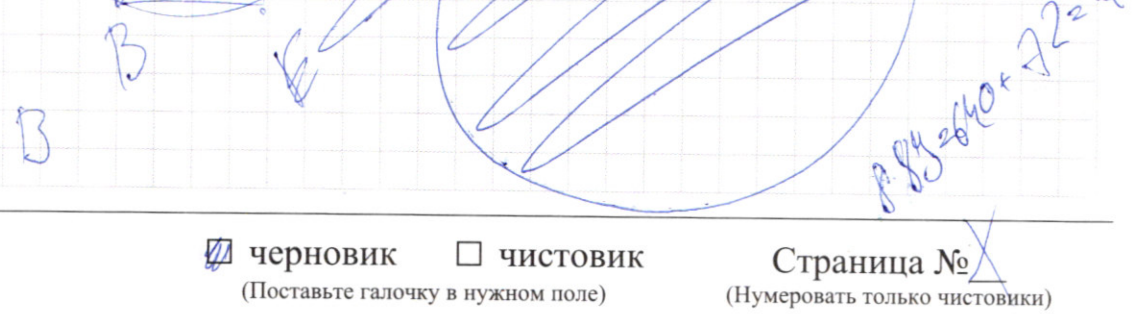
$$\begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0 \to a(a-b)-4b(a-b)=0 \\ 2b^2+a^2=3 \end{cases}$$

$\dfrac{\cancel{AD}\cdot\sin\ AD\cdot\cos}{\cancel{AD}}=$

$(a-4b)(a-b)=0 \quad \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=4b \end{array}\right.$

$=\cancel{AD}\cdot\sin\cdot\cos$





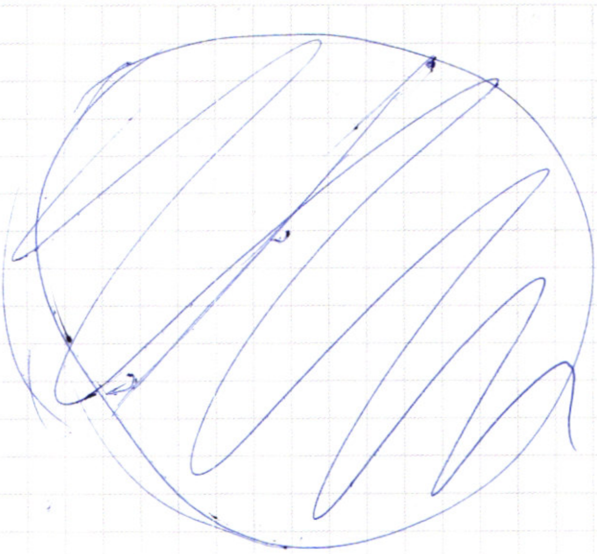
$8\cdot 89=640+72=712$

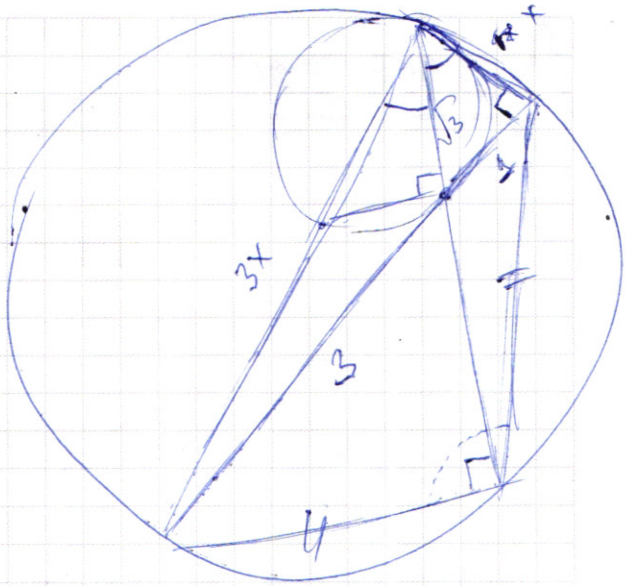
☑ черновик ☐ чистовик

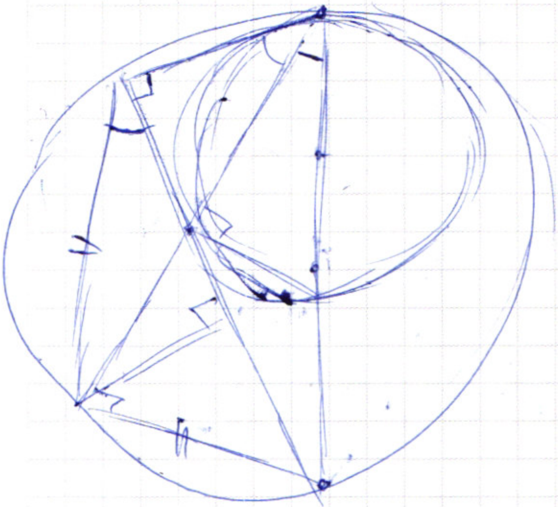
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)







$x \geq \frac{1}{2}$

$3x-1$

$\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

$2 \to 5^{0}$

$x \leq \frac{1}{2}$

$x - 2x + 1 = 1 - x$

$9x^2 = x^2 + 16$

$8x^2 = 16$

$x = \sqrt{2}$

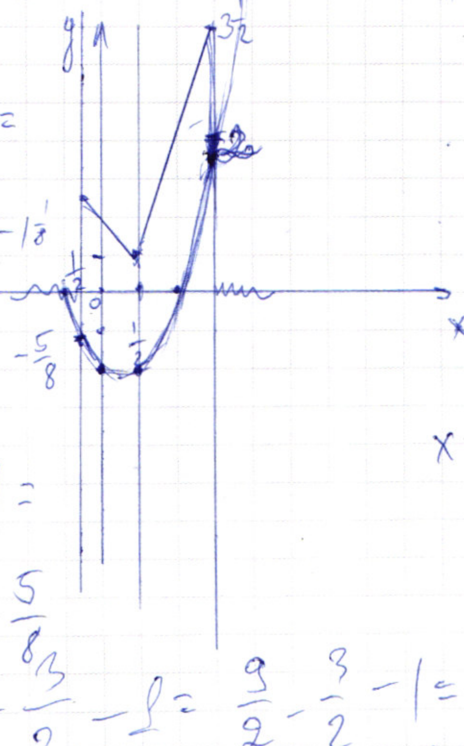
$2R = \frac{4}{\sin}$

$3\sqrt{2} = \frac{4}{\sin}$ $\quad \sin = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$

$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x-1| \to$

$2\frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 =$

$= \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -1\frac{1}{8}$



$2x^2 - x - 1 = 2x^2 - 2x + x - 1 =$

$= 2x(x-1) + (x-1) =$

$= (2x+1)(x-1)$

$2x^2 - x - 1$ $\quad -\frac{b}{2a} = +\frac{1}{4}$

x	0	1	2
y	−1	0	5

$8 - 2 - 1 = 5$

$x + |2x-1|$

$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 =$

$= \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{8}$

$\frac{1}{2} \to 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 1$

$2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} - 1 = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 =$

$= 3 - 1 = 2$

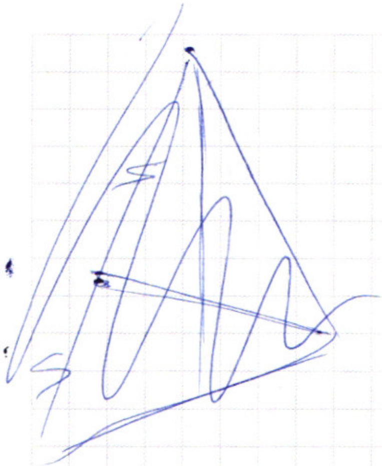
$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{+1}{4}$

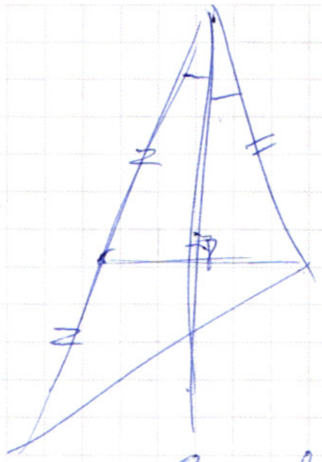
☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № X

(Нумеровать только чистовики)





a, b, c

~~a = d b b + d~~

~~d x a a + x~~

$(b-d)x^2 \quad a \quad ka \quad k^2a$

$6-4-3+2=1$

$ax^2 + 2kax + k^2a = 0$

$a(x^2 + 2kx + x^2) = 0$

$a(x+k)^2 = 0$

$\to a = 0$

$\to x = -k$

$c = -1$

$x = 0 \quad y = 1$

$1 = 4 - 1 + 2$

$2a^2 + b^2 = 3$

$b = 4a \quad b^2 = 16a^2$

$18a^2 = 3 \quad a^2 = \frac{1}{6} \quad a = \pm\sqrt{\frac{1}{6}} \quad a = \frac{b}{4} = \sqrt{\frac{b^2}{16}}$

$a = \frac{b}{4} \quad b^2 + \frac{1}{8}b^2 = 3 \quad b^2 = \frac{8}{3} \quad b = \pm\sqrt{\frac{8}{3}}$

$-\frac{1}{\sqrt{6}}$

☑ черновик ☒ чистовик Страница №
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

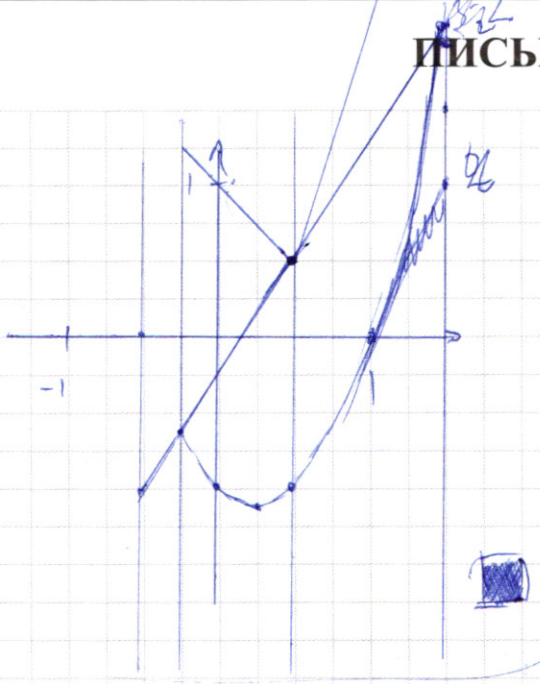
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$f(ab) = f(a)+f(b)$

$f(p) = [p/2] = (p-1)/2$

простое

$f(2)=1$

$f(3)=1$

$f(5)=2$

$f(x)+f(\frac{1}{y}) < 0$

$f(4) = f(2)+f(2) = 2$

$f(1)=2f(1) \to f(1)=0$

$f(\frac{1}{4}) = 2f(\frac{1}{2})$

$f(\frac{1}{8}) = f(\frac{1}{2})+f(\frac{1}{4}) = 3f(\frac{1}{2})$

$f(3)+f(\frac{1}{3}) = 0$

$f(\frac{1}{3}) < 0 = -f(3)$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)