МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть q – знаменатель прогрессии, тогда $b=qa$, $c=q^2a$. Тогда $ax^2+2bx+c=ax^2+2qax+q^2a=$
$=a\cdot(x+q)^2$

Это выражение обращается в ноль когда $a=0$ или $x=-q$.

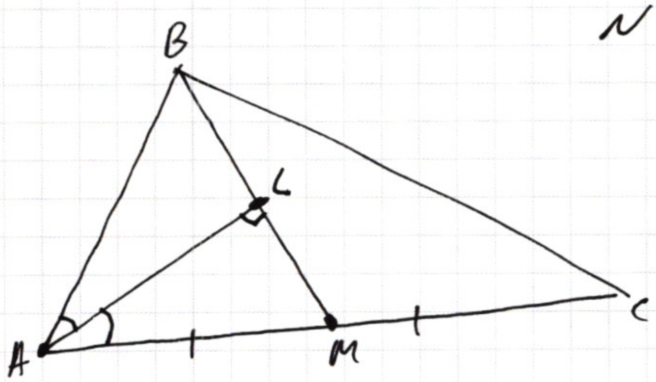
Если $a=0$, то $c=0$.

Если $a\neq0$, то $q^3\cdot a=-q$

$q^2a=-1=c$ (если $q=0$, то $c=0$)

Ответ: $c=0$ или $c=-1$.

№2



Если биссектриса перпендикулярна медиане, то AL – бисс. и высота в $\triangle ABM$, поэтому $2AB=AC$. И наоборот, если $AC=2AB$, то медиана $BM\perp$ бисс. AL, т.к. $\triangle ABM$ - равнобед, а AL – бисс.. Поэтому нам достаточно посчитать ~~кол~~ кол-во треугольников, у которых одна сторона в 2 раза больше другой (пусть он имеет стороны $a, 2a$ и b) и периметр 1200 ($a,b\in\mathbb{Z}$). ~~2a+b>2a~~ $a+b>2a \Leftrightarrow b>a$

$3a+b=1200.$ $\qquad 3a>b.$

$6a>3a+b=1200\Leftrightarrow a>200 \qquad 4a<3a+b=1200\Leftrightarrow a<300.$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №1
(Нумеровать только чистовики)

№ 2 (продолжение)

Значит нам надо посчитать кол-во целых чисел a, таких что: $200 < a < 300$.

Их 99.

Ответ: 99.

№ 3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2-2(x-1)=\sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$$

Пусть $u=x-1$ $v=y-2$, тогда $uv\geq 0$:

$$\begin{cases} v-2u=\sqrt{vu} \\ 2u^2+v^2=3 \end{cases}$$

Возьмём $v-2u=\sqrt{vu}$:

~~$v^2+4u^2-4vu=vu$~~

~~$v-\sqrt{u}\cdot\sqrt{v}-2u=0$~~

~~Решим относительно $\sqrt{v}$~~

$v-\sqrt{u}\cdot\sqrt{v}-2u=0$

Если $v\geq 0$:

решим относ. $\sqrt{v}$:

$D=u+8u=9u$

$$\sqrt{v}=\frac{\sqrt{u}\pm 3\sqrt{u}}{2}$$

$\sqrt{v}=-\sqrt{u}$ $\sqrt{v}=2\sqrt{u}$

Если $v<0$:

решим относ. $\sqrt{-v}$

$-(\sqrt{-v})^2-\sqrt{-u}\cdot\sqrt{v}-2u=0$

$D=-u-8u=-9u$

$$\sqrt{-v}=\frac{\sqrt{-u}\pm 3\sqrt{-u}}{2}$$

$\sqrt{-v}=-\sqrt{-u}$ $\sqrt{-v}=2\sqrt{-u}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

Значит либо $v=u=0$, либо ~~[illegible]~~ $v=4u$.

Если $v=4u$:

подставим в $2u^2+v^2=3$:

$2u^2+16u^2=3$

$u^2=\frac{1}{6}$

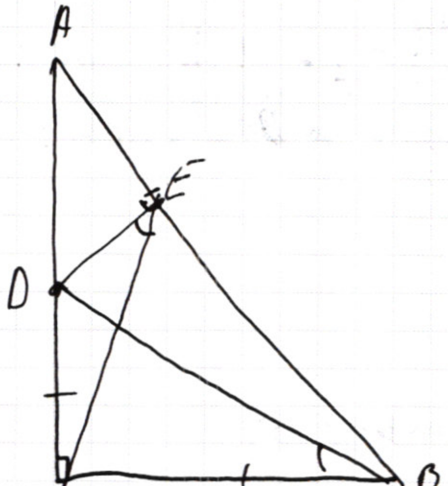
$u=\pm\frac{1}{6}$ $v=\pm\frac{2}{3}$

Значит $x-1=\frac{1}{6}$ и $y-2=\frac{2}{3}$ или $x-1=-\frac{1}{6}$ и $y-2=-\frac{2}{3}$

$x=\frac{7}{6}$ и $y=\frac{8}{3}$ или $x=\frac{5}{6}$ и $y=\frac{4}{3}$.

Ответ: $(x=\frac{7}{6}; y=\frac{8}{3})$ или $(x=\frac{5}{6}; y=\frac{4}{3})$

№4



Т.к. $\angle DEB + \angle DCB = 90° + 90° = 180°$, значит $DCBE$ - вписс., поэтому $\angle DBC = \angle DEC = 45°$, значит прямоуг. тр. DCB - равноб., поэтому $DC=BC$. Из подобия $\triangle DAE \sim \triangle BAC$ (т.к. CDE - вписс.) $\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$ ⇒

$tg\angle BAC = \frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC} = \frac{DC}{AC} = \frac{2}{5}$

№ 4 (продолжение).

$\cos\angle BAC = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\angle BAC}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{4}{25}}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$AE = AD \cdot \cos\angle BAC = \frac{3}{5}\sqrt{29} \cdot \frac{5}{\sqrt{29}} = 3$

по т. Пифагора $\triangle DAE$: $DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = 2\sqrt{5}$

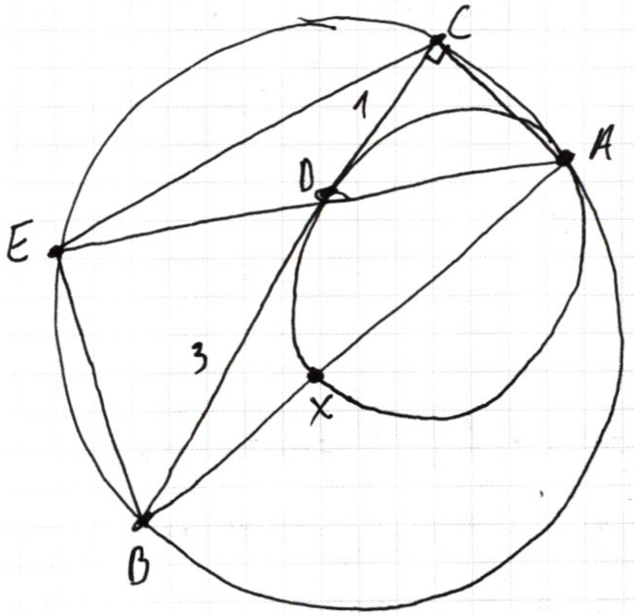
Высота, выпущенная из вершины E пр. тр. DAE равна $\frac{DE \cdot AE}{AD} = \frac{2\sqrt{5}\cdot 3}{\frac{3}{5}\sqrt{29}} = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{29}}$ (метрические соотношения)

Значит площадь $\triangle CED$ равна $\frac{1}{2}\cdot\frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{29}}\cdot\frac{2}{5}\sqrt{29} =$

$= 2\sqrt{5}$

Ответ: а.) $\frac{2}{5}$ б.) $2\sqrt{5}$.

№ 5



По лемме Архимеда E – середина дуги BC окружности Ω, поэтому AD – биссектриса $\angle BAC$, поэтому $\frac{BA}{AC} = \frac{3}{1}$. $\left(\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}\right)$

По т. Пифагора $\triangle BAC$:

$AB^2 = 16 + AC^2$

$8AC^2 = 16$

$AC = \sqrt{2}$.

$R = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}AC = \frac{3}{\sqrt{2}}$ (R – радиус Ω, r – радиус ω).

Пусть AB вторично пересекает ω в т. X, тогда AX – диаметр ω. Запишем степень точки B относ. ω: $BD^2 = AB\cdot(AB - 2r)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение)

Откуда $r = \frac{1}{2}\left(AB - \frac{BD^2}{AB}\right) = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{9}{2\cdot 3\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

Из т. Пифагора $\triangle DCA$: $AD = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{1+2})$

$AD \cdot DE = BD \cdot DC$ (степень точки отн. Ω)

$DE = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

$\sin \angle ADC = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$AE = 2\sqrt{3}$ $BC = 4$

$S_{ABEC} = \frac{1}{2} AE \cdot BC \cdot \sin \angle ADC = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = 4\sqrt{2}$.

Ответ: $R = \frac{3}{\sqrt{2}}$, $r = \frac{3}{2\sqrt{2}}$, $S_{ABEC} = 4\sqrt{2}$.

№6

Построим параболу $2x^2 - x - 1$ и график ф-ции $x + |2x-1|$ (если $x \geq \frac{1}{2}$, то это $3x-1$, иначе $-x+1$)
Нам надо найти все прямые, которые на отрезке $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ лежат выше параболы, но ниже ф-ции $x+|2x-1|$. В $x = -\frac{1}{4}$ парабола принимает значение $-\frac{5}{8}$ (т. $A(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8})$), а в ~~т~~ $x = \frac{3}{2}$ она принимает значение 2 (т. $C(\frac{3}{2}; 2)$). Вершина „галочки" $x + |2x-1|$ находится в т. $B(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№6 (продолжение)

Причём искомая прямая не может пересекать прямую $x=-\frac{1}{4}$ ниже чем $-\frac{5}{8}$ (по оси y), ~~[illegible]~~ а прямую $x=\frac{3}{2}$ ниже чем 2 (по оси y). Также она не может пересекать прямую $x=\frac{1}{2}$ ~~ниже~~ выше $\frac{1}{2}$ (по оси y).

Заметим, что т. A, B, C лежат на одной прямой (угол наклона AB равен $\frac{\frac{1}{2}+\frac{5}{8}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}=\frac{3}{2}$, а угол наклона BC равен $\frac{2-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}$), поэтому нам подходит только прямая A, B, C. (если наша прямая содержит точки выше чем A или C (на прямых $x=-\frac{1}{4}$ или $x=\frac{3}{2}$ соотв.), то она пересечёт прямую $x=\frac{1}{2}$ выше т. B) (макс. угол наклона AB равен $\frac{3}{2}$, а минимальный угол наклона BC равен $\frac{3}{2}$)

~~От~~ Значит $a=\frac{3}{2}$, а $b=-\frac{1}{4}$.

Ответ: $a=\frac{3}{2}$; $b=-\frac{1}{4}$.

№7.

$f(\frac{x}{y}\cdot y)=f(\frac{x}{y})+f(y)$ $f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$

Значит нам надо найти все пары (x,y) такие что $f(x)<f(y)$. ~~Пусть~~ $f(1\cdot a)=f(a)+f(1) \Leftrightarrow f(1)=0$.

Посчитаем все $f(x)$, где $1\le x\le 21$, $x\in \mathbb{Z}$:

$f(1)=0$
$f(2)=1$
$f(3)=1$
$f(4)=2$
$f(5)=2$
$f(6)=2$
$f(7)=3$
$f(8)=3$
$f(9)=2$
$f(10)=3$
$f(11)=5$

$f(12)=3$
$f(13)=6$
$f(14)=4$
$f(15)=3$
$f(16)=4$
$f(17)=8$
$f(18)=3$
$f(19)=\cancel{8}9$
$f(20)=4$
$f(21)=4$

Значение $f(x)$	Кол-во чисел
0	1
1	2
2	4
3	6
4	4
5	1
6	1
7	0
8	1
9	1

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7 (продолжение)

И теперь посчитаем кол-во таких пар:

$1\cdot 20+2\cdot 18+4\cdot 14+6\cdot 8+4\cdot 4+3+2+1+0=$

$=192$

Ответ: 192 пары.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №7
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{1+3}{4}=1 \quad -\frac{1}{2}$ $\quad 1+4\cdot 2 = 9$

$2x^2 - x + \frac{1}{8} - \frac{9}{8}$

$(\sqrt{2}x - \frac{1}{2\sqrt{2}})^2$

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x-1|$

$2\cdot(x-1)(x+\frac{1}{2})$ $\quad \frac{1}{4}$

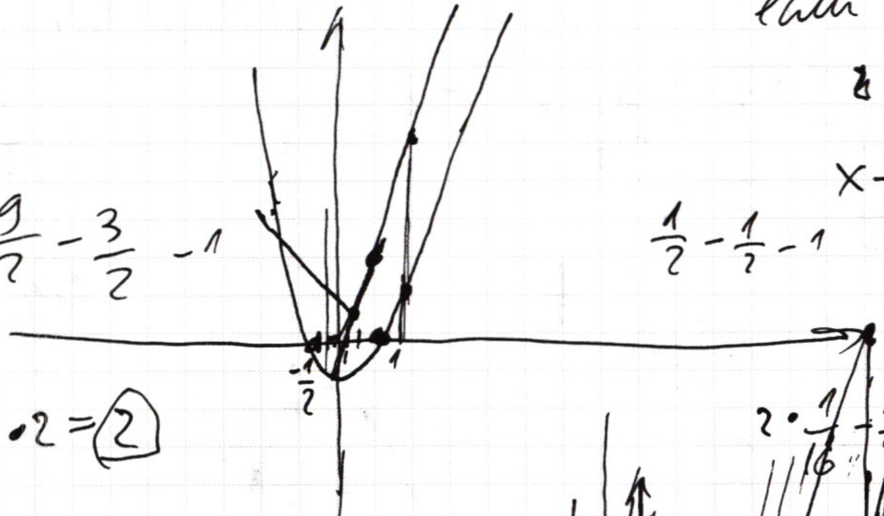
если $x \geq \frac{1}{2}$

$3x - 1$

$x - 2x + 1$

$1 - x$

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1$ $\quad \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1$



$-\frac{1}{8} - 1 = -\frac{9}{8}$

$2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2 = 2$

$2\cdot\frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1$ $\quad 2-2$

$\frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1$

$-\frac{7}{8}$

$\frac{1}{6}\cancel{x} + b = 0$

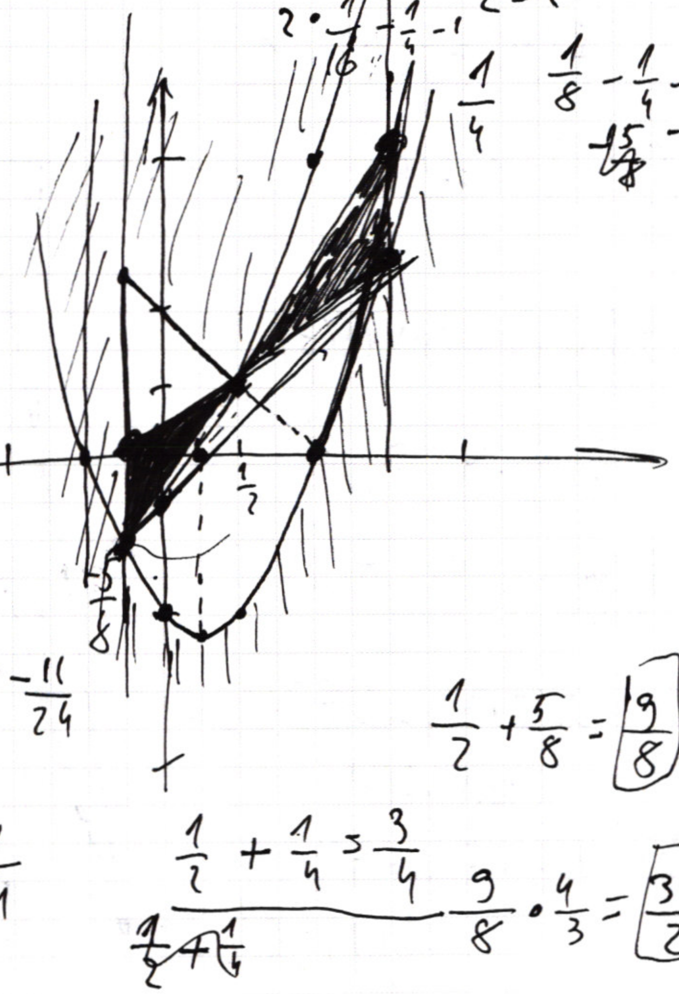
$-\frac{3}{8} + b = -\frac{5}{8}$

$b = \cancel{1} - \frac{1}{4}$

$-\frac{1}{6} + b = -\frac{5}{8}$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 =$ $\quad b = -\frac{5}{8} + \frac{1}{6} =$

$= \frac{3}{8} - 1 = -\frac{5}{8}$ $\quad = \frac{4-15}{24} = -\frac{11}{24}$



$\frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \boxed{\frac{9}{8}}$

$\frac{2}{3}x - \cancel{\frac{11}{24}} + \frac{1}{6}$ $\quad \frac{1}{2}$ $\boxed{\frac{2}{3}}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{3}{2}x - \cancel{1} - \frac{1}{4}$

$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4} = \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$ $\quad \frac{9}{8}\cdot\frac{4}{3} = \boxed{\frac{3}{2}}$

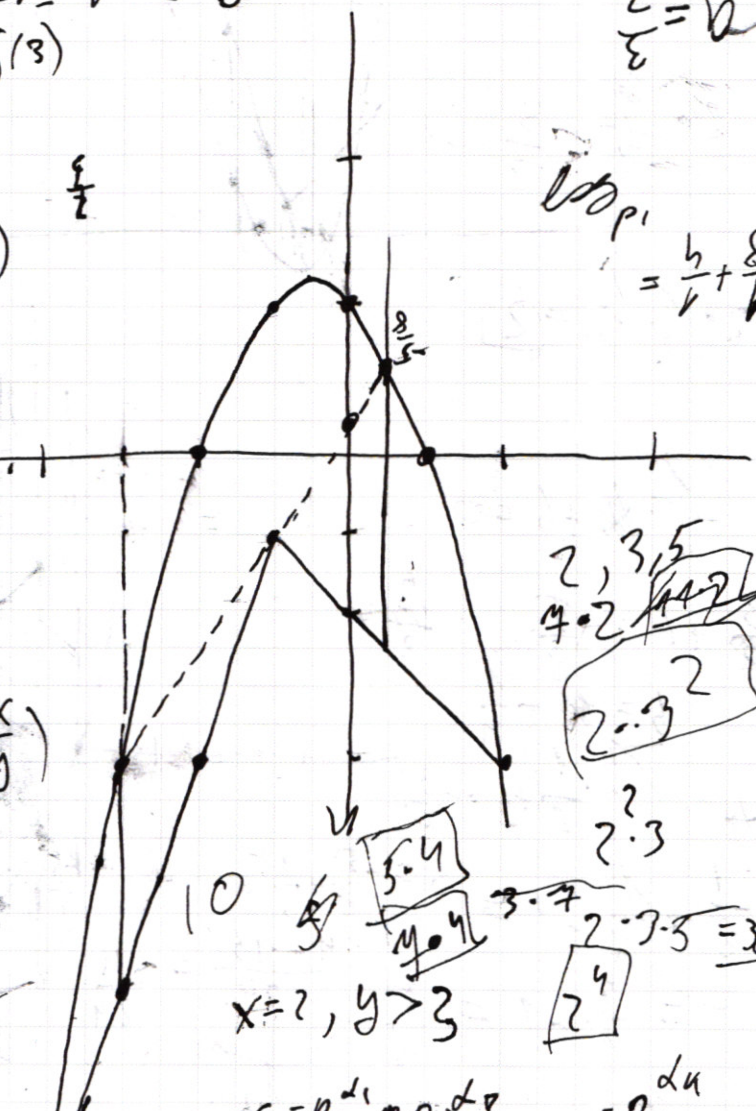
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$f(1)=0$
$f(2)=1$
$f(3)=1$ $1+\dots\dots$
$f(4)=2$
$f(5)=2$
$f(ab)=f(a)+f(b)$
$f(p)=[\frac{p}{2}]$
$1\le x\le 21$
$1\le y\le 21$
$\cancel{2}$ $\boxed{3}$
$f(8)=3$ $f(10)=3$
$f(6)=2$ $f(9)=2$ $f(11)=5$ $f(\frac{x}{y})<0$
$f(7)=3$ $f(12)=3$
$f(13)=6$
$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})$

$f(2)=1$ $9=3^2$
$f(2\cdot 1)=f(2)+f(1)$
$f(1)=0$ $f(3)$

$f(\frac{p}{2}\cdot 2)=f(\frac{p}{2})+f(2)$
$f(p)=f(\frac{p}{2})+1$
$[\frac{p}{2}]-1=f(\frac{p}{2})$



$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})$
$f(\frac{x}{y}\cdot y)=f(y)+f(\frac{x}{y})$
$f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$
~~$f(a\cdot p)=[\frac{p}{2}]+f(a)$~~
$f(a)-f(b)$
$f(\frac{x}{y})=-f(\frac{y}{x})$ $f(x)\le f(y)$
$f(p)=[\frac{p}{2}]$

2, 3, 5
$7\cdot 2$ ~~$11\cdot 2$~~
$\boxed{2\cdot 3^2}$
$2^2\cdot 3$
10 $\boxed{5\cdot 4}$ $\boxed{7\cdot 4}$ $3\cdot 7$
$2\cdot 3\cdot 5=30$
$\boxed{2^4}$
$x=2,\ y>3$
$a=p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\dots\cdot p_k^{\alpha_k}$
~~$f(a)=f(p)+f(\frac{a}{p})$~~
$f(a)=\alpha_1[\frac{p_1}{2}]+\alpha_2[\frac{p_2}{2}]+\dots$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть a - первый член прогрессии, а q - её знаменатель.

☑ черновик ~~☐ чистовик~~ ~~Страница №1~~

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$y-2x=\sqrt{xy-2\cancel{x}-y+2}$ $\quad y-2x=\sqrt{(x\cancel{+}1)(y\cancel{+}2)}$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$ $\quad (x-1)(y-2)=xy-2x-y+2$

$2(x^2-2x+1)\cdot$ $\quad y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)}$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$ $\quad x\geq 1 \quad y\geq 2$

$\boxed{y-2-2\cdot(x-1)=y-2x}$

$2u^2+v^2=3$

$u-2v=\sqrt{uv}$

$u^2+v^2-2uv=uv$ $\quad u^2-4vu+v^2=uv$

$u^2+v^2-3uv=0$

$3-\cancel{2}u^2-3uv=0$

$u=x-1 \quad v=y-2$

$$\begin{cases} 2u^2+v^2=3 \\ v-2u=\sqrt{vu} \end{cases}$$

$v-\sqrt{u}\sqrt{v}-2u=0$

$u^2+8u=9u$

$\frac{\sqrt{u}\pm 3\sqrt{u}}{2}$

$2u^2+v^2=3$

$v^2+4u^2-4vu=vu$

$3+2u^2-4vu=vu$

$3+2u^2-5vu=0$

$\sqrt{v}=-\sqrt{u} \quad \sqrt{v}=2\sqrt{u}$

$v=0 \quad v=4u,\ v,u\geq 0.$

$2u^2+16u^2=3$

$18u^2=3$

$6u^2=1$

$u=\frac{1}{\sqrt{6}}$, т.к. $u\geq 0$

$v=\frac{4}{\sqrt{6}}$

$\frac{8}{3}-\frac{4}{3}=\sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a\ b\ c \qquad b=qa \quad c=q^2a$

$ax^2+2bx+c=0$

$ax^2+2qax+q^2a=0$

$x^2+2qx+q^2=0$

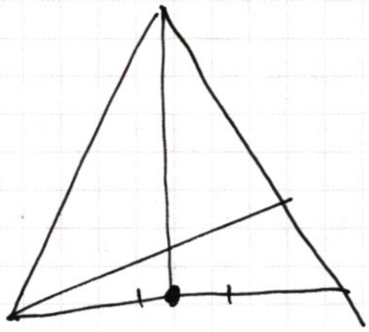
$(x+q)^2=0$

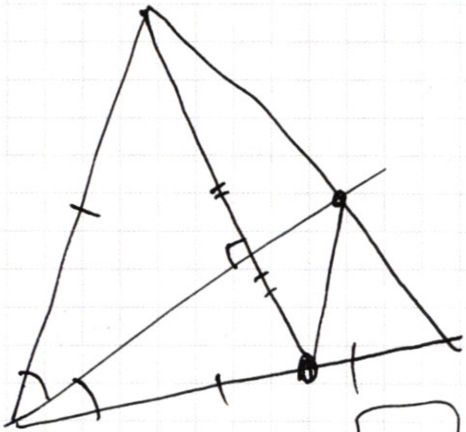
$x=-q$

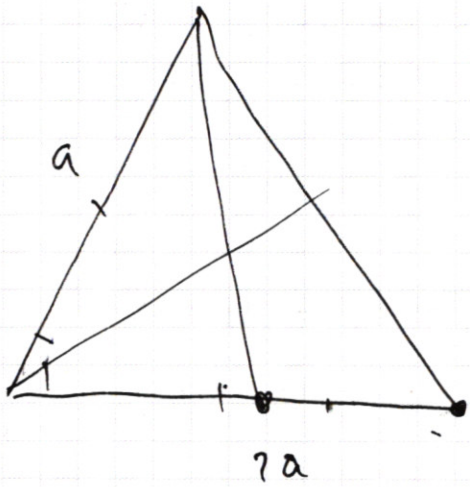
$q^3\cdot a=-q$

$q^2\cdot a=-1$

$\underline{-1}$ или 0.







$\boxed{99}$

$\underline{3a+b=1200}$ $\qquad 300>a>200$

$\overset{a+b}{\boxed{3a>b>a}}$

$\cancel{a+b>2a}$

$6a<1200$

$a<200$

$4a>1200$

$4a<1200$

$6a>3a+b=1200$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{1}{2}\left(\frac{3\sqrt{2}}{\cancel{\ }} - \frac{9}{3\sqrt{2}}\right) =$

$= \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{9}{6\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{2\sqrt{2}}$

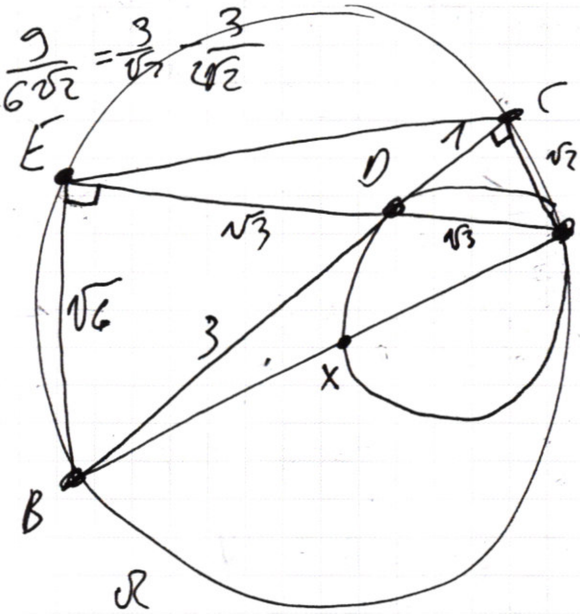
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 4 \cdot \cancel{2}\sqrt{3} =$
$= \boxed{4\sqrt{2}}$

$9 - 3 = 6$

$\sqrt{6}$

$DE = \sqrt{3}$



$DE \cdot DA = BD \cdot DC$

$AD = \sqrt{3}$

$AC = \sqrt{2}$

$1 + 2 = 3$

$BD^2 = BX \cdot BA$

$\frac{BD}{DE} = \frac{EC}{AB}$

$\frac{AB}{AC} = 3$

$AB^2 = 16 + AC^2$

$3\sqrt{2}$
$9 \cdot 2 =$
$= 18$
9

$\frac{BE}{AC} = \frac{DE}{DC}$

$9AC^2 = 16 + AC^2$

$8AC^2 = 16$

$\frac{BD}{DE} \cdot \frac{BE}{AC} = \frac{\cancel{EC}}{AB} \cdot \frac{DE}{DC}$

$AC = \sqrt{2}$

$AB = 3\sqrt{2}$

$R = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$AB \cdot (AB - 2r) = 9$

$\cancel{3}\ \cancel{9}\ 18 - 6\sqrt{2} \cdot r = 9$

$9 = 6\sqrt{2}r$

$\frac{3}{2\sqrt{2}} = r$

$R = 2r = \frac{3}{\sqrt{2}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

☑ черновик ☐ чистовик

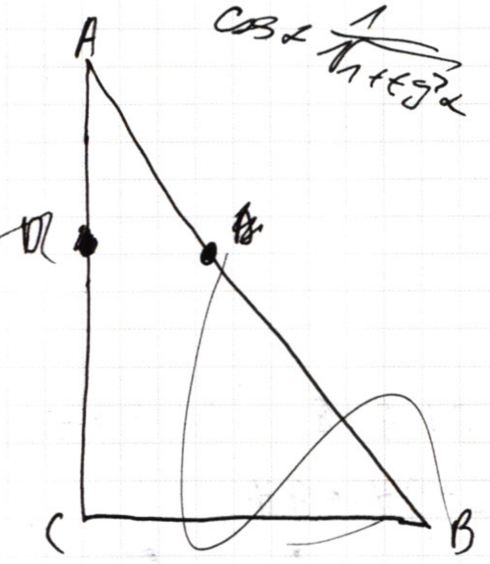
(Поставьте галочку в нужном поле)

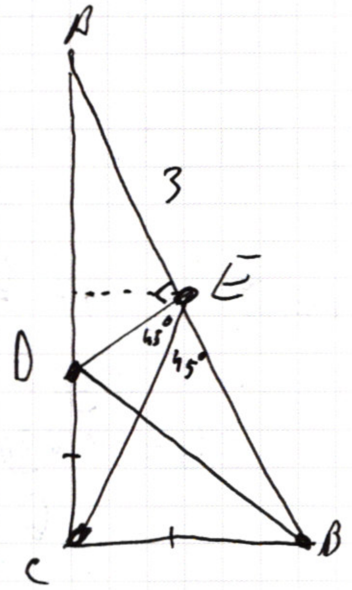
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = tg^2\alpha$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$





~~AD·AC=~~

$AC = \sqrt{29}$

$\frac{DE}{AE}$

$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

$\frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC} = \frac{CD}{AC} = \frac{2}{5}$

$AD = \frac{3}{5} \cdot AC = \frac{3}{5}\sqrt{29}$

$\frac{4}{25} = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1$

~~AE=~~ $AE = 3$

$DE = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\frac{29}{25} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$h = \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{29}}$

$CD = \frac{2}{5} AC = \frac{2}{5}\sqrt{29}$

$\frac{1}{2} h \cdot CD = \frac{1}{\cancel{2}} \frac{6\sqrt{5}}{\cancel{\sqrt{29}}} \frac{\cancel{2}}{5} \cancel{\sqrt{29}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

20
2·18
4·14
6·4
3·8

$10 + 36 + 56 + 48 + 16 + 5 =$

$= 68 + 31 + 32 = 123 + 68 = 191$

0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	4	6	4	1	1	0	1

f(1)=0
f(2)=1
f(3)=1
f(4)=2
f(5)=2
f(6)=2
f(7)=3
f(8)=3
f(9)=2
f(10)=3
f(11)=3
f(12)=3
f(13)=4
f(14)=4
f(15)=3
f(16)=4
f(17)=3
f(18)=4
f(19)=4
f(20)=4
f(21)=4

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

20
36
56
48
16
6

$26+36+56+48+16=$

$=42+48+36+56=$

$=90+92=192$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)