МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Пусть q - частное геометрической прогрессии, тогда:

$b=aq$

$c=aq^2$

$ax^2+2bx+c=0$

$D=(2b)^2-4ac=4a^2q^2-4a^2q^2=0$

$x=\frac{-2b}{2a}=-\frac{b}{a}=-\frac{aq}{a}=-q$

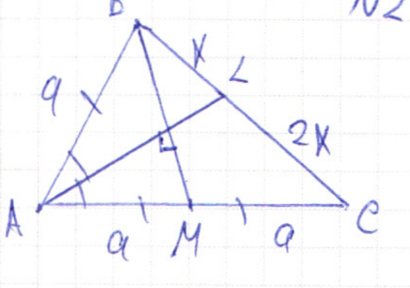
$a_4=aq^3=-q$

$c\cdot q=-q$

$c=-1$

Ответ: -1.

N2



$!\triangle ABM$ - бис-са является высотой $\Rightarrow$ $\triangle ABM$ - р/б (по признаку)

$AB=a=AM=MC$

$!\triangle ABC$ AL - бис-са $\Rightarrow \frac{BL}{LC}=\frac{AB}{AC}=\frac{1}{2}$

$BL=x$ $LC=2x$

$P=3a+3x=1200$ $a+x=400$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

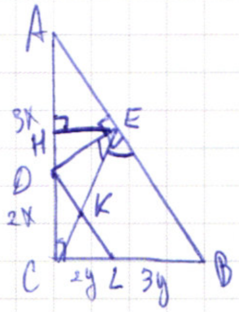
$$\begin{cases} a+2a>3x \\ a+3x>2a \\ 2a+3x>a \end{cases}$$ (Нер-во $\triangle ABC$) $\Rightarrow \begin{cases} a>x \\ 3x>a \\ a+3x>0 \end{cases} \Rightarrow$ $a\in[201;300)$, $x\in[100;199]$

$\Downarrow$

треугольников 99

Ответ: 99.

N9



Дано:

$\triangle ABC$ $\angle C=90^\circ$

$AD:AC=3:5$

$DE\perp AB$

$\angle CED=45^\circ$

$AB=\sqrt{29}$

Найти:

$tg\angle CAB$ - ?

$S_{\triangle CED}$ - ?

Решение:

Д-п - $DK \parallel AB \Rightarrow \angle KDE+\angle DEB=180^\circ$

$\Downarrow$

$\angle KDE=90^\circ$

По Th Фалеса $\Rightarrow \dfrac{AD}{AC}=\dfrac{CL}{CB}=\dfrac{3}{5}$

! $\triangle ABC$

По Th Пифагора:

$AC^2+CB^2=AB^2$

$25x^2+25y^2=AB^2 \Rightarrow AB=5\sqrt{x^2+y^2}$

$tg\angle BAC=\dfrac{DE}{AE}=\dfrac{CB}{AC}$

! $\triangle ADE$ и $\triangle ABC$

$\angle A$ - общ.

$\angle DEA=\angle ACB=90^\circ$ $\Rightarrow$ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (по 2 равн. $\angle\angle$)

$\Downarrow$

$\dfrac{3x}{5\sqrt{x^2+y^2}}=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{DE}{CB}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~! △CAE~~ ! △DKE - прямоуг.
$\angle DEK = 45^\circ$ $\Rightarrow$ △DKE - р/б
$\Downarrow$
$DE = DK$

! △CAE
$DK \parallel AE \Rightarrow \angle CDK = \angle CAE$
$\angle C$ - общ. $\Rightarrow \triangle CDK \sim \triangle CAE$

$k = \frac{CD}{AC} = \frac{2}{5}$
$\Downarrow$
$\frac{DK}{AE} = \frac{2}{5} = \frac{DE}{AE} = tg \angle BAC$

~~Ответ: $\frac{2}{5}$~~

~~$AB = \sqrt{(5x)^2+(5y)^2}$~~ $=$

$\frac{CB}{AC} = \frac{2}{5} = \frac{5y}{5x} = \frac{y}{x}$

$5x = \sqrt{29}$
$x = \frac{\sqrt{29}}{5} \Rightarrow y = \frac{2\sqrt{29}}{25}$ $5y = \frac{2\sqrt{29}}{25}$

$AB = \sqrt{29 + \frac{4\cdot 29}{25}} = \sqrt{\frac{29\cdot 25 + 4\cdot 29}{25}} = \sqrt{\frac{29\cdot 29}{25}} = \frac{29}{5}$

$DE = \frac{AD \cdot CB}{AB} = \frac{\frac{3\sqrt{29}}{5}\cdot\frac{2\sqrt{29}}{5}}{\frac{29}{5}} = \frac{6\cdot 5}{25} = \frac{6}{5}$

$\frac{DE}{AE} = \frac{2}{5} \Rightarrow AE = \frac{5}{2}DE = 3$

Д.п. EH: $EH \perp AC \Rightarrow HE \parallel CB$! △AHE и △ACB
$\Downarrow$
$\angle AHE = \angle ACB = 90^\circ$ $\angle A$ - общ $\Rightarrow$
△AHE ~ △ACB $\Leftarrow$ $\angle AHE = \angle ACB$

$$\frac{AE}{AB}=\frac{HE}{CB}=\frac{3}{\frac{29}{5}}=\frac{15}{29}$$

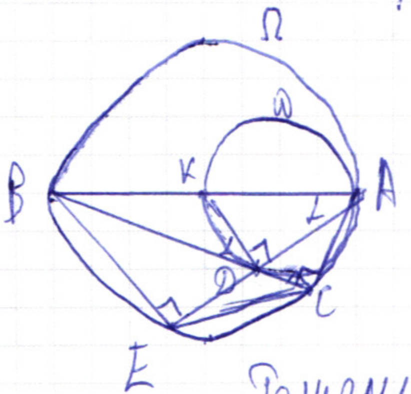
$$HE=\frac{CB\cdot 15}{29}=\frac{2\sqrt{29}\cdot 15}{5\cdot 29}=\frac{6\sqrt{29}}{29}$$

$\triangle CDE$

$$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}HE\cdot CD=\frac{1}{2}\cdot\frac{6\sqrt{29}}{29}\cdot\frac{2\sqrt{29}}{5}=\frac{6\cdot 29}{29\cdot 5}=\frac{6}{5}$$

Ответ: $\frac{6}{5}$ (1,2)

N5



Дано:

Ω и ω – окр. с радиусами R и r.

AB – диаметр Ω

AK – диаметр ω

BC – кас. к ω $BD=3$

$AE \cap \Omega = E$ $CD=1$

Найти:

R – ?

r – ?

S_{BACE} – ?

Решение:

Пусть $\angle = \angle BAE$

$\angle BDK = \angle$ (∠ между хордой и касат.)

$\angle KDA = \angle BEA = \angle BCA = 90°$ (т.к. ~~СА~~ эти ∠ опир. на диаметры.)

Примечание: AK – диаметр т.к. $K \in AB$, т.к. точка касания окр. лежит на линии центров окр.

$\angle CDA = 90° - \angle \Rightarrow \angle DAC = \angle \Rightarrow AD$ – бис-са $\triangle BAC$

$\Downarrow$

$AB = 3AC \Leftarrow \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}=3$

По т. Пифагора в $\triangle BAC$:

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(3AC)^2 = AC^2 + 16$

$9AC^2 = AC^2 + 16$

$8AC^2 = 16$

$AC = \sqrt{2} \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$

$R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

! $\triangle CDA$ по Т. Пифагора

$AD = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$

$BD \cdot DC = AD \cdot ED$ ~~(по Т. о произв.~~ (BC и AE - хорды и $BC \cap AE = D$)

$ED = \sqrt{3}$

$\sin\angle CDA = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \cos\angle$

$S_{BACE} = \frac{1}{2}\sin\angle CDA \cdot BC \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{2}$

! $\triangle DKA$ - прямоуг.

$\cos\angle = \frac{AD}{AK} \Rightarrow AK = \frac{AD}{\cos\angle} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

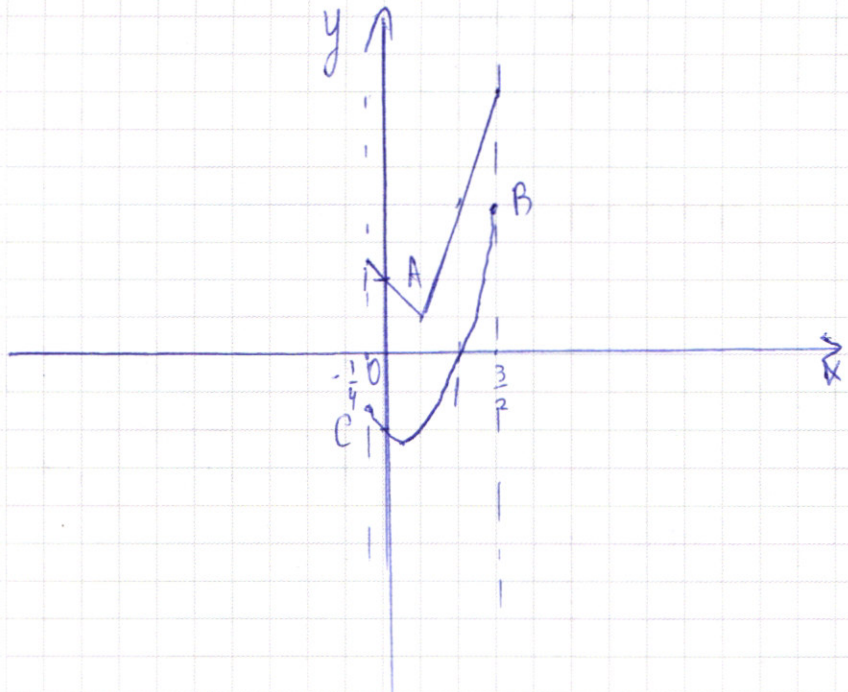
$r = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; $\frac{3\sqrt{2}}{4}$; $4\sqrt{2}$

N6

Рассмотрим $2x^2 - x - 1$ и $x + |2x - 1|$, как функции f и g.

Тогда ~~$ax+b$~~ $t(x)$ полностью лежит между $f(x)$ и $g(x)$



$f(x) = 2x^2 - x - 1$

x	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
y	$-\frac{5}{8}$	-1	$-\frac{9}{8}$	-1	0	2

$g(x) = x + |2x - 1|$

$$g(x) = \begin{cases} 3x - 1, & x \geq 0,5 \\ -x + 1, & x < 0,5 \end{cases}$$

~~a_{min}, b_{min}~~ Если взять прямую AC, то a будет max, a b_{min}, и если взять прямую AB, то a будет min, а b max.

$A(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$, $B(\frac{3}{2}; 2)$, $C(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8})$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} = \frac{a}{2} + b \\ 2 = \frac{3a}{2} + b \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{1}{2} = \frac{a}{2} + b \\ -\frac{5}{8} = -\frac{1}{4}a + b \end{cases}$$

$b = -\frac{1}{4}$ $\qquad$ $b = -\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}a - \frac{1}{4}$ $\quad a = \frac{3}{2}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} = \frac{a}{2} - \frac{1}{4}$ $\quad a = \frac{3}{2}$

Значит $a_{max} = a_{min}$ и $b_{max} = b_{min}$ $\Rightarrow a = \frac{3}{2}$ $\quad b = -\frac{1}{4}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$

N 7

$f(x) = f(1 \cdot x) = f(1) + f(x) \Rightarrow f(1) = 0$

Выпишем все $f(n)$, где $1 \leq n \leq 21$

$f(1) = 0$

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$f(4) = f(2) + f(2) = 2$

$f(5) = 2$

$f(6) = f(2) + f(3) = 2$

$f(7) = 3$

$f(8) = f(4) + f(2) = 3$

$f(9) = f(3) + f(3) = 2$

$f(10) = f(5) + f(2) = 3$

$f(11) = 5$

$f(12) = f(2) + f(6) = 3$

$f(13) = 6$

$f(14) = f(2) + f(7) = 4$

$f(15) = f(3) + f(5) = 3$

$f(16) = f(4) + f(4) = 4$

$f(17) = 8$

$f(18) = f(2) + f(9) = 3$

$f(19) = 9$

$f(20) = f(2) + f(10) = 4$

$f(21) = f(3) + f(7) = 4$

$f(n) \geq 0$, $1 \leq n \leq 21$

$f(1) = f(y) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

Пусть $\frac{x}{y}$ – несократима

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) + f(1) - f(y) = f(x) - f(y)$

Если $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$, то $f(x) < f(y)$

Рассмотрим какие значения и в каком кол-ве может принимать $f(y)$:

Выпишем парами: $(9;1);(8;1);(6;1);(5;1);(4;4);(3;6);(2;4);(1;2)$

Тогда кол-во пар $(x;y)$ равно кол-во чисел меньше первого в парах, которые

~~$9\cdot1+8\cdot1+6\cdot1+5\cdot1+4\cdot$~~

выписали умноженное на второе число из пары.

$20\cdot1+19\cdot1+18\cdot1+17\cdot1+13\cdot4+9\cdot6+3\cdot4+2\cdot1=$

$=20+19+18+17+52+54+12+2=39+20+29+106=$

$=68+20+106=88+106=194.$

Ответ: 194.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$a, b, c \quad b = aq \quad c = aq^2$

$ax^2 + 2bx + c = 0 \qquad D = b^2 - 4ac = a^2q^2 - 4a^2q^2 = -3a^2q^2$

$D = 4a^2q^2 - 4a^2q^2 = 0$

$\cancel{x_1 x_2 = \frac{c}{a}}$

$-3a^2q^2 \le 0$

$D \ge 0$

$\cancel{x_1 = aq^3} \quad \cancel{a^2q^3x_2 = c}$

$a^2q^2 = 0$

$\cancel{x =}$

$\left[\begin{array}{l} a = 0 \\ q = 0 \end{array}\right.$

$\Downarrow$

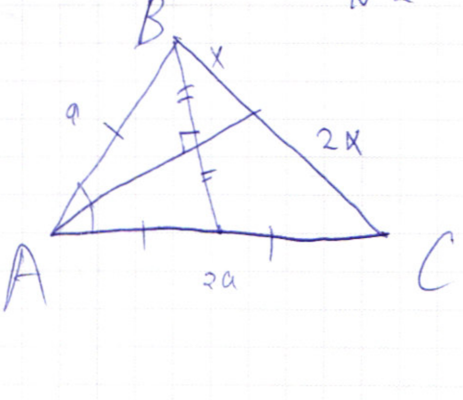
$c = 0$

$x = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} = -\frac{aq}{a} = -q$

$a \cdot q^2 \cdot q = -q$

$c = aq^2 = -1$

N2



$3a + 3x = 1200$

$a + x = 400$

$3a > 3x$

$a > x$

$3x + a > 2a$

$3x > a$

$2a + 3x > a$

$a + 3x > 0$

$a \in [201; 400)$

$a \in [201; 300)$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

N3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} & (1) \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $y \geq 2x$

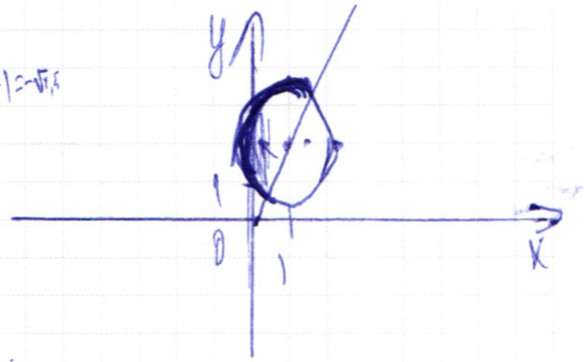
(2) $2(x^2-2x+1)+(y^2-4y+4)=3$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$x-1=\sqrt{1{,}5}$

$x=1+\sqrt{1{,}5}$

$x-1=-\sqrt{1{,}5}$

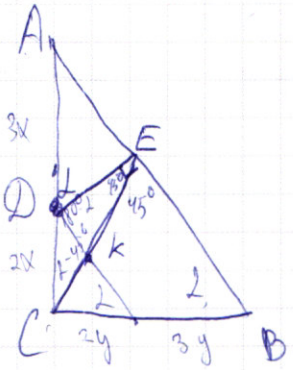


(1) $y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$y^2-5xy+4x^2=2-2x-y$

N4

а)



$90°-\angle+45°=135°-\angle$

$tg\,198-\angle$

$\cancel{\frac{DE}{AE}=\frac{CB}{AC}}$ $\frac{DE}{AE}=\frac{CB}{AC}$

$\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}$

$AB=5\sqrt{x^2+y^2}$

$\frac{DE}{CB}=\frac{3x}{5\sqrt{x^2+y^2}}$

$\frac{AE}{AC}=\frac{3x}{5\sqrt{x^2+y^2}}$

$DE=\frac{3xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$AE=\frac{15x^2}{5\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{3x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$\frac{DE}{AE}=\frac{y}{x}$

$DE=DK$

$!\triangle CAE$

$DK \parallel AE$

$\frac{CD}{CA}=\frac{2}{5}=\frac{DK}{AE}=\cancel{2}\ \frac{DE}{AE}=tg\angle BAC$

$\frac{DE}{AE}$

Ответ: $\frac{2}{5}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

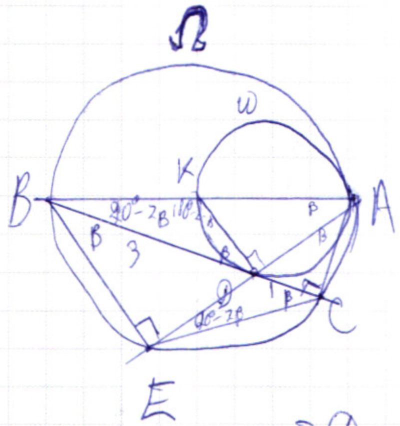
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) $AC = \sqrt{29} = 5x$

$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$\frac{y}{x} = \frac{2}{5} \Rightarrow \quad y = \frac{2x}{5} = \frac{2\sqrt{29}}{25}$

N 5



$ED \cdot AD = 3$ $\quad S = \frac{1}{2}\sin\angle BDE \cdot BC \cdot AE$

$90° - \beta = \angle + \beta$

$\angle = 90° - 2\beta$

$\frac{ED}{DC} = \frac{BD}{AD}$ $\quad \sin(90° - \beta) = \frac{EA}{AB} = \frac{BE}{3} = \frac{AC}{AD}$

$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{1}$ $\quad AB = 3AC$

$AC = x$

$AD \cdot BE = 3AC$

$\frac{BE}{AD} = AC$

$AB = 3x$

$9x^2 = x^2 + 16$

$8x^2 = 16$

$x^2 = 2$ $\quad AB = 3\sqrt{2}$

$x = \sqrt{2}$ $\quad R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$AD = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$

$ED = \sqrt{3}$

$S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 3 = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\cos\beta = \sqrt{\frac{2}{3}}$ $\quad AK = \frac{AD}{\cos\beta} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$r = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

N6

$f(x)=2x^2-x-1$

$D=1+8=9$ $\quad \frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1=-\frac{5}{8}$

$x=\frac{1\pm3}{4}$

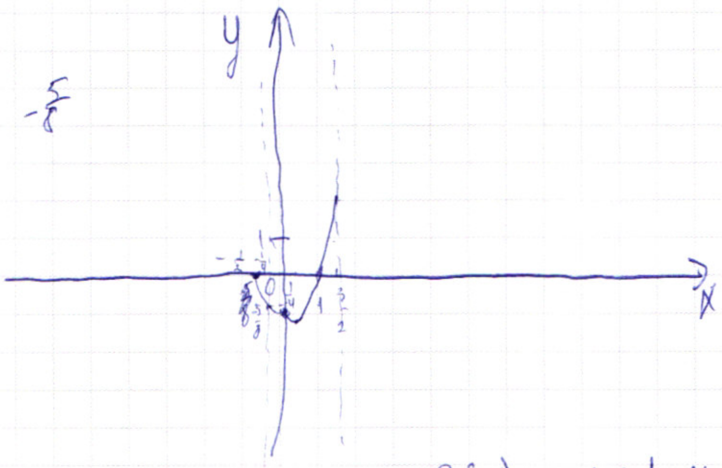
$x_1=-\frac{1}{2}$

$x_2=1$

$x_B=-\frac{b}{2a}=\frac{1}{4}$

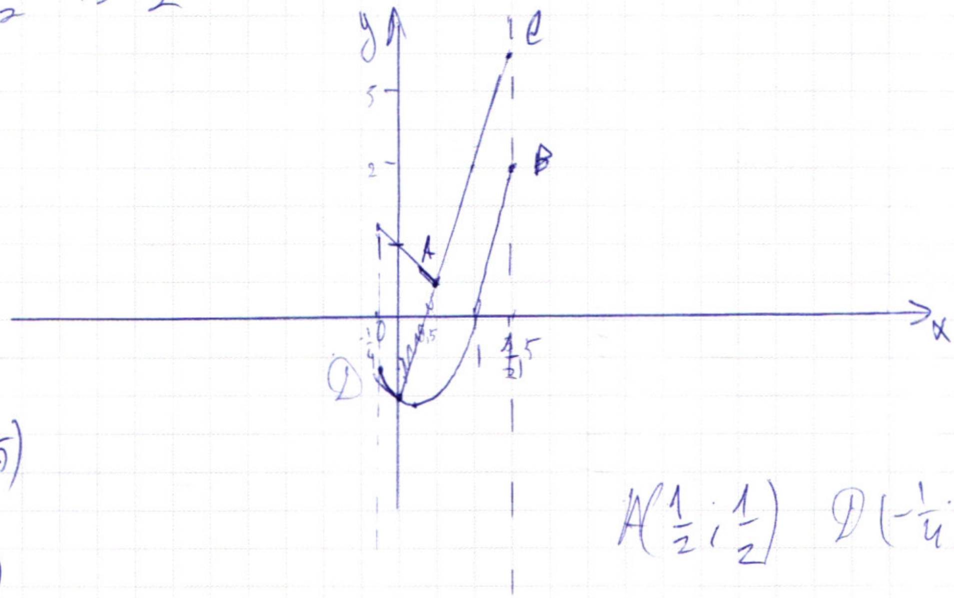
$y_B=\frac{1}{8}-\frac{1}{4}-1=-\frac{9}{8}$

$\frac{9}{2}-\frac{3}{2}-1=2$



$g(x)=x+|2x-1|$

$$g(x)=\begin{cases}3x-1, & x\geqslant 0{,}5\\ -x+1, & x<0{,}5\end{cases}$$



$A(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

$B(\frac{3}{2};2)$

$y=ax+b$

$$\begin{cases}\frac{1}{2}=\frac{a}{2}+b\\ 2=\frac{3a}{2}+b\end{cases}$$

$\frac{1}{2}=-2b$

$b=-\frac{1}{4}$

$a: \frac{1}{2}=\frac{a}{2}-\frac{1}{4}$

$a=\frac{3}{2}$

$A(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ $\quad D(-\frac{1}{4};-\frac{5}{8})$

~~$a\in[\frac{3}{2};3]$~~

~~$b\in[-1;-\frac{1}{4}]$~~

$$\begin{cases}1=a+2b\\ -\frac{5}{2}=-a+4b\end{cases}$$

$-1{,}5=6b$

$b=\frac{-\frac{3}{2}}{6}$

$b=-\frac{1}{4}$

$a=\frac{3}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$f(y) = \{9; 8; 6; 5; 4; 3; 2; 1\}$

1 1 1 1 4 6 4 2

9 :

8

9 : 20

8 : 19

6 : 18

5 : 17

4 : $13 \cdot 4 = 52$

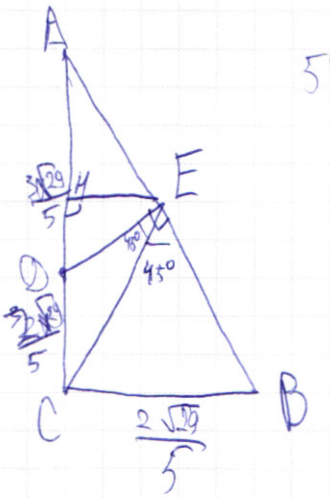
3 : $9 \cdot 6 = 54$

2 : $3 \cdot 4 = 12$

1 : 2

$20+19+18+17+52+54+12+2 = 39+20+29+106 = 88+106 = 194$

N 4



$5x = \sqrt{29}$

$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$\frac{y}{x} = \frac{2}{5}$

$y = \frac{2x}{5} = \frac{2\sqrt{29}}{25}$

$AB = \sqrt{29 + \frac{4 \cdot 29}{25}} = \sqrt{\frac{29(25+4)}{25}} = \frac{29}{5}$

$\cancel{DE = \frac{3xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\sqrt{29} \cdot 2\sqrt{29}}{25 \cdot \sqrt{29 + \frac{4 \cdot 29}{25}}} = \frac{\frac{3\sqrt{29}}{5} \cdot \frac{2\sqrt{29}}{25}}{\sqrt{\frac{29}{25} + \frac{4 \cdot 29}{25}}} = \frac{6 \cdot 29}{125\sqrt{}}}$

$DE = \frac{AD \cdot CB}{AB} = \frac{\frac{3\sqrt{29}}{5} \cdot \frac{2\sqrt{29}}{5}}{\frac{29}{5}} = \frac{6 \cdot \frac{29}{25}}{\frac{29}{5}} = \frac{6}{5}$

$\cancel{AE = DE \cdot \frac{2}{5}}$

$\sqrt{9 + \frac{36}{25}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 9 + 36}{25}} = \frac{3}{5} \cdot \sqrt{25+4} = \frac{3}{5} \cdot \sqrt{29}$

$\frac{DE}{AE} = \frac{2}{5}$ $AE = \frac{5}{2} DE = 3$

$EB = \frac{29}{5} - 3 = \frac{14}{5} \Rightarrow \cancel{AE : CB = 3 : \frac{14}{5} = \frac{15}{5} : \frac{14}{5}} =$

$= \cancel{15 : 14}$

$AE : AB = 3 : \frac{29}{5} = 15 : 29$

$HE = CB \cdot \frac{15}{29} = \frac{2\sqrt{29} \cdot 15}{5 \cdot 29} = \frac{6\sqrt{29}}{29}$

$S = \frac{1}{2} HE \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{29}}{5} \cdot \frac{6\sqrt{29}}{29} = \frac{6 \cdot 29}{5 \cdot 29} = \frac{6}{5}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$f(x)=f(1\cdot x)=f(1)+f(x) \Rightarrow f(1)=0$

$f(4)=f(2)+f(2)=2$ $f(2)=f(4)+f(\frac{1}{2})=2+f(\frac{1}{2})=1$

$f(\frac{1}{2})=-1$

$f(n)\in N$, где $n\in N$

$f(1)=0$

$f(2)=1$

$f(3)=1$

$f(4)=2$

$f(5)=2$

$f(6)=f(2)+f(3)=2$

$f(7)=3$

$f(8)=2+1=3$

$f(9)=2$

$f(10)=3$

$f(11)=5$

$f(12)=3$

$f(13)=6$

$f(14)=4$

$f(15)=3$

$f(16)=2+2=4$

$f(17)=8$

$f(18)=3$

$f(19)=9$

$f(20)=3+1=4$

$f(21)=1+3=4$

$f(\frac{xy}{m})=f(x)+f(\frac{y}{m})$

$\frac{xy}{m}=a$, $a\in N$

$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})=f(x)+f(2y)-f(2)$

$\frac{x}{y}$ - несокр. дробь

$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})=f(x)+f(1)-f(y)=f(x)-f(y)$

$f(x)<f(y)$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)