МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Пусть $a = \frac{c}{q^2}$; $b = \frac{c}{q}$; $c = c$; $x = cq$, $q \neq 0$, тогда $\frac{c}{q^2} \cdot c^2 q^2 + 2 \cdot \frac{c}{q} \cdot cq + c = 0$

$c^3 + 2c^2 + c = 0$

$c(c^2 + 2c + 1) = 0$

$c(c+1)^2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} c = 0 \\ c + 1 = 0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} c = 0 \\ c = -1 \end{array}\right.$, по определению геометрической прогрессии, его члены не могут равняться 0.

Ответ: -1

№7.

$f(x/y) + f(y) = f(x) \Rightarrow f(x/y) = f(x) - f(y)$

$f(x/y) < 0 \Rightarrow f(x) - f(y) < 0 \Rightarrow f(x) < f(y)$

$f(1 \cdot a) = f(1) + f(a) \Rightarrow f(1) = 0$

~~Для простых чисел~~ Для простых чисел до 21: $f(2) = 1$; $f(3) = 1$; $f(5) = 2$; $f(7) = 3$; $f(11) = 5$; $f(13) = 6$; $f(17) = 8$; $f(19) = 9$

Для составных чисел до 21: $f(4) = f(2) + f(2) = 2$; $f(6) = f(2) + f(3) = 2$; $f(8) = f(2) + f(4) = 3$; $f(9) = f(3) + f(3) = 2$; $f(10) = f(2) + f(5) = 3$; $f(12) = f(6) + f(2) = 3$; $f(14) = f(7) + f(2) = 4$; $f(15) = f(3) + f(5) = 3$; $f(16) = f(8) + f(2) = 4$; $f(18) = f(9) + f(2) = 3$; $f(20) = f(10) + f(2) = 4$; $f(21) = f(7) + f(3) = 4$

Среди результатов 1 ноль, 2 единицы, 4 двойки, 6 троек, 4 четвёрки, 1 пятёрка, 1 шестёрка, 1 восьмёрка, 1 девятка

Для каждого из чисел высчитаем количество чисел больше самого.

$S = 1 \cdot 20 + 2 \cdot 18 + 4 \cdot 14 + 6 \cdot 8 + 4 \cdot 4 + 3 + 2 + 1 = 20 + 36 + 56 + 48 + 16 + 6 = 182$

Ответ: 182

№3

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y-2+2-2x = \sqrt{y(x-1)-2(x-1)} \\ 4x^2-4xy+y^2+4xy-8x-4y+8-2x^2+4x-5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2+2(1-x) = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ (2x-y)^2+4(xy-2x-y+2)-2x(x-2)-5=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y-2-2(x-1) = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ (2(x-1)-y+2)^2+4(y-2)(x-1)-2x(x-2)-5=0 \end{cases}$$

Пусть $x-1=a$; $y-2=b$

$$\begin{cases} b-2a = \sqrt{ab} \\ (2a-b)^2+4ab-2(a+1)(a-1)-5=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} b^2-4ab+4a^2=ab \\ 4a^2-4ab+b^2+4ab-2a^2+2-5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a^2-5ab+b^2=0 \\ 2a^2+b^2-3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3-2b^2+b^2 \pm 5b\sqrt{\frac{3-b^2}{2}}=0 \\ a=\pm\sqrt{\frac{3-b^2}{2}} \end{cases} \qquad \begin{cases} \pm 5b\sqrt{\frac{3-b^2}{2}} = 3-b^2 \\ a=\sqrt{\frac{3-b^2}{2}} \end{cases} \qquad \begin{cases} 25b^2\left(\frac{3-b^2}{2}\right) = 36-12b^2+b^4 \\ a=\sqrt{\frac{3-b^2}{2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{75b^2}{2}-\frac{25b^4}{2} = 36-12b^2+b^4 \\ a=\pm\sqrt{\frac{3-b^2}{2}} \end{cases} \qquad \begin{cases} b^4\cdot\frac{27}{2}-b^2\cdot\frac{99}{2}+36=0 \\ a=\pm\sqrt{\frac{3-b^2}{2}} \end{cases}$$

Пусть $t=b^2$

$$\begin{cases} t^2\cdot 27-t\cdot 99+72=0 \\ a=\pm\sqrt{\frac{3-b^2}{2}} \end{cases} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\frac{8}{3} \end{array}\right. \\ a=\pm\sqrt{\frac{3-b^2}{2}} \end{cases}$$

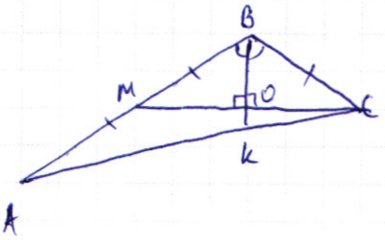
$$\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} b^2=1 \\ b^2=\frac{8}{3} \end{array}\right. \\ \left[\ \right. \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b^2=1 \\ a=\pm\sqrt{1} \end{cases} \\ \begin{cases} b^2=\frac{8}{3} \\ a=\pm\sqrt{\frac{1}{6}} \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=\pm 1 \\ a=\pm 1 \end{cases} \\ \begin{cases} b=\pm\sqrt{\frac{8}{3}} \\ a=\pm\sqrt{\frac{1}{6}} \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y-2=\pm 1 \\ x-1=\pm 1 \end{cases} \\ \begin{cases} y-2=\pm\sqrt{\frac{8}{3}} \\ x-1=\pm\sqrt{\frac{1}{6}} \end{cases} \end{array}\right.$$

$(0;3)$; $(0;1)$; $(2;3)$; $(2;1)$;
$\left(1-\sqrt{\frac{1}{6}};2-\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$; $\left(1-\sqrt{\frac{1}{6}};2+\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$; $\left(1+\sqrt{\frac{1}{6}};2-\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$; $\left(1+\sqrt{\frac{1}{6}};2+\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$

Ответ: $(0;3)$; $(0;1)$; $(2;3)$; $(2;1)$; $\left(1-\sqrt{\frac{1}{6}};2-\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$; $\left(1-\sqrt{\frac{1}{6}};2+\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$; $\left(1+\sqrt{\frac{1}{6}};2-\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$; $\left(1+\sqrt{\frac{1}{6}};2+\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$

№2.

Рассмотрим произвольный такой треугольник, у которого одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.



$\triangle ABC$, BK - биссектриса, CM - медиана, $BK \cap CM = O$

$\triangle MBO = \triangle CBO$ (BO - общ, $\angle MBO = \angle OBC$; $\angle MOB = \angle BOC = 90°$) $\Rightarrow$

$BC = BM = AM$

Пусть $AM = MB = BC = x$; $AC = b$ $\Rightarrow$ $3x+b=1200$; $x, b \in \mathbb{Z}$ по условию

$\Rightarrow b \vdots 3$, т.к. $3x \vdots 3$; $1200 \vdots 3$; Пусть $y = \frac{b}{3}$; $y \in \mathbb{Z}$

$x+y=400$; стороны не могут иметь отриц. или нулевую величину

$\Rightarrow$ $x; y \in \mathbb{N}$

Продолжение на обороте

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 Продолжение.

~~$x+y=400$; т.к $x,y\in\mathbb{N}$; $y=400-x$; $x\in[1;399]$, т.е всего 399 вариантов выбрать x, тогда y зависит от него.~~

~~Следовательно всего возможно 399 таких треугольников~~

Также, т.к у треугольника сумма двух сторон ~~...~~ должна быть больше третьей стороны

$\begin{cases} 6<3x \\ x+6>2x \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{6}{3}<x \\ 6>x \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{6}{3}<x \\ \frac{6}{3}>\frac{x}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} y<x \\ y>\frac{x}{3} \end{cases}$

$x+y=400$; $y=400-x$

$\begin{cases} 2y<400 \\ \frac{4x}{3}<400 \end{cases}$ $\begin{cases} y<200 \\ x<300 \end{cases}$ $\begin{cases} y\in[101;199] \\ x\in[201;299] \end{cases}$

Т.е всего способов выбрать пару чисел $(x;y)$ которые зависят друг от друга можно выбрать 99 способами

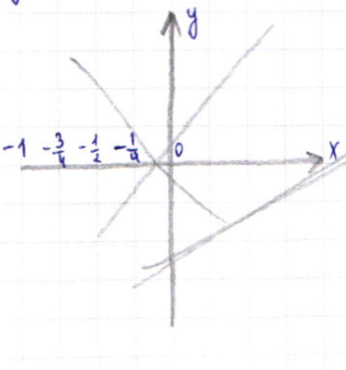
т.е всего кол-во треугольников, удовлетворяющих условиям ровно 99

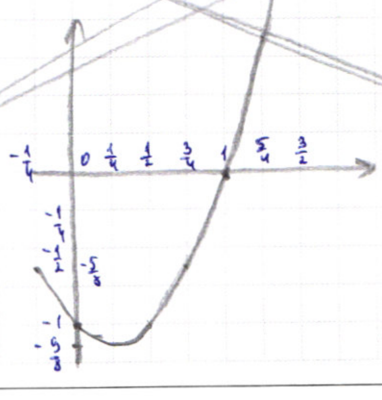
Ответ: 99.

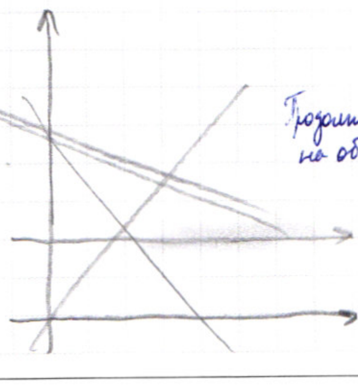
№6.

~~Построим графики функций $y=2x^2-x-1$ и $y=x+|2x-1|$, на промежутке $[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}]$~~

~~$y=2x^2-x-1$ - парабола, с вершиной в точке $(\frac{1}{4};-\frac{9}{8})$~~







Продолжение на обороте

☐ черновик ☑ чистовик

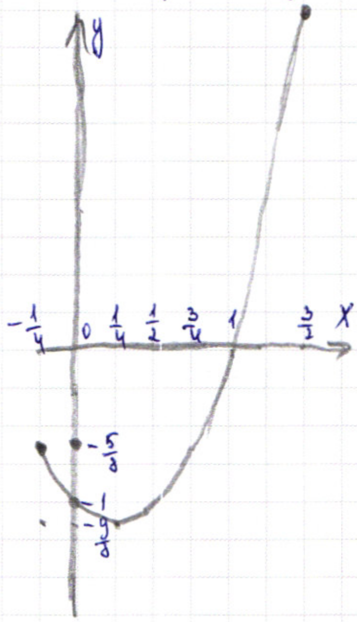
(Поставьте галочку в нужном поле)

№6.

Построим графики функций $y = 2x^2 - x - 1$ и $y = x + |2x-1|$ на промежутке $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$

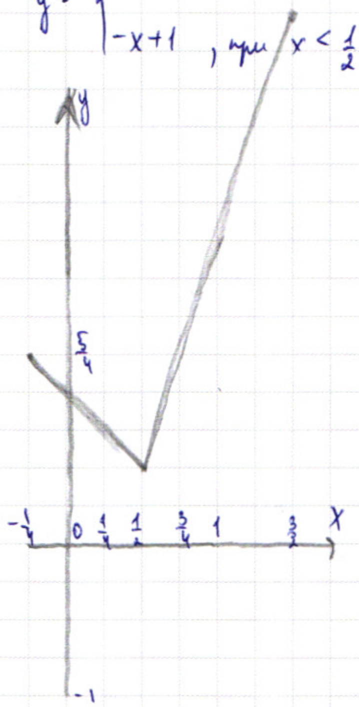
1) $y = 2x^2 - x - 1$ - квадратичная ф-я, график парабола, ветви направ вверх, вершина в точке $(m; n)$

$m = +\frac{1}{4}$; $n = -\frac{9}{8}$



2) $y = x + |2x-1|$

$$y = \begin{cases} 3x - 1, & \text{при } x \geq \frac{1}{2} \\ -x + 1, & \text{при } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$



$y = ax + b$ - линейная функция, график прямая.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

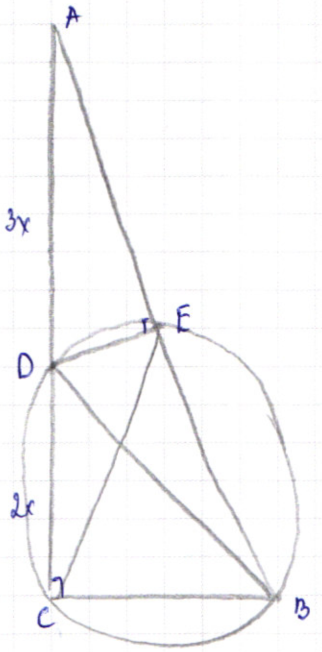
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Дано: ΔABC - прямоуг, AB - гипотенуза, $D \in AC$, $E \in AB$, $AD:AC = 3:5$, $DE \perp AB$, $\angle CED = 45^\circ$

Найти: $tg\,\angle BAC$

Решение:



1) Пусть: $AC = 5x$, тогда $AD = 3x$, $DC = 5x - 3x = 2x$

Рассмотрим $CDEB$

$\angle DEB = 90^\circ$, $\angle DCB = 90^\circ$, след $CDEB$ - вписан в окружность $\Rightarrow$

$\angle DEC = \angle DBC = 45^\circ$, как ~~двое~~ углы опирающиеся на одну дугу

Рассмотрим ΔCBD

$\angle CDB = 90^\circ - \angle DBC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$; $\angle DBC = \angle CDB = 45^\circ$, след ΔDBC - р/б $\Rightarrow$

$DC = CB = 2x$

$tg\angle CAB = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = 0{,}4$

2)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

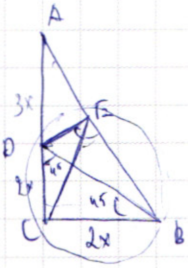
$-40y+40=16x^2+48x-40xy$

$-5y+5=2x^2+6x-5xy$

$2x^2+6x-5xy+5y-5=0$

AD

$tg(90-\alpha)=ctg\,\alpha$



$AE\cdot AB=15x^2$

$AB=\frac{15x^2}{AE}$

$t=\frac{99+45}{54}=\frac{144}{54}=\frac{72}{27}=\frac{24}{9}=\frac{8}{3}$

$45\cdot45=225+180=2025$

$t=\frac{99-45}{54}=1$

$12+37,5=49,5$

$b=1$

$b=\sqrt{\frac{8}{3}}$

$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ (b-2a)^2+4ab-2a^2-3=0 \end{cases}$

$5ab-2a^2-3$

$a=1$

$b=1$

$\begin{cases} ab=(b-2a)^2 \\ 5ab-2a^2-3=0 \end{cases}$

$99\cdot99$: 891, 891, 9801

$13,5b^4-49,5b^2+36=0$

$27t^2-99t+72=0$

$D=9801-7776=2025=45^2$

$a=\sqrt{\frac{3-b^2}{2}}$

$4\left(\frac{3-b^2}{2}\right)-5b\sqrt{\frac{3-b^2}{2}}+b^2=0$

$t=$

$6-b^2-5b\sqrt{\frac{3-b^2}{2}}=0$

$72\cdot27$: 504, 144, 1944; $1944\cdot4=7776$

$35\cdot35$: 175, 105, 1225

$6-b^2=5b\sqrt{\frac{3-b^2}{2}}$

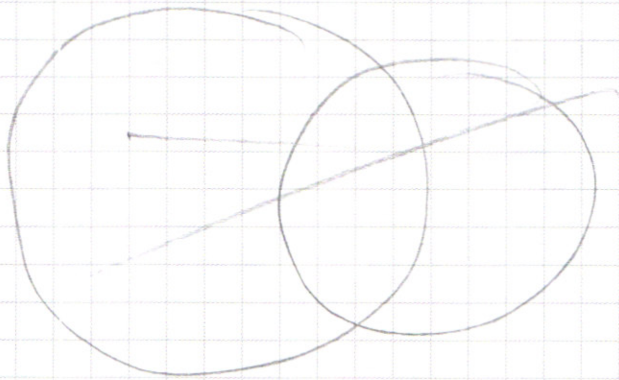
$36-12b^2+b^4=25b^2\left(\frac{3-b^2}{2}\right)=\frac{75b^2}{2}-\frac{25b^4}{2}$

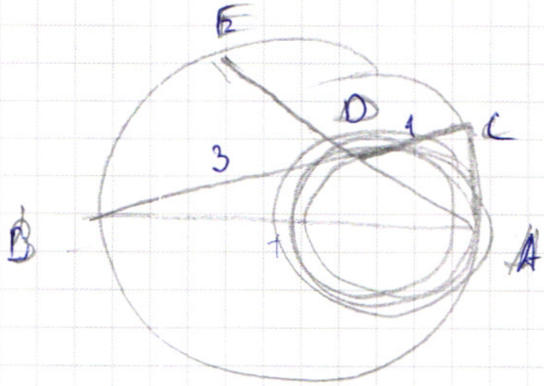
$9801-7776=2025$

$36-\left(12+\frac{75}{2}\right)b^2+b^4(1+12,5)=0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)





$AB = \sqrt{}$

$BT \cdot AB = 9$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(x)$; $x>0$; $x \in Q$

$f(ab) = f(a)+f(b)$

$f(p) = [p/2]$

$f(x) = f(1) + f(x) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(x/y) = f(x) + f(\frac{1}{y}) < 0$

$f(2) = 1$ $\quad f(1) = 0$

$f(3) = 1$ $\quad f(4) = f(2)+f(2) = 2$

$f(5) = 2$ $\quad f(6) = 2$

$f(7) = 3$ $\quad f(8) = 3$ $\quad f(9) = 2$

$f(11) = 5$ $\quad f(10) = 3$

$f(13) = 6$ $\quad f(12) = 3$

$f(17) = 8$ $\quad f(14) = 4$

$f(19) = 9$ $\quad f(15) = 3$

$f(16) = 4$

$f(18) = 3$

$f(20) = 4$

$f(21) = 4$

20

$f(a) = 0$

$f(a \cdot b) = 0 + f(b)$

$f(a \cdot b) = f(b)$

$(4x-5y+6)^2$ $\quad 16x^2 + 48x - 40xy + (6-5y)^2$ $\quad ax+b$

$16x^2 + 48x - 40xy + 36 - 60y + 25y^2$

$\begin{cases} -\frac{1}{4}a + b \geq -\frac{5}{8} \\ \frac{3}{2}a + b \geq 2 \end{cases}$

$-3a + 12b \geq -\frac{15}{2}$

$\begin{cases} -a + 4b \geq -\frac{5}{2} \\ 3a + 2b \geq 4 \end{cases}$

$6a + 4b \geq 8$

$14b \geq -\frac{7}{2}$

$2b \geq -\frac{1}{2}$

$4b \geq -1$

$b \geq -\frac{1}{4}$

$|f(\frac{1}{y})| > |f(x)|$

$f(\frac{1}{y}) = f(y) + f(\frac{1}{y^2})$

$f(\frac{1}{2}) + f(2) = f(1)$ $\quad 2x^2 - x(a+1) - (b+1) \leq 0$

$D = a^2 + 2a + 1 + 8b + 8$

$f(\frac{1}{y}) = f(1) - f(y)$ $\quad x = \frac{a+1 \pm \sqrt{a^2+9+2a+8b}}{4}$

$f(\frac{1}{y}) = f(y)$

$f(\frac{x}{y}) + f(y) = f(x)$

$f(x/y) = f(x) - f(y) < 0$

$f(y) > f(x)$

$y^2 - 4b + 4$

$a = 0$

$2a^2 + b^2 = 3$

$\boxed{2a^2 - 5ab + 3 = 0}$

$D = 25b^2 - 24$

$a = \frac{5b \pm \sqrt{25b^2 - 24}}{4}$

$4x - 4 = 5y - 10 \pm \sqrt{25y^2 - 100y + 100 - 24}$

$4x - 5y + 6 = \pm\sqrt{25y^2 - 100y + 76}$ $\quad 25y^2 - 100y + 76 = 16x^2 + 48x - 40xy + 36 - 60y + 25y^2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

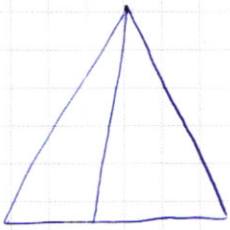
$ab = (b-2a)^2$

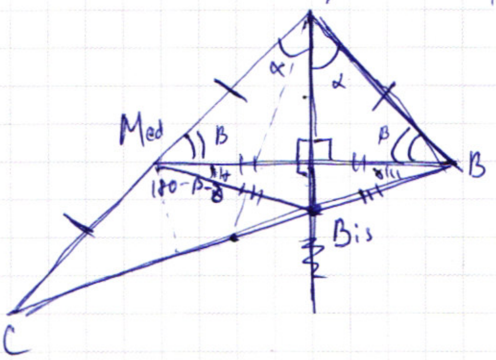
$2(2a-b)^2 - 2a^2 + \cancel{2-5}^{\,-3} = 0$

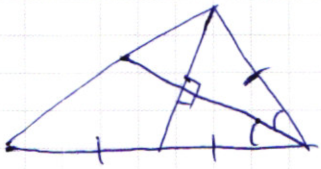
$\begin{cases} x+y>400 \\ \cancel{\ldots}\ 2y<400 \\ \frac{4x}{3}<400 \end{cases}$

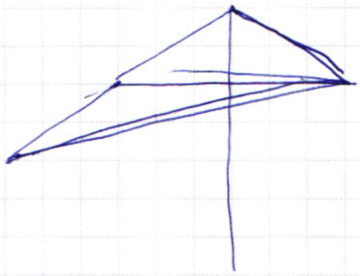
$\begin{cases} y<200 \\ x<300 \end{cases}$

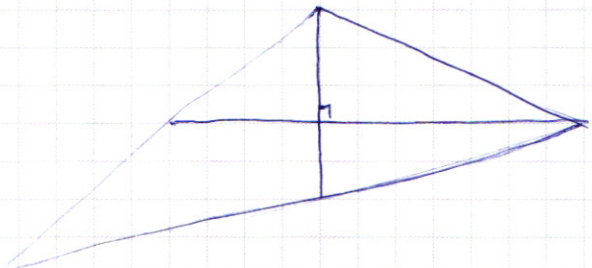
$a+b+c = 1200$

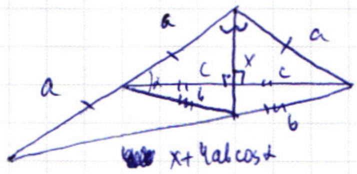








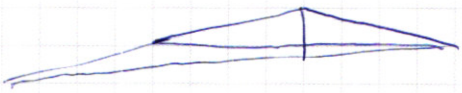


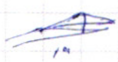


$x + 4ab\cos\alpha$

$\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\alpha}$

$\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\alpha}$





$3x+b = 1200$

$b:3$

$x + \frac{b}{3} = 400$

$x \in 1;399$

$b < 3x$

$x+b > 2x$

$b > x \qquad 3y > x \qquad x > y > \frac{x}{3}$

$y < x \qquad y < x$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

a, b, c

$b = aq$

$c = aq^2$

$x = aq^3$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$(2x^2+4xy+y^2)-(4x+4xy+4y)+3=0$

$(2x+y)^2-(4y(1-x))+4x(1$

$a = \frac{c}{q^2}$

$b = \frac{c}{q}$

$x = qc$

$2x(x-2)$

$a^2 = \frac{3-b^2}{2}$

$\frac{c}{q^2}\cdot q^2c^2 + 2\cdot\frac{c}{q}\cdot qc + c = 0$

$c^3+2c^2+c=0$

$2x$

$6-2b^2-5ab+b^2=0$

$b^2+5ab-6=0$

$a^2 = \frac{6-b^2}{5b} = \frac{36-12b^2+b^4}{25b^2}$

$4xy-8x-4y+8$

$a^2q^3+2a^2q^4+aq^2=0$

$\frac{c^2}{q}+2c^2+c=0$

$4x^2-4xy+y^2$

$(\ )^2$

$y-2x$

$a-2b$

$c^2\left(\frac{1}{q}+2\right)+c=0$

$c\left(c\left(\frac{1+2q}{q}\right)+1\right)=0$

$\frac{c+2qc}{q}=-1$

$c=0$

$c+2qc+q=0$

$\frac{2b^2}{25}$

$c+2qc+q=0$

$c+qc+qc+q=0$

$c(1+q)+q(1+c)=0$

$a=a$

$b=aq$

$c=aq^2$

$x=aq^3$

$y^2-4xy+4x^2=$

$y-2+2-2x = y-2+2(1-x)$

$a\cdot a^2q^6+2\cdot aq\cdot aq^3\cdot aq^2=0$

$c^3+2c^2+c=0$

$c(c^2+2c+1)=0$

$c(c+1)^2=0$

$\left[\begin{array}{l} c=0 \\ c=-1 \end{array}\right.$

$a^2 = \left(\frac{6}{5b}-\frac{b}{5}\right)^2 =$

$\frac{36}{25b}-\frac{2\cdot 6b}{25b}+\frac{b^2}{25} = \frac{b^2}{25}+\frac{36}{25b}-\frac{12}{25}$

$y-2=a$

$x-1=b$

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{y(x-1)+2(1-x)} \\ 4x^2-4xy+y^2+4xy-8x-4y+8-2x^2+4x-5=0 \end{cases}$

$y-2=2(x-1)$

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ (y-2x)^2+4(x-1)(y-2)-2x(x-2)-5=0 \end{cases}$

$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ (a-2b)^2+4ab-5-2(b+1)(b-1)=0 \end{cases}$

(b^2-1)

$\begin{cases} a^2-4ab+4b^2=ab \\ a^2-\cancel{4ab}+4b^2+\cancel{4ab}-5-2b^2+2=0 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0 \\ a^2+2b^2-3=0 \end{cases}$

$2a^2-5ab+6b^2-3=0$

$2a^2-4ab+2b^2+4b^2-ab-3=0$

$2(a-b)^2+4b^2-ab-3$

$(2x^2+4xy+y^2)-(4x+4xy+4y)+3=0$

$+2x^2$

$(2x+y)^2-$ (

$2b^2-5ab+3=0$

$D=25a^2-24$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

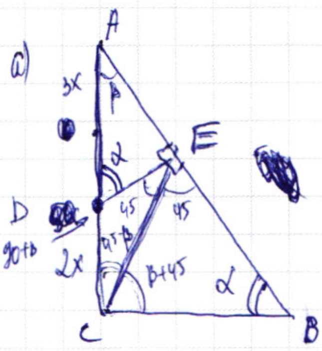
(Нумеровать только чистовики)

$$\left[\begin{array}{l} b = \dfrac{5a + \sqrt{25a^2 - 24}}{4} \\ b = \dfrac{5a - \sqrt{25a^2-24}}{4} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x-1 = \dfrac{5y-10 + \sqrt{25(y^2-4y+4)-24}}{4} \\ x-1 = \dfrac{5y-10 - \sqrt{25y^2-100y+76}}{4} \end{array}\right.$$

$$\left[\ 4x-4 = 5y-10 - \sqrt{25y^2-100y+76}\right.$$

а)



$\triangle AED \sim \triangle ACB$

$\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{DE}{AE} = tg\beta$

$\alpha + \beta = 90$

$DE^2 + AE^2 = 9x^2$

$AB^2 - BC^2 = 25x^2$

$\dfrac{DE^2+AE^2}{9} = \dfrac{AB^2-BC^2}{25}$

$25(DE^2+AE^2) = 9(AB^2 - BC^2)$

$25\left(\dfrac{DE^2}{AE^2}+1\right) = 9\left(\dfrac{AB^2}{AE^2} - \dfrac{BC^2}{AE^2}\right)$

$25(tg^2\beta + 1)$

$5ab - 2a^2 + 3$

$2a^2 - 5ab + 3 = 0$

$D = 25b^2 - 24$

$a = \dfrac{5b \pm \sqrt{25b^2-24}}{4}$

$4a = 5b \pm \sqrt{25b^2-24}$

$(4a-5b)^2 = 25b^2 - 24$

$16a^2 - 40ab + \cancel{25b^2} = \cancel{25b^2} - 24$

$2a^2 - 5ab + 3 = 0$

$D = 25b^2 - 16$

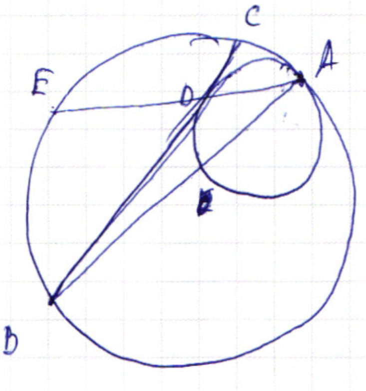
$a = \dfrac{5b \pm \sqrt{(5b-4)(5b+4)}}{16}$

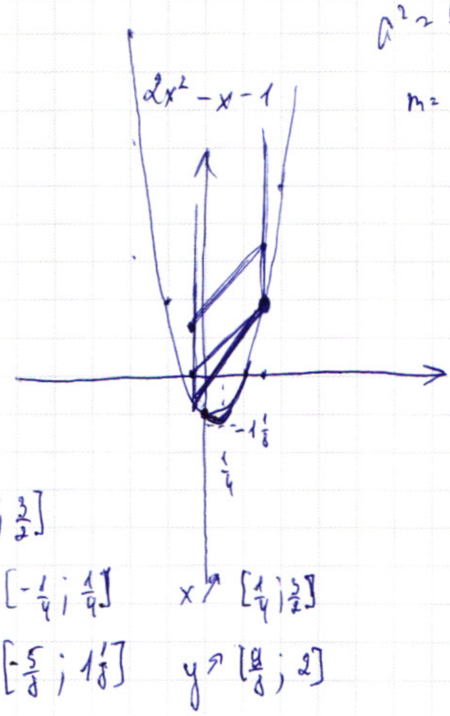
$2x-1 \geq 0$

$x \geq \frac{1}{2}$

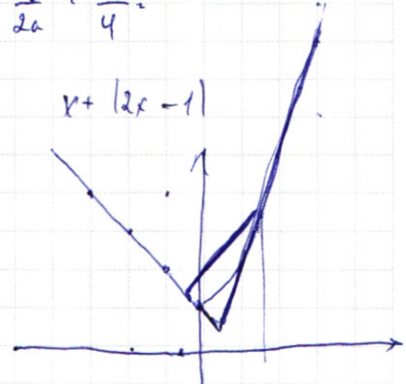
$a^2 = \dfrac{25b^2 \pm 10b\sqrt{\dots} + 25b^2 - 16}{16^2}$

$tg^2 + 1 = \dfrac{\sin^2}{\cos^2} + \dfrac{\cos^2}{\cos^2} = \dfrac{1}{\cos^2}$





$m = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{1}{4}$



$\begin{cases} a(-\frac{1}{4}) + b = \frac{5}{4} \\ \frac{a3}{2} + b = \frac{7}{2} \end{cases}$

$[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$

$x\downarrow [-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}]$ $\quad x\uparrow [\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ $\quad x\downarrow [-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}]$ $\quad x\uparrow [\frac{1}{2}; \frac{3}{2}]$

$y\downarrow [-\frac{5}{8}; 1\frac{1}{8}]$ $\quad y\uparrow [\frac{9}{8}; 2]$ $\quad y\downarrow [\frac{5}{4}; \frac{1}{2}]$ $\quad y\uparrow [\frac{1}{2}; 3{,}5]$

$\begin{cases} a = 4b - 5 \\ 6b - 7{,}5 + b = 3{,}5 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a = \frac{9}{7} \\ 7b = 11 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} b = \frac{11}{7} \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a(-\frac{1}{4}) + b = -\frac{5}{8} \\ \frac{a3}{2} + b = 2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a = 4b + 2{,}5 \\ 6b + 3{,}75 + b = 2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 7b = -1{,}75 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a = -1 + 2{,}5 = 1{,}5 \\ b = -0{,}25 \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)