МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2+2bx+c=0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}, \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD:AC=3:5$ и $DE\perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED=45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC=\sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD=1$, $BD=3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$2x^2-x-1\leqslant ax+b\leqslant x+|2x-1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 21$, $1\leqslant y\leqslant 21$ и $f(x/y)<0$.

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

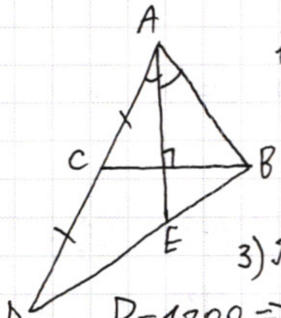
№1

$b=aq \quad c=aq^2 \quad ax^2+2bx+c=ax^2+2aqx+aq^2=a(x^2+2qx+q^2)=a(x+q)^2=0 \Rightarrow x=-q$

$-q$ — 4-ый чл. $\Rightarrow cq=-q \Rightarrow c=-1$

Ответ: т.к. ограничений на a, b, c нет и не сказано, что прогрессия непостоянна: $\left[\begin{array}{l} a=0, c=0 \\ q=0, c=0 \\ a,q\neq 0, c=-1 \end{array}\right.$

№2.



1) Пусть в $\triangle ABD$ AE — бисса $\perp BC$ — медиане, тогда в $\triangle ABC$ бисс-а совп. с высотой $\Rightarrow$ он р/б $\triangle \Rightarrow AC=AB$, BC — медиана $\Rightarrow AC=CD=AB$

2) по св-ву бисс-сы в $\triangle ABD$ $\frac{DE}{DA}=\frac{EB}{AB} \Rightarrow \frac{DE}{2AB}=\frac{EB}{AB} \Rightarrow DE=2EB$

3) Пусть $AB=a$, $BE=k$, тогда $AD=2a$, $DE=2k \Rightarrow DB=3k$

$P=1200 \Rightarrow a+2a+3k=3a+3k=1200 \Rightarrow \underset{\mathbb{Z}}{\underset{\cap}{a}}+k=\underset{\mathbb{Z}}{\underset{\cap}{400}} \Big| \Rightarrow k\in\mathbb{Z}$

из нер-в $\triangle$: $2a+a>3k \Rightarrow 3a>3k \Rightarrow a>k$, $400=a+k>2k \Rightarrow k<200 \Rightarrow k\leq 199$

$2a+3k>a \Rightarrow 3k>-a$ — выполн. всегда при $a,k\in\mathbb{N}$

$a+3k>2a \Rightarrow 3k>a$, $400=a+k<4k \Rightarrow k>100 \Rightarrow k\geq 101$

$AD=2a\in(400;600)$, $BD=3k\in(300;600)$, $AB=a\in(200;300)$

a однозн. опр. по k $(a=400-k)$, a не имеет пересечений с другими сторонами по возм. значениям (не может в 1 $\triangle$ $3k$ равняться a в другой), тогда кол-во $\triangle$ совпадает с кол-вом возм. a, а значит и k, т.е. 99

Ответ: 99.

№3

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \quad \begin{cases} (y-2x)^2=(x-1)(y-2) \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$ Пусть $a=x-1$, $b=y-2$,

$x=1, y=2$, во вт. части не работает $\Rightarrow$ $\Rightarrow (1;2)$ — не решение

тогда $\begin{cases} ab=(b-2a)^2 \Rightarrow ab=b^2-4ab+4a^2 \Rightarrow b^2-5ab+4a^2=0 \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$ $\Big| :b^2$ ($y=2$ — не реш. $\Rightarrow b\neq 0$)

$1-5\frac{a}{b}+4\left(\frac{a}{b}\right)^2=0$

Пусть $\frac{a}{b}=t$,

тогда $1-5t+4t^2=0$

$D=25-16=3^2$

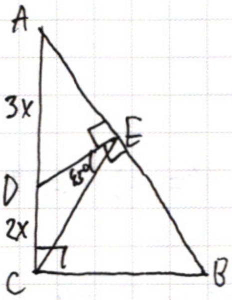
$t_{1,2}=\frac{5\pm 3}{8} \quad \left[\begin{array}{l} t_1=1 \\ t_2=\frac{1}{4} \end{array}\right., \quad t=\frac{a}{b} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=a \\ b=4a \end{array}\right.$

1) $b=a \Rightarrow 2a^2+b^2=3a^2=3 \Rightarrow a=\pm 1 \Rightarrow$ 1) $x=2$, $y=3$ 2) $x=0$, $y=1$

2) $b=4a \Rightarrow 2a^2+b^2=18a^2=3 \Rightarrow a=\pm\sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow$ 1) $x=1+\sqrt{\frac{1}{6}}$, $y=2+4\sqrt{\frac{1}{6}}$ 2) $x=1-\sqrt{\frac{1}{6}}$ $y=2-4\sqrt{\frac{1}{6}}$

Подставляем, проверяем, понимаем, что подходят 2 из 4 вариантов   Ответ: $(0;1)$; $\left(1+\frac{\sqrt6}{6}; 2+\frac{4\sqrt6}{6}\right)$.

№4



1) обозн. AD за $3x$, $\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5} \Rightarrow DC=2x$

2) $DE\perp AB \Rightarrow \angle DEB=90°, \angle DEC=45° \Rightarrow \angle CEB=45°$

3) $\angle DCB+\angle DEB=90+90=180° \Rightarrow CDEB$ впис. $\Rightarrow \triangle DEC$ и $\triangle BEC$ впис. в 1 окр. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{DC}{\sin EDC}=\frac{BC}{\sin CEB}$ (по т. sin) $\Rightarrow \frac{DC}{\sin 45°}=\frac{BC}{\sin 45°} \Rightarrow DC=BC=2x$

4) в $\triangle BAC$ $tg\angle BAC=\frac{CB}{AC}=\frac{2x}{5x}=\frac{2}{5}$

5) $\triangle AED \sim \triangle ACB$ (по $\angle CAB$ (общ.) и $\angle AED=\angle ACB=90°$ ($DE\perp AB$)) $\Rightarrow \frac{AE}{AC}=\frac{DE}{CB} \Rightarrow \frac{AE}{5x}=\frac{DE}{2x} \Rightarrow$

$\Rightarrow DE=\frac{2}{5}AE$

6) $S_{DEC}=\frac{1}{2}\cdot DE\cdot EC\cdot \sin 45°=\frac{\sqrt2}{4}\cdot DE\cdot EC$

7) $\frac{EC}{\sin\beta}=\frac{CB}{\sin 45°}$ (по т. sin в $\triangle CEB$) $=\frac{4x}{\sqrt2}$ ($\angle ADE=\angle ABC$ (по подобию) $=\beta$) $\Rightarrow EC=\frac{4x}{\sqrt2}\cdot\sin\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow S=\frac{\sqrt2}{4}\cdot\frac{4x}{\sqrt2}\sin\beta\cdot DE=x\cdot DE\cdot\sin\beta$

8) $\sin\beta=\frac{AC}{AB}$ (в $\triangle ABC$) $=\frac{5x}{\sqrt{25x^2+4x^2}}=\frac{5x}{x\sqrt{29}}=\frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow AE=\sin\beta\cdot AD=\frac{5}{\sqrt{29}}\cdot 3x=\frac{15x}{\sqrt{29}}$,

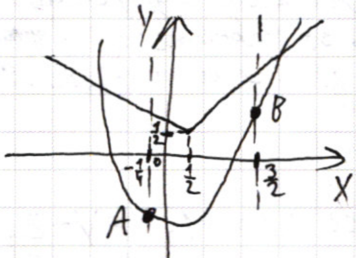
$DE=\frac{2}{5}AE \Rightarrow DE=\frac{6x}{\sqrt{29}} \Rightarrow S=x\cdot\frac{6x}{\sqrt{29}}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}=\frac{30x^2}{29}$, $5x=AC=\sqrt{29} \Rightarrow x=\frac{\sqrt{29}}{5} \Rightarrow S=6$

Ответ: а) 0,4; б) 6.

№6

$2x^2-x-1 \le ax+b=f(x) \le x+|2x-1|$

Схематически изобразим функции левой и правой части нер-ва



заметим, что $f(x)$ обязана лежать выше или на том же уровне, что $(AB)=g(x)=kx+s$ на заданном промежутке

$2\cdot\left(-\frac14\right)^2-\left(-\frac14\right)-1=-\frac58 \Rightarrow g\left(-\frac14\right)=-\frac58$

$2\cdot\left(\frac32\right)^2-\frac32-1=2 \Rightarrow g\left(\frac32\right)=2$

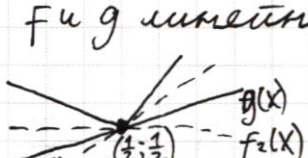
$-\frac14\cdot k+s=-\frac58 \Rightarrow -2k+8s=-5 \Rightarrow 8s=2k-5 \Rightarrow s=\frac{2k-5}{8}$

$\frac32\cdot k+s=2 \Rightarrow \frac{3k}{2}+\frac{2k-5}{8}=\frac{12k+2k-5}{8}=\frac{14k-5}{8}=2 \Rightarrow 14k=21 \Rightarrow k=\frac32 \Rightarrow s=-\frac14$

$g(x)=\frac32x-\frac14$ $f(x)\ge g(x)$ на $\left[-\frac14;\frac32\right]$, $f(x)\le x+|2x-1| \Rightarrow f\left(\frac12\right)\le\frac12$ (точка излома модуля), но $g\left(\frac12\right)=\frac12 \Rightarrow \frac12\ge f\left(\frac12\right)\ge g\left(\frac12\right)=\frac12 \Rightarrow f\left(\frac12\right)=\frac12$,

~~f(x) крутится вокруг на изломе~~ $f(x)\ge g(x)$, $g\left(\frac12\right)=\frac12$,

f и g линейны, такое возможно только если $f(x)\equiv g(x)$



$f_2(x)<g(x), x>\frac12$
$f_1(x)>g(x), x<\frac12$
(противор.)
$\Rightarrow$ угол наклона одинак. $\Rightarrow$ коэф. подъёма одинак.

Ответ: $\left(\frac32; -\frac14\right)$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)   (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

$f(1\cdot1)=f(1)+f(1) \Rightarrow f(1)=2f(1) \Rightarrow f(1)=0$

распишем все $f(x)$, $x\in[1;21]$, $x\in\mathbb{Z}$

	p	p	2·2	p	2·3	p	2·4	3·3	5·2	p	6·2	p	7·2	3·5	8·2	p	9·2	p	10·2	7·3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	1	1	2	2	2	3	3	2	3	5	3	6	4	3	4	8	3	9	4	4

выпишем кол-во знач. функции:

0 – 1   4 – 4   9 – 1
1 – 2   5 – 1
2 – 4   6 – 1
3 – 6   8 – 1

$f(x)=f\left(y\cdot\frac{x}{y}\right)=f\left(\frac{x}{y}\right)+f(y) \Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)<f(y)$

последовательно умножим кол-во больших $(f(y))$ значений на кол-во меньших $(f(x))$ и сложим

$2\cdot1+4\cdot3+6\cdot7+4\cdot13+1\cdot17+1\cdot18+1\cdot19+1\cdot20=182$

Ответ: 182.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

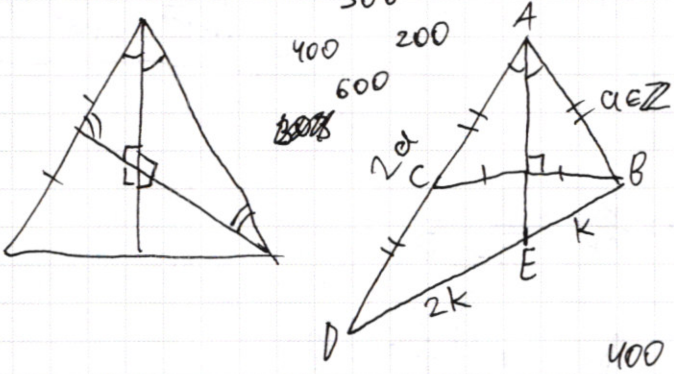
$b=aq \quad c=aq^2$

$ax^2+2bx+c=ax^2+2aqx+aq^2=a(x^2+2qx+q^2)=a(x+q)^2=0$, $a\neq 0$ $\Rightarrow x=-q$

$-q$ — 4-ый член $\Rightarrow cq=-q \Rightarrow c=-1$ $(q\neq 0)$

Ответ: огран. на a и q нет. $\left[\begin{array}{l} a=0, c=0 \\ q=0, c=0 \\ a,q\neq 0, c=-1 \end{array}\right.$

600–400 200–300 300–600 600 300 300 200 400 600



№2. $a=240$ $6a=1200$ $2a=$

$a+3k>2a$ $3k>a$ $2a+3k>a$ $3k>-a$ всегда

$3k+3a=1200$

$a+k=400$, $a\in\mathbb{Z}$, $400\in\mathbb{Z}$ $\Rightarrow k\in\mathbb{Z}$

по нер-ву $\triangle$: $3a>3k \Rightarrow a>k$, $a+3k>2a$, $3k>a$

$400=a+k>2k \Rightarrow k<200 \Rightarrow k\leq 199$

$400=a+k<4k \Rightarrow k>100 \Rightarrow k\geq 101$

~~$k\in\mathbb{Z}$, $k\in[101;199]$, по k однозн. опред. $\triangle$~~

~~$\Rightarrow$ кол-во $\triangle$ = кол-во возм. $k=99$~~

$3k\in(300;600)$, $2a\in(400;600)$, $a\in(200;300)$ сторона a для кажд. k одна и не имеет пересеч. по возможным размерам с другими сторонами, т.е. по a однозначно опред. $\triangle \Rightarrow$ по k однозначно опред. $\triangle \Rightarrow$ $\Rightarrow$ кол-во $\triangle$ = кол-ву $k=99$

Ответ: 99.

№3

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$ $y\geq 2x$, $2+xy\geq 2x+y$

$\frac{x-1}{y-2x}=\frac{y-2x}{y-2}$ a b $ab=(b-2a)^2$ $2a+b=3 \Rightarrow 2a=3$

$(x-1)(y-2)=(y-2x)^2$

$(x\sqrt2-5)(x\sqrt2+5)$

$\begin{cases} y^2+4x^2-2xy=xy-2x-y+2 \\ (x-2)^2+(y-2)^2+x^2-5=0 \end{cases}$

$(y)^2+(2x)^2-xy+2x+y-2=0$

$2x^2-(5-y)(6-x)=25$

$2x^2-xy+6y+5y-5=0$

$((x-1)\sqrt2+(y-2))^2=$

$=3+2\sqrt2(y-2x)^2$

$(x\sqrt2-\sqrt2)^2+(y-2)^2=3$

$2x^2-4x+2+y^2-4y+4=3$

$\left|\begin{array}{l} (x-1)(y-2)=(y-2x)^2 \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{array}\right.$

$(x-2)^2+(y-2)^2=5-x^2$

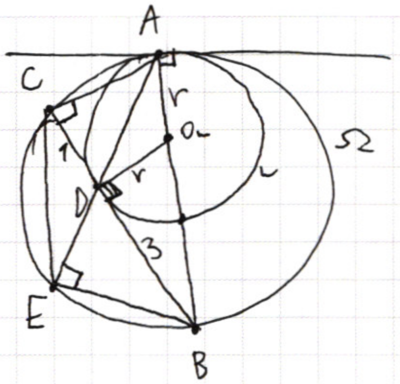
$x-1=a$ $y-2=b$

$ab=(b-a)^2=b^2-2ab+a^2$

$3ab=a^2+b^2$

$2a^2+b^2=3$

$a^2+3ab=3$



№5

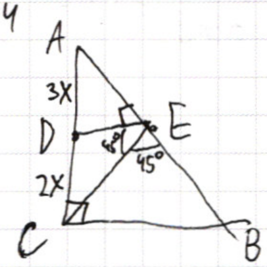
$\frac{r}{AC} = \frac{DB}{CB} = \frac{3}{4} \Rightarrow AC = \frac{4r}{3}$

$DO_\omega^2 + DB^2 = r^2 + 9 = O_\omega B^2$

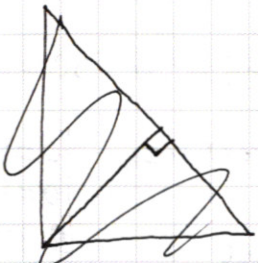
$AC^2 + CB^2 = \frac{16r^2}{9} + 16 = AB^2$

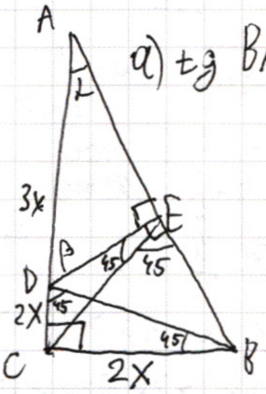
$\frac{AB^2}{O_\omega B^2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = \cancel{\frac{16\cdot(r^2+9)}{9}}$

№4



$\frac{DE}{AD} = \frac{BC}{AB}$

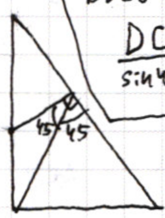




a) $tg\, BAC = \frac{2x}{5x} = \boxed{\frac{2}{5}}$

CDEB впис ⇒ △CDE и △CEB вп. в 1 окр.

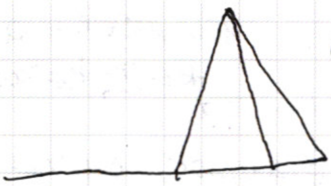
$\frac{DC}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin 45^\circ} \Rightarrow DC = BC$



$\frac{ED}{AE} = \frac{BC}{AC}$

$\frac{k}{3x} = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{\sqrt{BC^2 + 25x^2}}$

$\frac{2x}{\frac{BC}{DB}} =$



б) $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{CB}$

$\frac{AE}{5x} = \frac{DE}{2x} \Rightarrow \cancel{AE = \frac{2}{5}} DE = \frac{2}{5} AE$

1) $S = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot EC \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot DE \cdot EC$

2) $\frac{EC}{\sin\beta} = \frac{CB}{\sin 45^\circ} = \frac{4x}{\sqrt{2}} \Rightarrow EC = \frac{4x}{\sqrt{2}} \cdot \sin\beta$

$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{4x}{\sqrt{2}} \cdot \sin\beta \cdot DE = x \cdot DE \cdot \sin\beta$

$\cancel{\frac{AE}{AD} = \sin\beta = \frac{AE}{3x}}$

3) $\sin\beta = \frac{AC}{AB} = \frac{5x}{\sqrt{25x^2 + 4x^2}} = \frac{5x}{x\sqrt{29}} = \frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow$

$\Rightarrow AE = \sin\beta \cdot AD = \frac{5}{\sqrt{29}} \cdot 3x = \frac{15x}{\sqrt{29}}, \ DE = \frac{2}{5} AE \Rightarrow DE = \frac{6x}{\sqrt{29}} \Rightarrow$

$\Rightarrow S = x \cdot \frac{6x}{\sqrt{29}} \cdot \frac{5}{\sqrt{29}} = \frac{30x^2}{29}, \ 5x = \sqrt{29} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{29}}{5} \Rightarrow \underline{S = 6}$

$2x^2 - x - 1 \le ax + 6 \le x + |2x - 1|$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

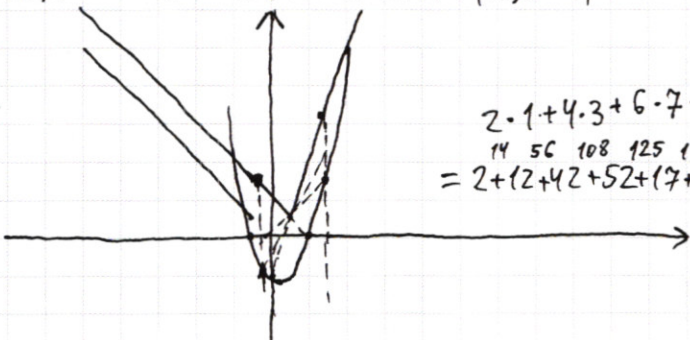
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^2-x-1 \le ax+b \le x+|2x-1|$

$x \ge \frac{1}{2}$ $3x-1$

$x < \frac{1}{2}$ $1-x$



$2\cdot1+4\cdot3+6\cdot7+4\cdot13+1\cdot17+1\cdot18+1\cdot19+1\cdot20=$

14 56 108 125 143 162

$=2+12+42+52+17+18+19+20=182$

$2x^2-x-1=1-x$

$2x^2-2=0$

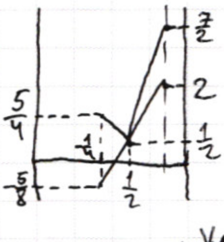
$x=\pm1$

$2x^2-x-1=3x-1$

$2x^2-4x=0$

$2x(x-2)=0$

$\frac{1}{8}-\frac{1}{4}-1=-\frac{9}{8}$



$2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{2}-1 \le \frac{3}{2}a+b \le 3\cdot\frac{3}{2}-1$

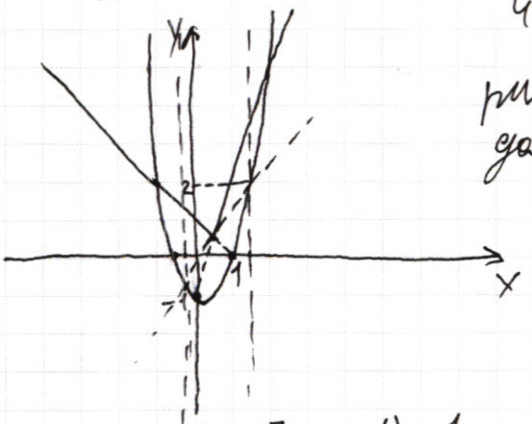
$\frac{9}{2}-\frac{3}{2}-1=2 \le \frac{3}{2}a+b \le \frac{7}{2}$

$4 \le 3a+2b \le 7$

$2\cdot\frac{1}{16}+\frac{1}{4}-1=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1=$

$=\frac{3}{8}-1=-\frac{5}{8}$

3,5



рисуем f-ии из сторон нер-в, $f(x)=ax+b$ должна проходить между ними

$f\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{5}{8}$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{4}a+b=-\frac{5}{8}$

$-2a+8b=-5$

$8b=2a-5$

$b=\frac{2a-5}{8}$

$\frac{1}{2}a+b=\frac{1}{2}a+\frac{2a-5}{8}=\frac{6a-5}{8}=\frac{1}{2}$

$f(x)$ линейна, $\frac{1}{2}\in\left[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right] \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)\le\frac{1}{2}$

$6a-5=4$

$\boxed{a=\frac{3}{2} \quad b=-\frac{1}{4}}$

$f(x)=\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$

заметим, что точки $\left(-\frac{1}{4};-\frac{5}{8}\right)$; $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$; $\left(\frac{3}{2};2\right)$ лежат на 1 прямой

$f\left(\frac{3}{2}\right)=2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{2}-1=2$, ~~т.е. попадает ровно в нижнюю границу~~

~~Если полученную прямую как-либо крутить, поднимать или опускать (менять a и b), то она будет либо подниматься выше точки излома модуля, либо быть ниже параболы как минимум при 1 из крайних знач. x ⇒ 1 пара.~~

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	1	1	2	2	2	3	3	2	3	5	3	6	4	3	4

1x8 2x4 2x1 4x4 4x2 6x3 1x5 1x8 1x9

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=\left[\frac{p}{2}\right]$, p-простое ⇒ p-неч. (или 2) ⇒ $\left[\frac{p}{2}\right]=\frac{p-1}{2}$ или $\left[\frac{2}{2}\right]=1$

17	18	19	20	21
8	3	9	4	4

$f(2k)=f(2)+f(k)=f(k)+1$

$f(1)=f(1)+f(1) \Rightarrow 2f(1)=f(1) \Rightarrow f(1)=0$

$f(3)=1$

0 1 1

$f(x)=f(y)+f\left(\frac{x}{y}\right) \Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)<0 \Rightarrow f(x)<f(y)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА