



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР \_\_\_\_\_

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 6x + 10 - 2|x - 3|}{2x^2 - 4x + |x| \cdot |x - 2|} \leq 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy}, \\ x + y^2 = 5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром  $O$  касается прямых  $AB$  и  $BC$  в точках  $A$  и  $C$  соответственно. Высота  $CH$  треугольника  $ABC$  пересекает эту окружность в точках  $S$  и  $D$ . Найдите отношение  $AB : CH$ , если площадь треугольника  $ABD$  равна 6, а радиус окружности равен 4.
5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AC$  и гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно, такие что  $DE \perp AB$ . Найдите отношение  $AD : AC$  и площадь треугольника  $AED$ , если известно, что  $AC = \sqrt{7}$ ,  $BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$ , а  $\angle CED = 30^\circ$ .
6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами  $(x; y)$ , удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4, \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция  $f$  определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел  $a$  и  $b$  из этого множества выполнено равенство  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , и при этом  $f(p) = p$  для любого простого числа  $p$ . Найдите количество пар натуральных чисел  $(x; y)$  таких, что  $1 \leq x \leq 18$ ,  $1 \leq y \leq 18$  и  $f(x/y) < 0$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

$$\frac{x^2 - 6x + 10 - 2|x-3|}{2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2|} \leq 0$$

⇒ Возможны 2 случая.

$$1) \begin{cases} x^2 - 6x + 10 - 2|x-3| \leq 0 \\ 2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2| > 0 \end{cases}$$

⇒ И

$$f(x) = x^2 - 6x + 10 - 2|x-3| \leq 0$$

⇒ найдем нули ф-уны

$$\Rightarrow I: x \geq 3$$

$$x^2 - 6x + 10 - 2(x-3) \leq 0$$

$$x^2 - 6x + 10 - 2x + 6 \leq 0$$

$$\begin{aligned} x^2 - 8x + 16 &\leq 0 \\ (x-4)^2 &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &\in \{4\} \\ x &\notin \{4\} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow II: x < 3$$

~~$$x^2 - 6x + 10 + 2(x-3) \leq 0$$~~

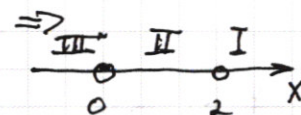
$$x^2 - 6x + 10 + 2x - 6 \leq 0$$

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 4 &\leq 0 \\ (x-2)^2 &\leq 0 \end{aligned}$$

$$x \in \{2\}$$

$$\Rightarrow x \in \{2\}; \{4\}$$

$$g(x) = 2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2| > 0$$



$$I: x > 2$$

$$2x^2 - 4x + x(x-2) > 0$$

$$2x^2 - 4x + x^2 - 2x > 0$$

$$3x^2 - 6x > 0$$

$$3x(x-2) > 0$$



$$\Rightarrow x \in (2; +\infty)$$

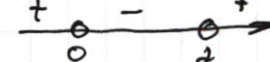
$$II: x \in (0; 2)$$

$$2x^2 - 4x - x(x-2) > 0$$

$$2x^2 - 4x - x^2 + 2x > 0$$

$$x^2 - 2x > 0$$

$$x(x-2) > 0$$



$$\Rightarrow \emptyset$$

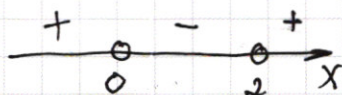


III

$$x \in (-\infty; 0)$$

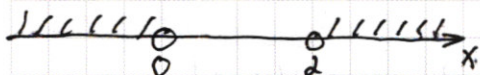
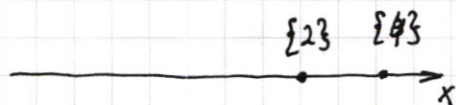
$$2x^2 - 4x + x|x-2| > 0$$

$$3x(x-2) > 0$$



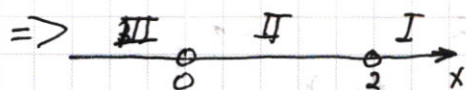
$$\Rightarrow x \in (-\infty; 0)$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; 0), (2; +\infty)$$



$$\Rightarrow x \in \{4\}$$

$$2x^2 - 4x + |x||x-2| < 0$$

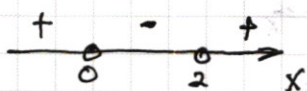


$$\Rightarrow I: x > 2$$

$$2x^2 - 4x + x^2 - 2x < 0$$

$$3x^2 - 6x < 0$$

$$3x(x-2) < 0$$



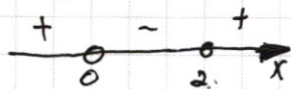
$$\Rightarrow \emptyset$$

$$\Rightarrow II: x \in (0; 2)$$

$$2x^2 - 4x - x^2 + 2x < 0$$

$$x^2 - 2x < 0$$

$$x(x-2) < 0$$



$$\Rightarrow \forall x \in (0; 2)$$

$\Rightarrow$  рассмотрим 2-ой случай:

$$2) \begin{cases} x^2 - 6x + 10 - 2|x-3| \geq 0 \\ 2x^2 - 4x + |x||x-2| < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 10 - 2|x-3| \geq 0$$

$$I: x > 3$$

$$x^2 - 6x + 10 - 2x + 6 \geq 0$$

$$x^2 - 8x + 16 \geq 0$$

$$(x-4)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow x > 3$$

$$II: x < 3$$

$$x^2 - 6x + 10 + 2(x-3) \geq 0$$

$$x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(x-2)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; 3)$$

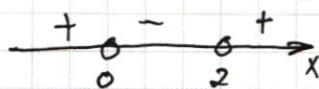
$$\Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow III: x < 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + x^2 - 2x < 0$$

$$3x^2 - 6x < 0$$

$$3x(x-2) < 0$$



$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\Rightarrow x \in (0; 2)$$

$$x \in \{4\}$$

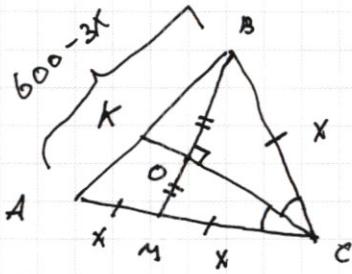
Ответ:  $(0; 2), \{4\}$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

1) Рассмотрим треугольник  $\triangle ABC$ , описанный в задаче.



1)  $\triangle BOC = \triangle MOC$  ( $\angle BCO = \angle MCO$ ) со-общ.;  
 $\angle BOC = \angle MOC = 90^\circ$ )

$$\Rightarrow BC = MC = AM = \frac{1}{2}AC = x$$

$$\Rightarrow AB + BC + AC = 600$$

$$\Rightarrow AB = 600 - 3x$$

$\Rightarrow$  утверждение ( $BC = \frac{1}{2}AC \Leftrightarrow CK \perp BM$ ) верно и работает в обе стороны.

2)  $\Rightarrow$  т.к. в условии задачи сказано, что только одна медиана  $\perp$  одной биссектрисе, то исключается случай равнобедренного  $\triangle$ .

$\Rightarrow$  рассмотрим условия неравенства  $\triangle$ :

1)  $x + 2x > 600 - 3x$   
 $x > 100.$

4)  ~~$600 - 3x <$~~   
 $600 - 3x > x + 2x$   
 $2x - x$   
 $600 > 4x$   
 $x < 150$

2)  ~~$600 - 3x <$~~   
 $600 - 3x + 2x > x$   
 $600 - x > x$   
 $600 > 2x$   
 $x < 300.$

5)  $x > |600 - 3x - 2x|$   
 $x > |600 - 5x|$   
 $x > 600 - 5x$   
 $x > 100$   
 ~~$x < 5x - 600$~~   
 ~~$600 <$~~   
 $x < 150$

3)  $600 - 3x + x > 2x$   
 $600 - 2x > 2x$   
 $600 > 4x$   
 $x < 150$

$\Rightarrow x \in (100; 150)$

$\Rightarrow$  исключим случаи  
Равенства  $\begin{cases} x = 600 - 3x & x = 150. \\ 2x = 600 - 3x & x = 120. \end{cases}$



⇒ все 10 возможных случаев:  $5! - 2 = 49$  случаев

Ответ: 49.

Задача 3.

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy} \\ x+4y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} xy \geq 0 \\ x-2y \geq 0 \end{cases}$$

$$(x-2y)^2 = xy$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy$$

$$x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$$

$$(x-4y)(x-y) = 0$$

$$x = 4y$$

$$x = y$$

⇒ подставим во второе уравнение:

$$1) \quad 4y + y^2 = 5$$

$$y^2 + 4y - 5 = 0$$

$$(y+5)(y-1) = 0$$

$$y_1 = -5$$

$$y_2 = 1$$

$$x_1 = -20$$

$$x_2 = 4.$$

- Неуд. усл.  $x-2y \geq 0$ .

$$2) \quad y + y^2 = 5$$

$$y^2 + y - 5 = 0$$

$$(y+1)$$

$$D = 1 + 20 = 21$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$x_3 = \frac{\sqrt{21}-1}{2}$$

$$x_4 = \frac{-1-\sqrt{21}}{2}$$

$$y_3 = \frac{\sqrt{21}-1}{2}$$

$$y_4 = \frac{-1-\sqrt{21}}{2}$$

-99. усл.

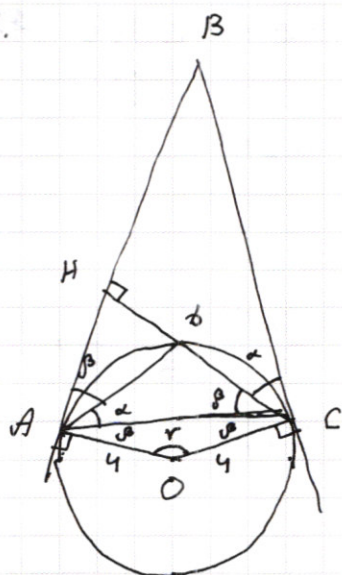
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{21}-1}{2} - (\sqrt{21}-1) = -\frac{\sqrt{21}-1}{2} < 0 \Rightarrow \text{неуд.}$$

Ответ:  $(4; 1); \left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.



1) Пусть  $\angle BSA = \angle HNB = \beta$   
(по т. об  $\angle$  между кас и хордой).

2) Пусть  $\angle HCB = \angle SAC = \alpha$   
 $\Rightarrow$  в  $\triangle ANC \Rightarrow 2\beta + \alpha = 90^\circ$   
(т.к.  $ABC$  - равноб ( $AB = BC$ ))

$\Rightarrow \angle ACO = \angle CAO = \beta$   
( $O$  - центр окружности).

$\Rightarrow$  Пусть  $\gamma = 180^\circ - 2\beta$ .

$\Rightarrow$  по т. кос:

$$AC = \sqrt{16 + 16 - 2 \cdot 16 \cdot \cos \gamma}$$

2) т.к.  $OC$  - радиус окр. описанной около  $\triangle AOC$ .

$$\Rightarrow 8 = \frac{AC}{\sin \gamma}$$

$$\Rightarrow 8 = \frac{\sqrt{32 - 32 \cos \gamma}}{\sin \gamma}$$

$$\Rightarrow 64 \sin^2 \gamma = 32 - 32 \cos \gamma$$

$$2 \sin^2 \gamma = 1 - \cos \gamma$$

$$\Rightarrow \sin^2 \gamma = \frac{1 - \cos \gamma}{2}$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1.$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \cos \gamma}{2} + \cos^2 \gamma = 1$$

пусть  $x = \cos \gamma$

$$\Rightarrow \frac{1-x}{2} + x^2 = 1$$

описанной около  $\triangle AOC$ .

$$1 - x + 2x^2 = 2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow D = 1 + 8 = 9$$

$$\Rightarrow x = 1 \quad x = -\frac{1}{2}$$

$$(x = 1 - \text{не год.}) \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \gamma = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \gamma = 150^\circ \Rightarrow \beta = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{AC}{BC} =$$

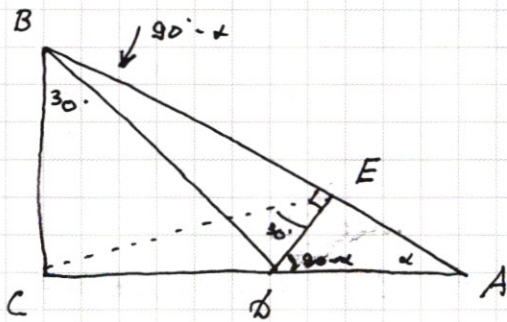
$$= \frac{AC}{AB} \quad (AB = BC)$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{CH} = 2.$$

Ответ: 2



Задача 5



$$AC = \sqrt{7}$$

$$BC = 2 \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$\angle CEB = 30^\circ$$

$$\triangle AED \sim \triangle ACB \Rightarrow$$

1)  $BC \perp DE$  - опче.  $\Rightarrow \angle CBD = \angle CED = 30^\circ$

$$\Rightarrow CE =$$

$$\frac{CD}{BC} = \tan 30^\circ$$

$$CD = BC \cdot \tan 30^\circ = 2 \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{7}$$

$$\Rightarrow AD = AC - CD = \sqrt{7} - \frac{2}{3} \sqrt{7} = \frac{1}{3} \sqrt{7}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{1}{3} \sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \triangle AED \sim \triangle ACB \Rightarrow \frac{S_{AED}}{S_{ACB}} = k^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AED}}{S_{ABC}} =$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 7 + 4 \cdot \frac{7}{3} = \frac{21}{3} + \frac{28}{3} = \frac{49}{3}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow k = \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{3}}{\frac{7\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{7\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{21}}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{1}{21}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{7} \cdot \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{2 \cdot 7}{2\sqrt{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow S_{AED} = \frac{S_{ABC}}{21} = \frac{7}{\sqrt{3} \cdot 21} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

Ответ:  $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ ;  $S_{AED} = \frac{\sqrt{3}}{9}$ .



Задача 6.

$$\begin{cases} |2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4 \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0 \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0 \end{cases}$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) \leq 5$$

1)  $(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 5$  — уравнение ~~ок~~ круга с центром (1; 2)  
(Неравенство)

и радиусом  $\sqrt{5}$ .

2)  $|2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4.$

Рассмотрим все возможные случаи:

1)  $2x > 0 \quad y > 0 \quad 4 - 2x - y > 0$

$$\Rightarrow 2x + y + 4 - 2x - y > 4 \\ 4 > 4 \Rightarrow \emptyset$$

2)  $2x < 0 \quad y > 0 \quad 4 - 2x - y > 0$

$$-2x + y + 4 - 2x - y > 4 \\ \Rightarrow -4x > 0 \\ x < 0$$

3)  $2x > 0 \quad y < 0 \quad 4 - 2x - y > 0$

$$2x - y + 4 - 2x - y > 4 \\ 4 - 2y > 4 \\ y < 0.$$

4)  $2x < 0 \quad y < 0 \quad 4 - 2x - y > 0$

$$\overline{2x} \\ -2x - y + 4 - 2x - y > 4 \\ -4x - 2y > 0 \\ -2x - y \geq 0 \\ y < -2x$$

5)  $2x > 0 \quad y > 0 \quad 4 - 2x - y < 0$

$$2x + y - (4 - 2x - y) > 4 \\ 4x + 2y > 8 \\ 2x + y > 4 \\ y > 4 - 2x$$

6)  $2x < 0 \quad y > 0 \quad 4 - 2x - y < 0$

$$-2x + y - (4 - 2x - y) > 4 \\ -2x + y - 4 + 2x + y > 4 \\ 2y > 8 \\ y > 4$$

7)  $2x > 0; y < 0; 4 - 2x - y < 0$

$$2x - y - (4 - 2x - y) < 4 \\ 2x - y - 4 + 2x + y < 4 \\ 4x < 8 \\ x < 2$$

8)  $2x < 0 \quad y < 0; 4 - 2x - y < 0$

$$-2x - y - (4 - 2x - y) < 4 \\ -2x - y - 4 + 2x + y < 0 \\ \Rightarrow \emptyset.$$

$\Rightarrow$  построим полученные неравенства (решения)  
на графике, (на стр. 8.)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 7.

1) Т.К.  $f(p) = p$

$\Rightarrow f(2) = 2 \quad f(3) = 3 \quad f(5) = 5 \quad f(7) = 7 \quad f(11) = 11 \quad f(13) = 13$

$f(17) = 17.$

2) Т.К.  $f(ab) = f(a) + f(b)$

$\Rightarrow f(1) = 0 \quad f(2) = 1$

$f(4) = 2$

$f(6) = 3$

$f(8) = 4$

$f(10) = 5$

$f(12) = 6$

$f(14) = 7$

$f(15) = 8$

$f(16) = 9$

$f(18) = 10$

$\Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right) = f\left(\frac{1}{y^2} \cdot y\right) = f\left(\frac{1}{y^2}\right) + f(y) \Rightarrow$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right) = 2f\left(\frac{1}{y}\right) + f(y)$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right) = -f(y)$

$\Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$\Rightarrow$  Т.К.  $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Rightarrow f(x) < f(y)$

$\Rightarrow f(1) = 0$

$f(2) = 1$

$f(3) = 2$

$f(4) = 3$

$f(5) = 4$

$f(6) = 5$

$f(7) = 6$

$f(8) = 7$

$f(9) = 8$

$f(10) = 9$

$f(11) = 10$

$f(12) = 11$

$f(13) = 12$

$f(14) = 13$

$f(15) = 14$

$f(16) = 15$

$f(18) = 17$

$f(17) = 16$

$\Rightarrow$  суммарное кол-во таких пар  $(x, y)$  равно:

$17 + 16 + 15 + 14 + 12 + 12 +$

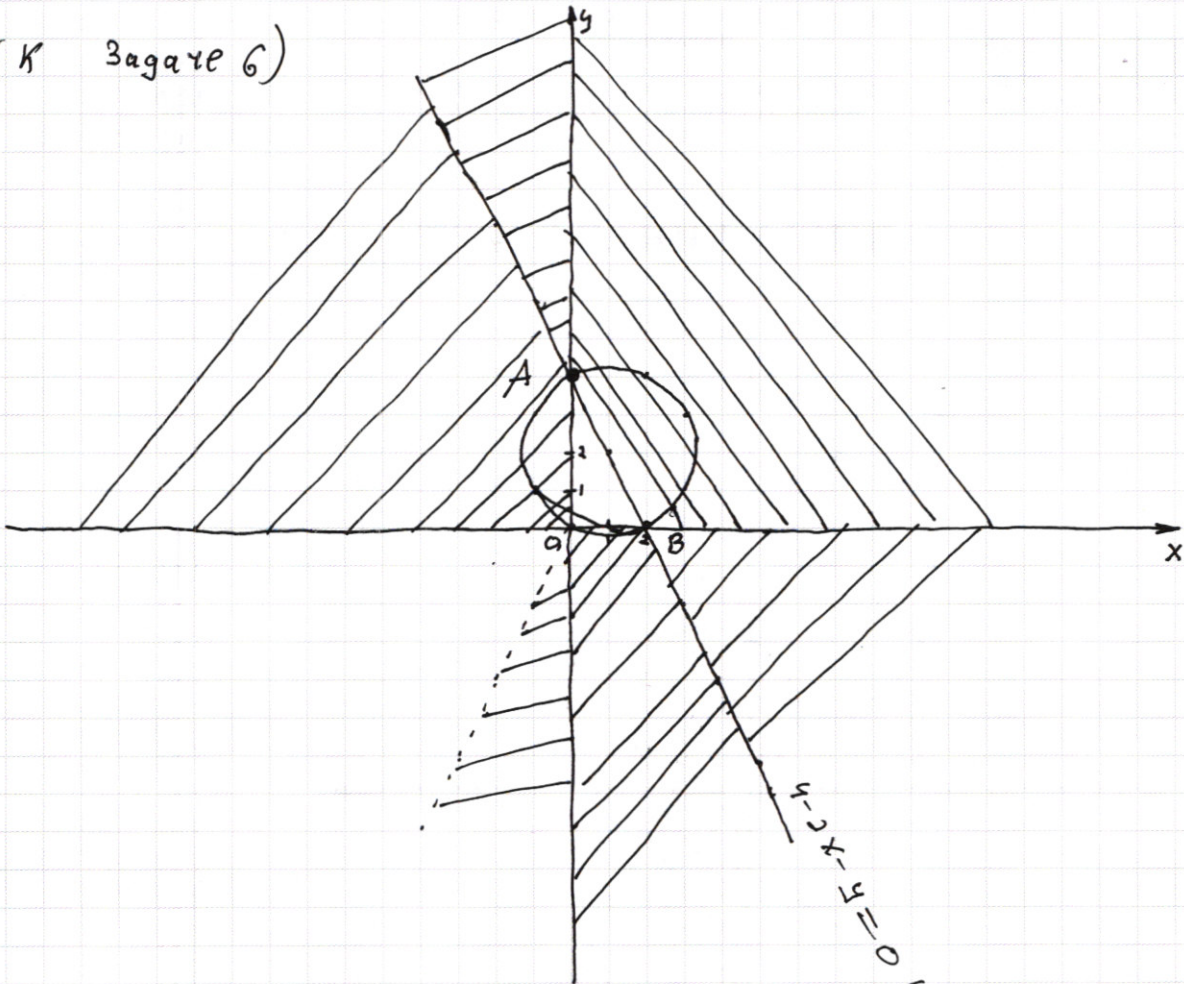
$+ 10 + 10 + 7 + 7 + 7 +$

$+ 3 + 3 + 3 + 2 + 1 =$

$= 89 + 50 = 139.$  Ответ: 139 пар.



(к задаче 6)



⇒ Искомая область - Окружность,  
исключая  $\Delta AOB$

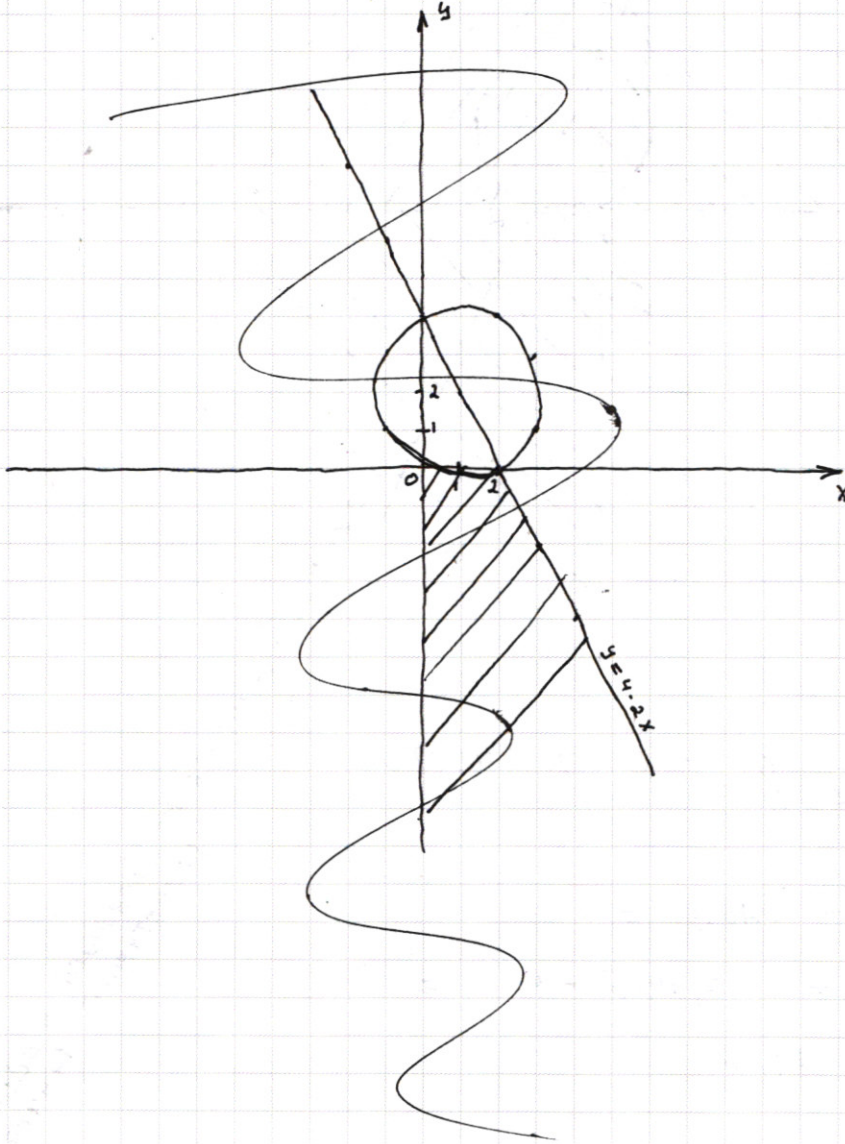
$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= \pi \cdot r^2 - S_{AOB} = \\ &= \pi \cdot 5 - 4 = 3,14 \cdot 5 - 4 = \\ &\approx 15,7 - 4 \approx 11,7 \end{aligned}$$

Ответ:  $S \approx 11,7$ .

(считать не входящей в область заштрихованной линией).



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$8 = \frac{\sqrt{32 - 32 \cos \gamma}}{\sin \gamma}$$

$$64 = \frac{32 - 32 \cos \gamma}{\sin^2 \gamma}$$

$$64 \sin^2 \gamma = 32 - 32 \cos \gamma$$

$$2 \sin^2 \gamma = 1 - \cos \gamma$$

$$\sin^2 \gamma = \frac{1 - \cos \gamma}{2}$$

$$\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\cos \gamma = t \leq 1$$

$$\frac{1 - \cos \gamma}{2} + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\frac{1 - t}{2} + t^2 = 1$$

$$1 - t + 2t^2 = 2$$

$$2t^2 - t + 1 - 2 = 0$$

$$2t^2 - t - 1 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9^2$$

$$t = \frac{1 \pm 3}{4} \quad t_1 = 1 \quad t_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos \gamma = -\frac{1}{2}$$

$$\gamma = 150^\circ$$

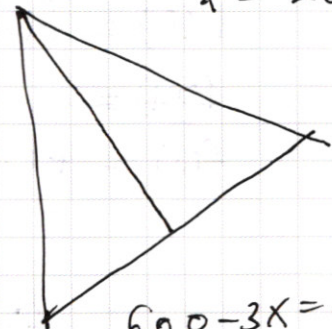
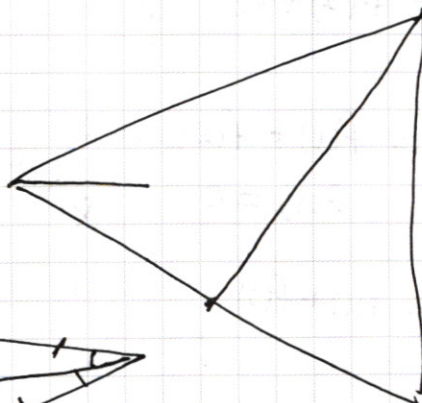
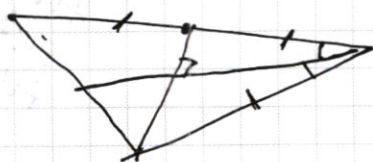
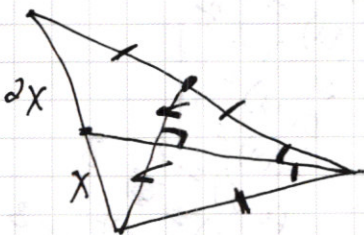
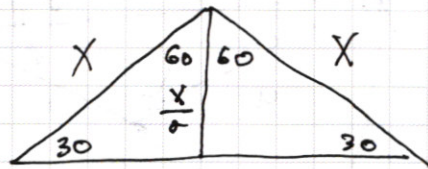
$$\Rightarrow \beta = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\cos 60^\circ =$$

$$X \quad 2X \quad 600 - 3X$$

$$X < 200$$



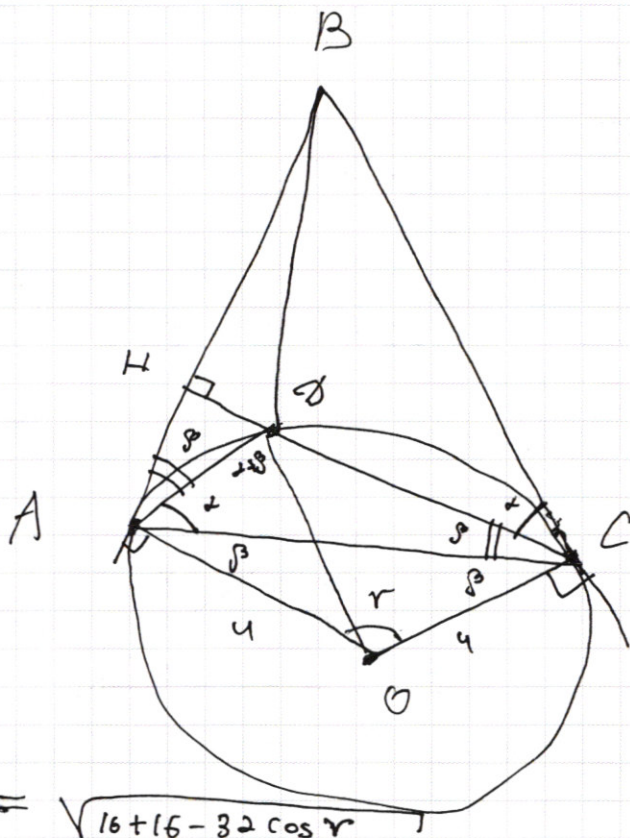
$$600 - 3X = 2X$$

$$600 = 5X$$

$$X = 120$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$AB = BC$   
 $\frac{BC}{CH} = ?$

$\beta + \alpha + \beta = 2\beta + \alpha = 90^\circ$   
 $(8\beta) - \alpha + 2(\alpha + \beta) = 180^\circ$   
 $2\alpha + 2\beta - \alpha = 90^\circ$   
 $\alpha + 2\beta = 90^\circ$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$   
 $f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(\frac{y+x-y}{y}\right) =$

$AC = \sqrt{16 + 16 - 32 \cos \gamma}$

2.4 =

- $f(2) = 2$      $f(3) = 3$      $f(5) = 5$      $f(7) = 7$
- $f(11) = 11$      $f(13) = 13$      $f(17) = 17$
- $f(4) = f(2 \cdot 2) = f(2) + f(2) = 4$
- $f(6) = f(3 \cdot 2) = f(2) + f(3) = 5$
- $f(1) = 1$
- $f(2) = f(1 \cdot 2) = f(1) + f(2) = 2$
- $f(1) = 0$      $f(1) = 0$
- $f(2 \cdot 2) = f(1) + f(2)$
- $f(8) = f(4) + f(2) = 6$
- $f(9) = 6$      $f\left(\frac{1}{3}\right) = 8$
- $f(10) = 7$
- $f(11) = 11$
- $f(12) = 7$
- $f(13) = 13$
- $f(14) = 9$
- $f(15) = 8$      $8$
- $f(16) = 17$
- $f(17) = 17$
- $f(18) = 5 + 3 = 8$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy} \\ x + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy$$

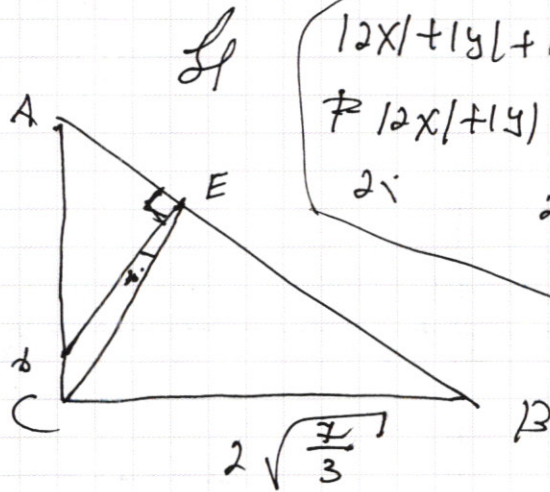
$$x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$$

$$x - 2y >$$

$$(x - 4y)(x - y) = 0$$

$$x = y \quad x = 4y$$

$$\begin{aligned} &= 45 + 50 + 44 = \\ &= 89 + 50 = 139. \end{aligned}$$



$$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4.$$

$$\neq |2x| + |y| + 4$$

$$4 - 2x - y > 0$$

2i

$$2x > 0$$

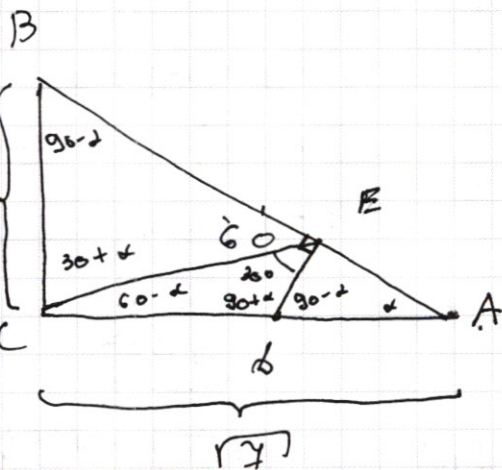
$$4 > 2x + y$$

$$y > y$$

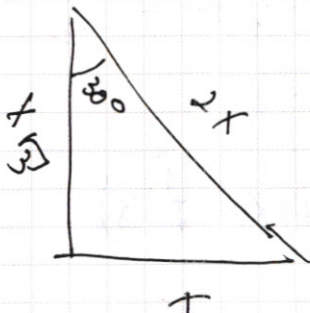
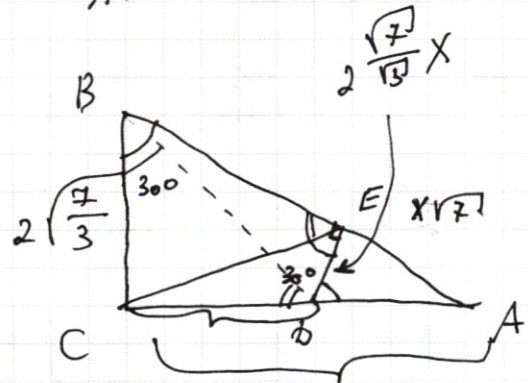
$$y > 0$$

$$4 > 2x$$

$$x < 2$$



$$\frac{Ab}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{CE}{BC}$$



$$\text{tg } \angle A = \frac{2\sqrt{\frac{7}{3}}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ctg } \angle A = \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}$$



$$x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0$$

$$4 - 2x - y \geq 0$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &\leq 5 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 &\leq (\sqrt{5})^2 \end{aligned}$$

$$y = 4 - 2x$$

$$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4$$

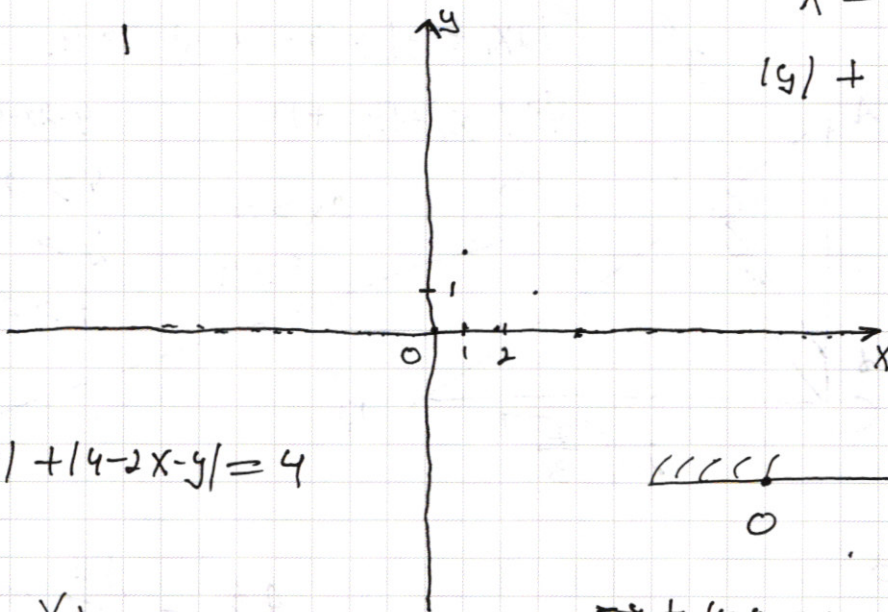
1)  $x < 0$   $y < 0$

$$-2x - y + 4 - (2x + y) > 4$$

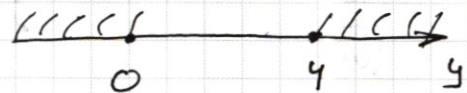
$$x = 0$$

$$|y| + |4 - y| \geq 4$$

$$y > 0$$



$$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| = 4$$



$$-y + 4 - y = 4$$

$$(0; 0) \quad y + 4 - y$$

$$4 - 2y > 4$$

$$y + y - 4 \geq 4$$

$$2y < 0$$

$$2y \geq 8$$

$$y < 0$$

$$y > 4$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) =$$

$$= f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) \quad y \cdot \frac{1}{y}$$

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = -f(y)$$

$$f\left(\frac{1}{y^2} \cdot y\right) = f\left(\frac{1}{y^2}\right) + f(y)$$

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = 2f\left(\frac{1}{y}\right) + f(y)$$

$$f(y) = -f\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{y^2}\right) = f\left(\frac{1}{y}\right) + f\left(\frac{1}{y}\right) =$$

$$= 2f\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$$