МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED = 30°$.

посчитать через тригоному

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

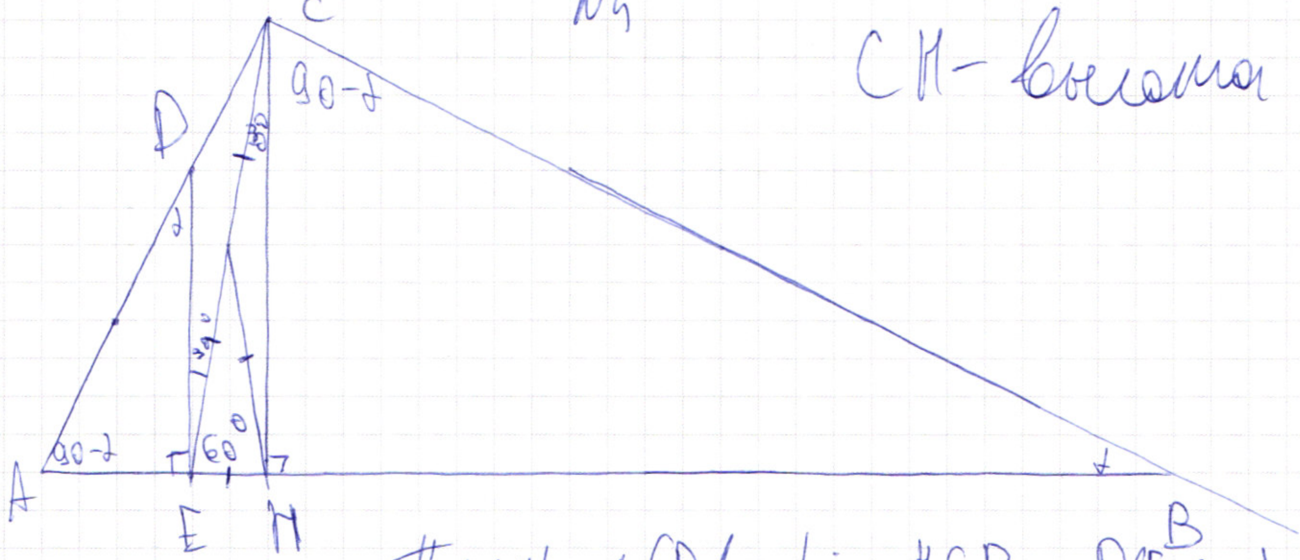
2+1+

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

$x=-1;\ y=2$

№5

CH – высота



Пусть $\angle CBA = \alpha$; $\angle HCB = \angle DAE = 90-\alpha$

~~Дано:~~

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \cancel{\sqrt{7+\frac{14}{3}}}\ \cancel{\sqrt{7+4^7}}$

$= \sqrt{7+\frac{19}{3}} = \sqrt{\frac{40}{3}} = 2\sqrt{\frac{10}{3}}$

$\sin\alpha = \frac{AC}{AB} = \sqrt{\frac{21}{40}}$

$\cos\alpha = \frac{BC}{AB} = \sqrt{\frac{\frac{19}{3}}{\frac{40}{3}}} =$

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{40}{3}}$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{21}{40}}$; $\cos\alpha = \sqrt{\frac{19}{40}}$

Приступим к счёту

$AH = AC \cdot \cancel{\cos\alpha}\ \sin\alpha = \sqrt{\frac{21\cdot 7}{40}} = \sqrt{\frac{147}{40}} = \cancel{7\sqrt{\frac{3}{40}}}$

$CH = BC \cdot \sin\alpha = \sqrt{\frac{19}{3}} \cdot \sqrt{\frac{21}{40}} = \sqrt{\frac{19\cdot 21}{120}} = \sqrt{\frac{399}{120}}$

$\angle CEH = 90^\circ - \angle DEC = 60^\circ$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

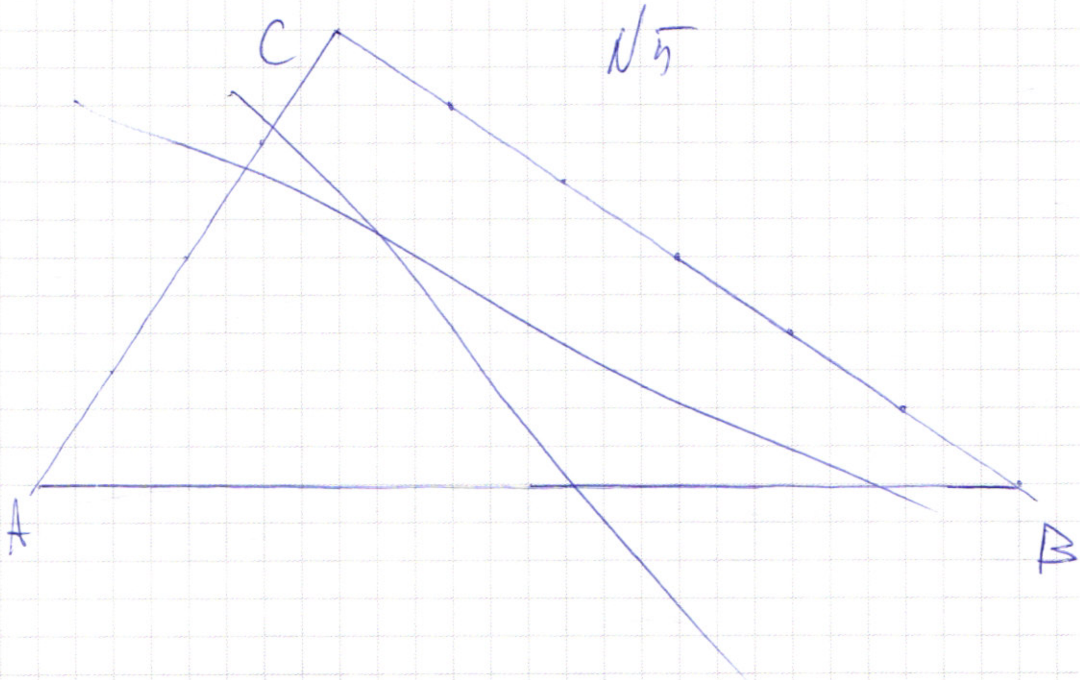
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

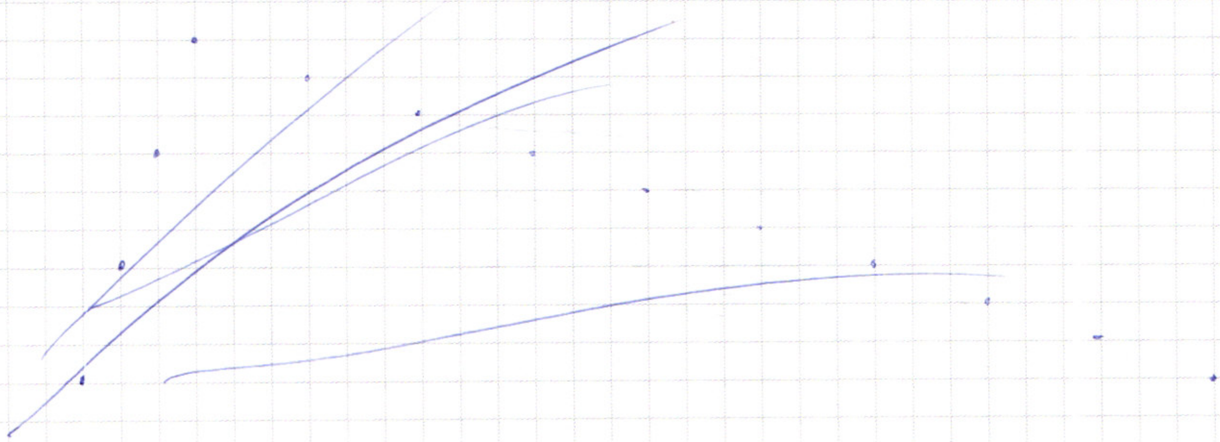
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5





$$AE = AH - EH = \sqrt{\frac{147}{40}} - \sqrt{\frac{133}{120}} = \frac{\sqrt{441} - \sqrt{133}}{\sqrt{120}}$$

$$\cancel{\frac{AD}{AC} = \sqrt{}}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH} = \frac{\frac{\sqrt{441} - \sqrt{133}}{\sqrt{120}}}{\frac{\sqrt{441}}{\sqrt{120}}} = 1 - \frac{\sqrt{133}}{\sqrt{441}} =$$

$$= 1 - \sqrt{\frac{19}{63}}$$

$$\cancel{DE = AE \cdot tg\,\alpha = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{63} - \sqrt{19})}{\sqrt{120}} \cdot \sqrt{\frac{21}{19}} = \frac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{63}\cdot\sqrt{21}}{\sqrt{120}\cdot\sqrt{19}} - \frac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{19}\cdot\sqrt{21}}{\sqrt{120}\cdot\sqrt{19}} =}$$

$$\cancel{= \frac{21\sqrt{21}}{\sqrt{221}} - \frac{7\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{10}} = \frac{21\sqrt{21}}{\sqrt{221}} - \frac{7}{2\sqrt{10}}}$$

$$\cancel{2 S_{ADE} = DE \cdot AE =}$$

$$2 \cdot S_{ADE} = AE^2 \cdot ctg\,\alpha = \frac{441 + 133 - 42\sqrt{133}}{120} \cdot$$

$$\cdot \sqrt{\frac{19}{21}} = \frac{(574 - 42\sqrt{133}) \cdot \sqrt{19}}{240 \cdot \sqrt{21}}$$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = 1 - \frac{\sqrt{19}}{63}$; $S_{ADE} = \frac{(574 - 42\sqrt{133})\sqrt{19}}{240\sqrt{21}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$EH = CH \cdot ctg\,60 = \sqrt{\frac{399}{120}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} =$$

$$= \sqrt{\frac{133}{40}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{\frac{399}{40 \cdot 9}} = \sqrt{\frac{133}{120}}$$

$\triangle ADE \sim ACH$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH}$$

$$AE = AH - EH = \sqrt{\frac{147}{40}} - \sqrt{\frac{133}{120}} = \sqrt{\frac{308}{120}} = \sqrt{\frac{77}{120}}$$

$$\frac{AD}{AC} = \sqrt{\frac{\frac{77}{120}}{\frac{147}{40}}} = \sqrt{\frac{77}{441}} = \sqrt{\frac{11}{63}}$$

$$DE = AE \cdot ctg\,\alpha = \sqrt{\frac{77 \cdot 19}{120 \cdot 21}} = \sqrt{\frac{11 \cdot 19}{360}} = \sqrt{\frac{209}{360}}$$

$$ctg\,\alpha = \sqrt{\frac{19}{21}}$$

$$S_{ADE} = \frac{AE \cdot DE}{2} = \sqrt{\frac{77 \cdot 209}{120 \cdot 360 \cdot 4}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

Возьмем и ~~пос~~ посчитаем значения функции для натуральных аргументов от 1 до 18

$f(2)=2$; $f(3)=3$; $f(5)=5$; $f(7)=7$;
$f(11)=11$; $f(13)=13$; $f(17)=17$

$f(4)=f(2)+f(2)=4$; $f(6)=f(2)+f(3)=5$
$f(8)=f(4)+f(2)=6$; $f(9)=f(3)+f(3)=6$
$f(10)=f(2)+f(5)=7$; $f(12)=f(2)+f(6)=7$
$f(14)=f(7)+f(2)=9$; $f(15)=f(3)+f(5)=8$
$f(16)=f(8)+f(2)=8$; $f(18)=f(9)+f(2)=8$

~~Итого среди f у нас:~~
~~одна 2; одна 3; одна 4; одна~~

~~$f(2$~~ $f(2)=f(1)+f(2)$; $f(1)=0$

Итого среди значений функции имеем один 0; одну 2; одну 3; одну 4; две 5; две 6; три 7; ~~две~~ три 8; одну 9; одну 11; одну 13 и одну 17

Посмотрим на любую пару ~~f(x)~~ x, y

$f(x) = f(x/y) + f(y)$

$f(x/y) = f(x) - f(y)$

$f(x/y) \cancel{>} < 0$ при $f(x) > f(y)$.

Тогда любая пара неравных x, y будет решением. Найдем количество таких.

~~Всего~~ Всего пар C_{18}^2. Из них какие-то состоят из одинаковых чисел, они не подходят. Найдем кол-во неподходящих

$N_{неп} = \underset{\text{две 4}}{C_2^2} + \underset{\text{две 5}}{C_2^2} + \cancel{C_2^2}\, \underset{\text{~~две~~ три 7}}{C_3^2} + \underset{\text{три 8}}{C_3^2} = 8$

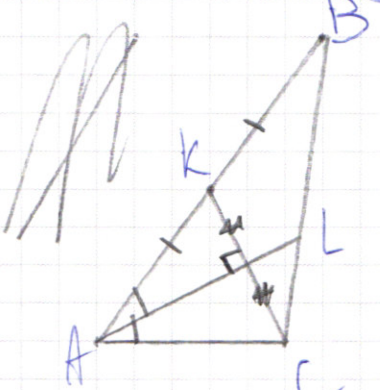
~~Теперь~~ $C_{18}^2 = \cancel{171}\ 153$; $C_{18}^2 - N_{неп} = 145$

Ответ: ~~153 − 8 =~~ 145

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

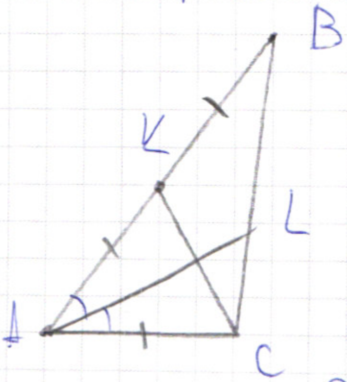
№2

Построим искомую картинку:



Заметим, что $\triangle AKC$ — р/б, т.к. AL — биссектриса и высота одновременно

Тогда $AC = AK = \frac{AB}{2}$. И это является необходимым условием, ~~при конд~~ для перпендикулярности медианы и биссектрисы. Докажем, что это условие достаточное:



Пусть $AC = \frac{AB}{2}$, докажем что $AL \perp CK$.

$\triangle ACK$ — р/б, AL — биссектриса и высота. $AL \perp CK$ ч.т.д.

Таким образом, нам нужно найти кол-во треугольников, в которых одна из сторон равна половине другой.

Пусть одна сторона равна a, тогда другая $2a$, третья ~~3~~$(600-3a)$.
Выполняются такие нер-ва треугольника:

$$\begin{cases} 3a \overset{>}{\cancel{\geq}} 600-3a \\ a+600-3a \overset{>}{\cancel{\geq}} 2a \end{cases} \quad \begin{cases} 6a > 600 \\ 4a < 600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 100 \\ a < 150 \end{cases}$$

Таких целых a всего 49 (от 101 до 149)
Ответ: 49
P.S. не заслуживает рассмотрения случай, когда искомые медиана и биссектриса выходят из одного угла, т.к перпендикуляр к биссектрисе из вершины всегда лежит снаружи треугольника, и не может совпадать с медианой, т.к. медиана всегда внутри:

$\angle AOB < 180°$, сл.
$\angle AOL < 90°$, ~~тогда~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ ~~2~~ 3

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

Возведём первое уравнение в квадрат, запомнив, что $x-2y\geq 0$; $xy\geq 0$

$$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy \\ x+y^2=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-5xy+4y^2=0 \\ x=5-y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-4y)(x-y)=0 \\ x=5-y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=4y \\ x=y \end{array}\right. \\ x=5-y^2 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} 5-y^2=4y \\ 5-y^2=y \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y^2+4y-5=0 \\ y^2+y-5=0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y=-5;\ x=-20 \ (1) \\ y=1;\ x=4 \ (2) \\ y=-0{,}5+\frac{\sqrt{21}}{2}=x \ (3) \\ y=-0{,}5-\frac{\sqrt{21}}{2}=x \ (4) \end{array}\right.$$

Теперь проверим полученные значения, вспомнив записанные ранее условия. Заметим, что у каждой найденной пары $x\cdot y\geq 0$ (т.к. x, y одинаковых знаков)

Проверим $x-2y\geq 0$

1) $x-2y = -20+10 = -10$; не подходит

2) $x-2y = 4-2=2$ подходит

3) $x-2y = -0{,}5+\frac{\sqrt{21}}{2} - 2\left(-0{,}5+\frac{\sqrt{21}}{2}\right) =$

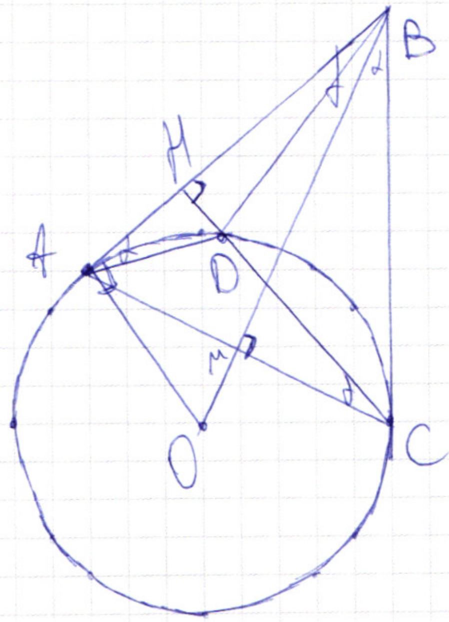
$= 0{,}5 - \frac{\sqrt{21}}{2}$; $\sqrt{21} > \sqrt{16} = 4$; $\frac{\sqrt{21}}{2} > 0{,}5$

не подходит

4) $x-2y = 0{,}5+\frac{\sqrt{21}}{2}$, подходит

$y=x$; $x-2y=-x=0{,}5+\frac{\sqrt{21}}{2}$

Ответ: $(4;1)$, $\left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2} ; \frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)$



№4

1) обозначим $\angle ACH$ за $\angle \alpha$

2) По св-ву касательной $\angle HAD = \angle ACD = \alpha$

3) $AO=OC$; $AB=BC$

Отсюда $ABCO$ — дельтоид

тогда $BO \perp AC$. Обозначим $BO \cap AC = M$

$\angle BHC = \angle BMC$; значит $BHMC$ — вписанный.

Тогда $\angle HBM = \angle HCM = \alpha$

Теперь давайте считать. в $\triangle ABO$ $\angle A = 90°$, поэтому:

$AB = OA \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 4\operatorname{ctg}\alpha$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$DH = \frac{S_{ABD} \cdot 2}{\cancel{2}\, AB} = \frac{12}{4\,ctg\,\alpha} = \cancel{3c}\, 3\,tg\,\alpha$

$AH = \cancel{DA}\, DH \cdot ctg\,\alpha = 3\,tg\,\alpha\, ctg\,\alpha = 3$

$CH = AH \cdot ctg\,\alpha = 3\,ctg\,\alpha$

$AB = 4\,ctg\,\alpha$

$\frac{AB}{CH} = \frac{4\,ctg\,\alpha}{3\,ctg\,\alpha} = \frac{4}{3}$

Ответ: $\frac{4}{3}$

~~№5~~

№6

$\begin{cases} |2x| + |y| + |4-2x-y| > 4 \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} |2x| + |y| + |4-2x-y| > 4 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 \le 5 \end{cases}$

То, что снизу – это круг с центром $(1;2)$ и радиусом $\sqrt{5}$. А сверху посмотрим внимательнее.

Как известно, ~~сумма моду~~ модуль суммы чисел не превышает сумму их модулей, т.е.:

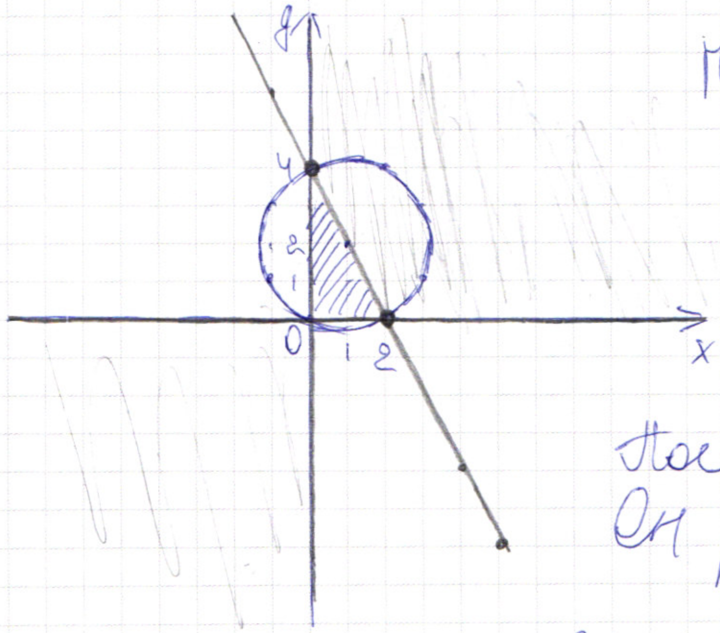
$|4-2x-y| + |y| + |2x| \geq |4-2x-y+y+2x| = 4$

$|4-2x-y| + |y| + |2x| \geq 4$ при любых x, y

От нас ~~н~~ требуется отсеять случай равенства, который достигается ~~хоть~~ только когда все подмодульные выражения имеют равные знаки. Имеем совокупность систем:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4-2x-y \geq 0 \\ 2x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4-2x-y < 0 \\ 2x < 0 \\ y < 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

строим эти прямые и окружность



Не подходящие нам области заштрихованы ручкой

Посчитаем ответ. Он равен площади окружности без закрашенного треугольника

$$S = \pi r^2 - \frac{2 \cdot 4}{2} = \pi \cdot 5 - 4$$

Ответ: $5\pi - 4$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\le 0$$

~~x~~ Пусть $x>3$, тогда

$$\frac{x^2-6x+10-2x+6}{2x^2-4x+x(x-2)}\le 0$$

$$\frac{x^2-8x+16}{\cancel{2(x}\ 2x(x-2)+x(x-2)}\le 0$$

$$\cancel{\frac{x^2-8x+16}{}}\ \frac{(x-4)^2}{x(2(x-2)+(x-2))}\le 0$$

$$\frac{(x-4)^2}{x(3x-6)}\le 0 \quad \Big| : \frac{(x-4)^2}{x} \quad \text{т.к. } x \cancel{>0} >3$$

$x=4$ корень

$$\frac{1}{3x-6}\le 0 \quad \text{решений нет, т.к. } x>3;$$

$3x-6>0$

Пусть $2\le x\le 3$, тогда

$$\frac{x^2-6x+10+2x-6}{x(3x-6)}\le 0$$

x

$$\frac{x^2-4x+4}{x(3x-6)} \le 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{\cancel{3x(x}\; 3(x-2)} \le 0 \qquad (x-2) \ne 0$$

$$\frac{x-2}{3} \le 0$$ решений нет, т.к.

$2 < x \cancel{\le} < 3$

Пусть $x = 2$, тогда

$$\frac{x^2-6x+10-2(x-3)}{0} \le 0,$$ ~~не~~ плохой случай

Пусть ~~$x<$~~ $0<x<2$

$$\frac{x^2-6x+10+2x-6}{2x^2-4x+x\cdot(2-x)} \le 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{2x^2-2x-x^2} \le 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{x^2-2x} \le 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{x(x-2)} \le 0 \quad x-2 \ne 0;\ x-2<0$$

$$\frac{x-2}{x} \cancel{\le} \ge 0$$ ~~решений нет, т.к. $0<x<2$~~

~~решения:~~ $x \in (0; \cancel{x}\ 2)$ решений нет

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

пусть $x<0$

$$\frac{(x-2)^2}{2x^2-4x-x(2-x)}\le 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{2x^2-4x-2x+x^2}\le 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{3x^2-6x}\le 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{\cancel{3(x^2-2}\;3x(x-2)}\le 0 \quad ; x-2\ne 0 ; x-2<0$$

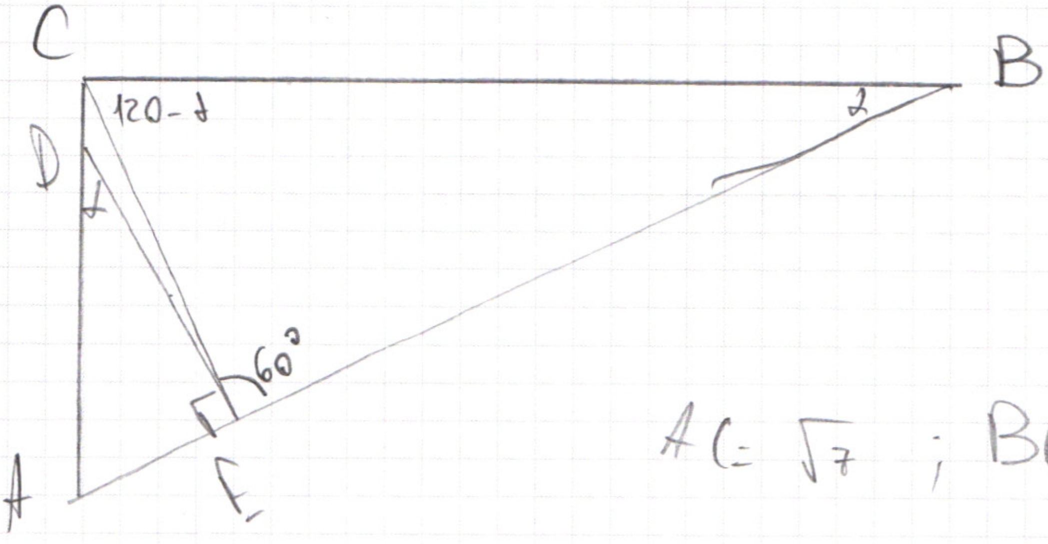
$$\frac{x-2}{3x} \cancel{\le}\ge 0$$, решения $x\in(-\infty;0)$

Ответ: $x\in(-\infty;0)$

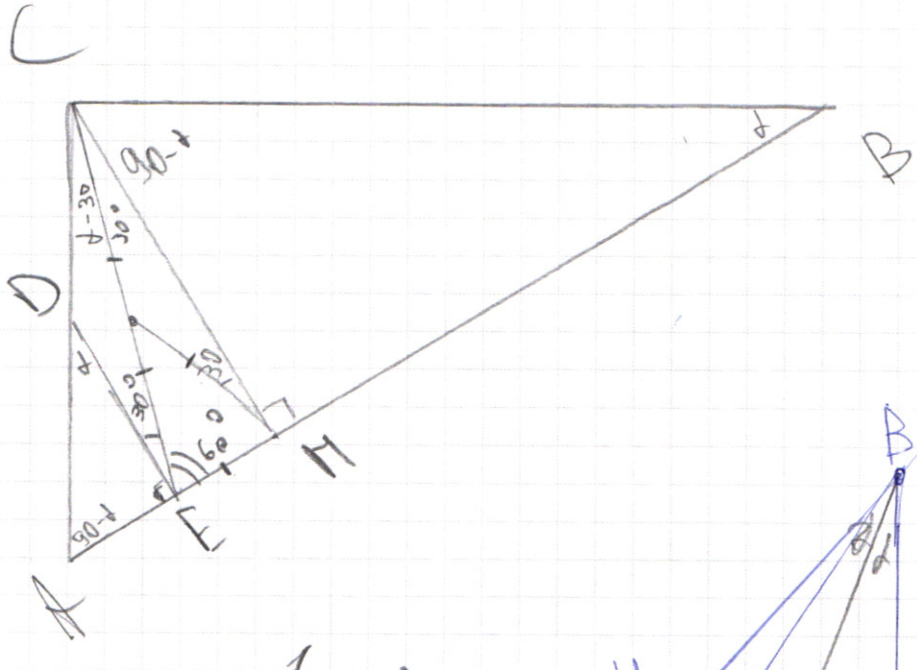
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)



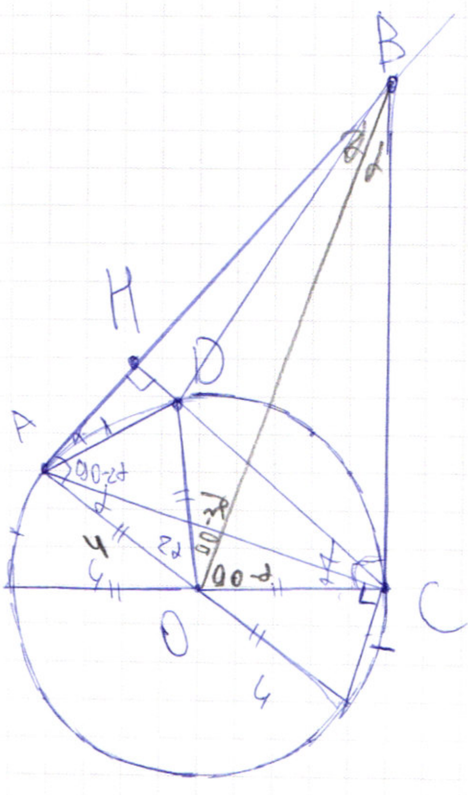
$AC = \sqrt{7}$; $BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$



$180 - 4\alpha - (90 - \alpha) =$
$= 90 - 3\alpha$

$180 - 2\alpha$

$360 - 18\alpha$



$AB = 4 \cdot ctg\,\alpha$

$DH = \frac{12}{AB} =$

$= 3tg\,\alpha$

$AH = 3$

$CH = AH \cdot ctg\,\alpha =$

$= 3\,ctg\,\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

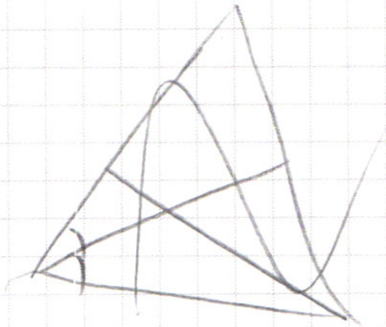
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

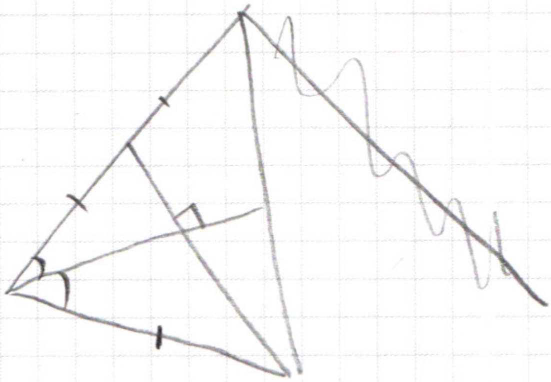
ШИФР

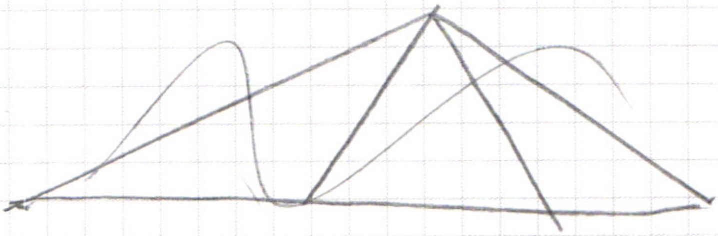
(заполняется секретарём)

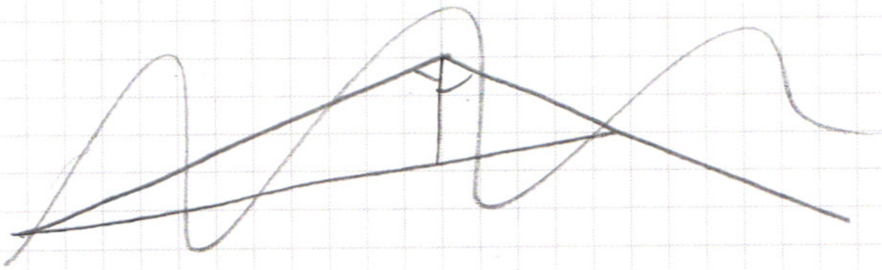
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2









☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

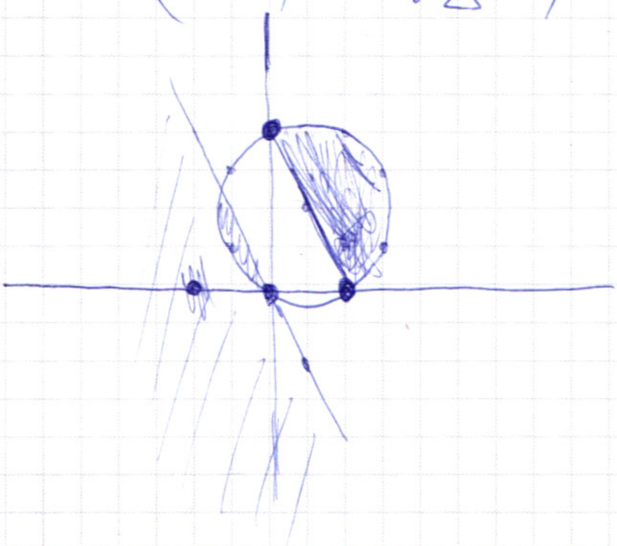
(Нумеровать только чистовики)

N6

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 \\ x^2-2x-4y+y^2\le 0 \end{cases}$$

$$\left\{ (x^2-2x+1)+(y^2-4y+4)\le 5 \right.$$

$$(x-1)^2+(y-2)^2\le 5$$



$2x+y<0$

$2x+y=0$

$4-2x-y\ge 0$

$$|2x|+|y|+|4-2x-y|\geqslant 4$$

$$\begin{cases} 2x\geqslant 0 \\ y\ge 0 \\ 4-2x-y\ge 0 \end{cases}$$

$2x+$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ 4-2x-y\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x<0 \\ y<0 \\ 4-2x-y<0 \end{cases} \quad \varnothing \end{array} \right.$$

$$x-2y=\sqrt{xy}$$

$$x+y^2$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$f(2)=2$; $f(3)=3$; $f(4)=f(2\cdot2)=f(2)+f(2)=4$; $f(5)=5$; $f(6)=f(2)+f(3)=5$

$f(7)=7$; $f(8)=f(4)+f(2)=6$; $f(9)=f(3)+f(3)=6$; $f(10)=f(2)+f(5)=7$; $f(11)=11$;

$f(12)=f(3)+f(4)=f(2)+f(6)=7$

$f(13)=13$; $f(14)=f(7)+f(2)=9$;

$f(15)=f(5)+f(3)=8$; $f(16)=f(4)+f(4)=8$; $f(17)=17$; $f(18)=f(2)+f(9)=8$

$f(x)=f(x/y)+f(y)$

Какие есть пары $f(k)$:

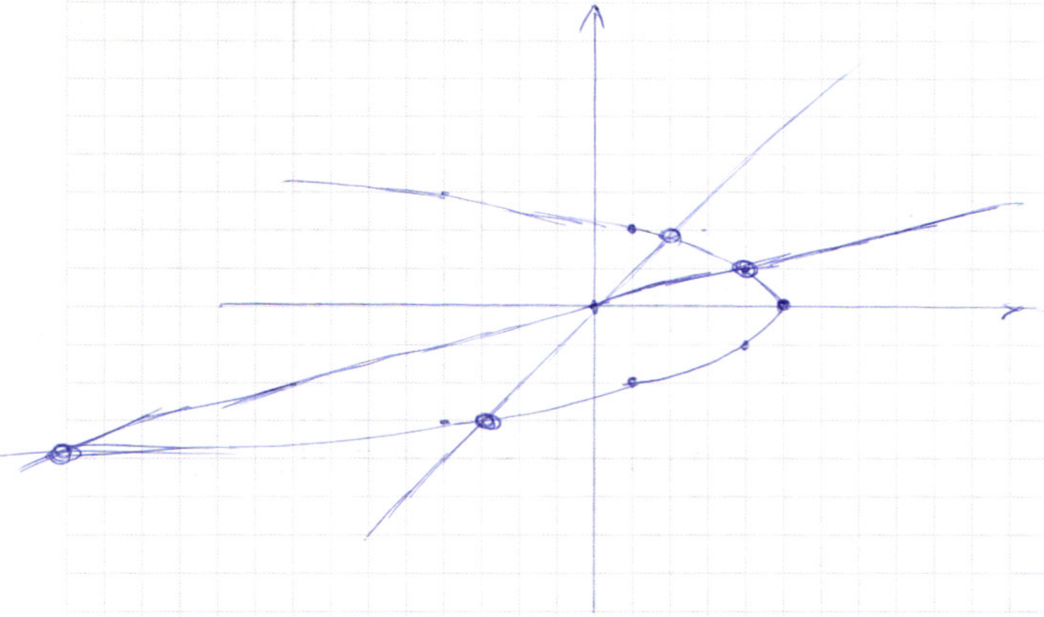
1x2; 1x3; 1x4;

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$x+y^2=5$ $\qquad x=5-y^2$

$\left[\begin{array}{l} x-y=0 \\ x-4y=0 \end{array}\right.$



$x=5-y^2=y$

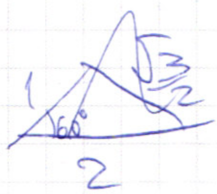
$y^2+y-5=0$

1

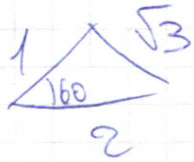
$\cancel{4}4400\cdot 12$ $\qquad AC^2+BC^2=7+\frac{19}{3}=\frac{40}{3}$

$AB=\sqrt{\frac{40}{3}}$

$\begin{array}{r|l} 441 & 7 \\ 42 & 63 \\ 21 & \end{array}$



$\begin{array}{r} 11 \\ \times 19 \\ \hline 99 \\ 11 \\ \hline 209 \end{array}$ $\qquad \begin{array}{r} 21 \\ \times 19 \\ \hline 189 \\ 21 \\ \hline 399 \end{array}$ $\qquad 3\cdot 147 = 441$ $\qquad \begin{array}{r} 441 \\ -133 \\ \hline 308 \end{array}$



$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\begin{array}{r|l} 308 & 4 \\ 28 & 77 \\ 28 & \end{array}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\begin{cases} x+y^2=5 \\ x-2y=\sqrt{xy} \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y^2=5 \\ x^2-4xy+4y^2=xy \\ xy\geq 0 \\ x-2y\geq 0 \end{cases}$$

1, $\sqrt{3}$, 2, 60

$\sqrt{399}$

$\sqrt{\frac{19}{3\cdot 7}}=\sqrt{\frac{7\cdot 19}{21}}$

$$\begin{cases} x+y^2=5 \\ x^2-3xy+4y^2=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y^2=5 \\ x- \end{cases}$$

$\frac{\sqrt{441}-\sqrt{133}}{120}$

$x^2-3x+4=x-4$

$\mathrm{ctg}\,y=$

$D(x)=9y^2-16y^2=-7y^2$

Откуда $y=0$; $x=0$ единственное решение нижнего уравнения

$\sqrt{19/21}$

$x=-1$; $y=-1$

$-1-(2\cdot -1)=1=$

$\sqrt{7}$

$x-2y=\sqrt{xy}$

$$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=xy \\ x-2y\geq 0 \\ xy\geq 0 \end{cases}$$

$x^2-5xy+4y^2$

$(x-4y)(x-y)=0$

$21 \times 19 = 189$, 21, 399

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)