МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 18$, $1\leqslant y\leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

Числитель всегда ≥ 0 как квадрат.

$\Rightarrow$ Единственный вариант:

$x=4$. (тогда числитель $=0$).

(2) $2 \leq x \leq 3$. $\Rightarrow$ $\dfrac{x^2-6x+10-6+2x}{2x(x-2)+x(x-2)} =$

$= \dfrac{x^2-4x+4}{3x(x-2)} = \dfrac{(x-2)^2}{3x(x-2)} \leq 0$

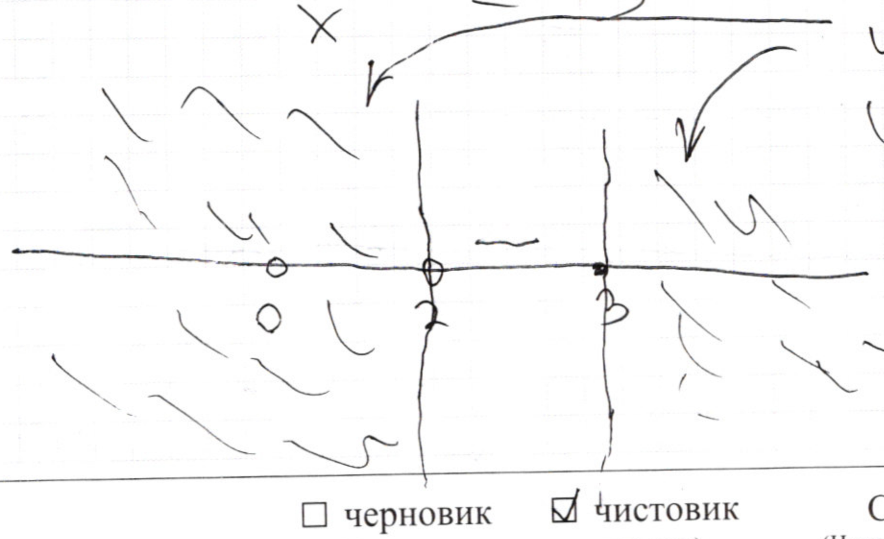
$\Rightarrow \dfrac{(x-2)^2}{x(x-2)} \leq 0$.

ОДЗ $\Rightarrow$ $x \neq 0$; $x \neq 2, 4$

$\Rightarrow$ $2 < x \leq 3$.

Соблюдая ОДЗ, сократим $(x-2)$:

$\dfrac{x-2}{x} \leq 0 \Rightarrow$ Метод интервалов:



Интервалы $(-\infty; 2]$ и $(3; +\infty)$ не подх. по ОДЗ. $\rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Решение. $\dfrac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leq 0.$

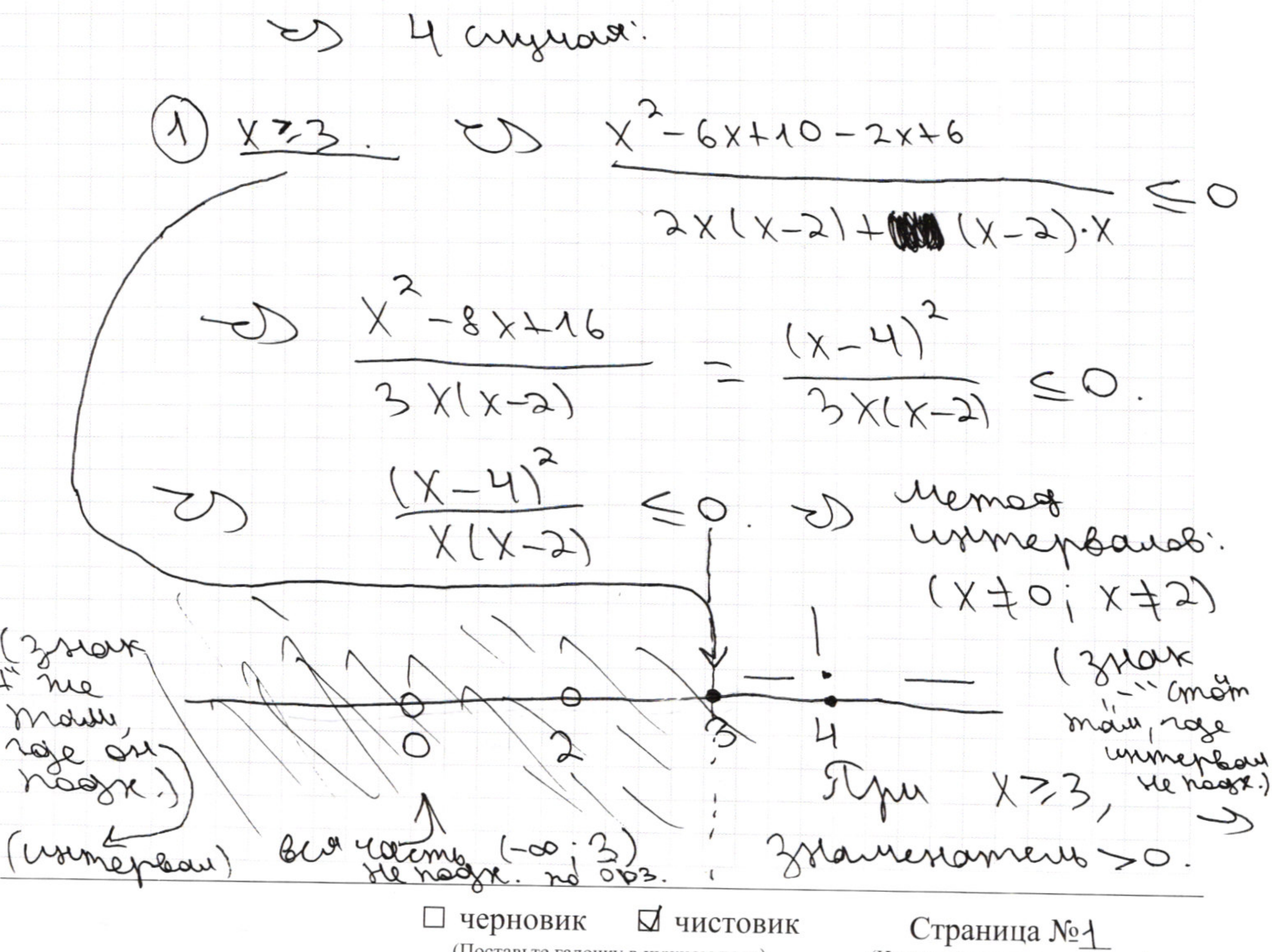
Не будем писать ОДЗ, а лучше в конце проверим корни, подставив их в знаменатель. (он не должен быть равен 0).

$\Rightarrow$ 4 случая:

1) $x \geq 3.$ $\Rightarrow$ $\dfrac{x^2-6x+10-2x+6}{2x(x-2)+(x-2)\cdot x} \leq 0$

$\Rightarrow \dfrac{x^2-8x+16}{3x(x-2)} = \dfrac{(x-4)^2}{3x(x-2)} \leq 0.$

$\Rightarrow \dfrac{(x-4)^2}{x(x-2)} \leq 0.$ $\Rightarrow$ Метод интервалов: $(x \neq 0;\ x \neq 2)$



При $x \geq 3$, знаменатель >0.

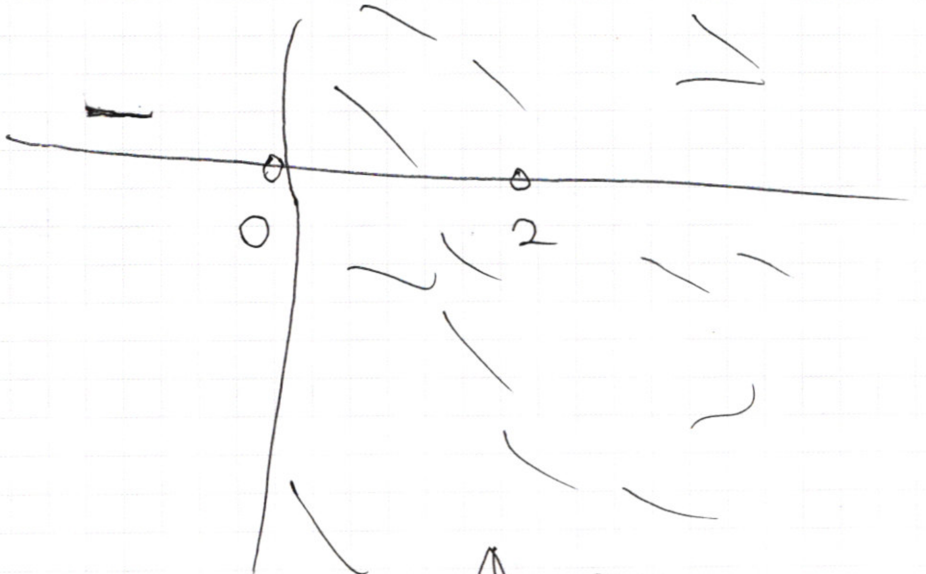
4) $x \leq 0. \Rightarrow \dfrac{x^2-6x+10-6+\cancel{\ldots}2x}{2x(x-2)+x(x-2)} \leq 0.$

$\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$

Аналогично 2-ому случаю, получаем, что

$\dfrac{x-2}{x} \leq 0$, но в этом случае $x<0$.

$\Rightarrow$ Метод интервалов:



Этот интервал не подх. по ОДЗ.

$\Rightarrow$ в этом случае $x \in \varnothing$.

$\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ Итого, $x=4$; $0<x<2$.

Проверка:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

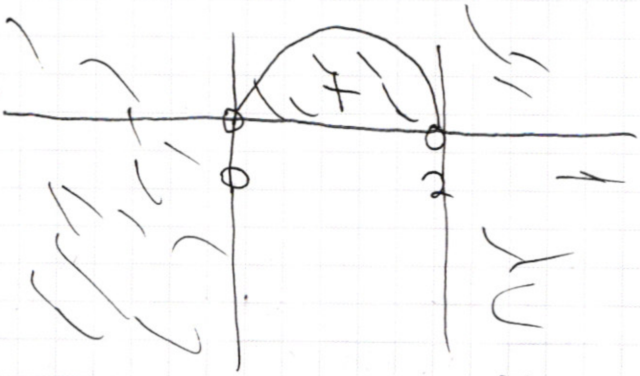
$\Rightarrow$ $\Rightarrow$ ~~в этом случае~~ в этом случае $x \in \varnothing$.

3) $0 \le x \le 2$. $\Rightarrow$ $\dfrac{x^2-6x+10+2x-6}{2x(x-2)-x(x-2)} = \dfrac{\overset{(x-2)^2}{\overset{\parallel}{x^2-4x+4}}}{x(x-2)} \le 0$. $(x \neq 0,\ x \neq 2)$

$\Rightarrow$ Как и в прошлом случае, ~~получ~~ получаем:

$\dfrac{x-2}{x} \le 0$, но в этом случае ~~x<x<2~~ $0 < x < 2$.

$\Rightarrow$ Метод интервалов:



$\Rightarrow$ $0<x<2$.

Эти интервалы не подх. по ОДЗ

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

$x^2-4xy+4y^2=xy$. $\Rightarrow$ $x^2-5xy+4y^2=0$.

$\Rightarrow$ Поделим на y^2 (ОДЗ: $y\neq0$):

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2-5\cdot\frac{x}{y}+4=0.$$

Замена: $\frac{x}{y}=t$.

$\Rightarrow$ $t^2-5t+4=0$

$$t_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{5\pm3}{2}=4;1.$$

$\Rightarrow$ $\frac{x}{y}=4;1$.

$\Rightarrow$ Два случая:

1.) $x=4y$. $\Rightarrow$ Подст. во 2-ое ур-е:

$4y+y^2=5\Rightarrow$ $y^2+4y-5=0$.

$$y_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16+20}}{2}=\frac{-4\pm6}{2}=$$

$=1;-5\Rightarrow x=4;-20$.

~~Но пара $(x;y)=(-20;-5)$ не подх. по ОДЗ. (ибо тогда $x-2y=\sqrt{xy}<0$)~~

2.) $x=y\Rightarrow$ Подст. во 2-ое ур-е: $\Rightarrow$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow 2x^2 - 4x + |x||x-2| \neq 0.$

$x=4$: $2\cdot 16 - 16 + 4\cdot 2 = 16+8=24 \neq 0$

$\Rightarrow$ подх.

$0<x<2$:

$0<x<2 \Rightarrow$ ~~$2x^2 - 4x - ...$~~

$\Rightarrow \quad 2x(x-2) - x(x-2) = x(x-2) \neq 0.$

При $0<x<2$, очевидно, что $x(x-2)\neq 0 \Rightarrow 0<x<2$ — подх.

$\Rightarrow$ Ответ: $\boxed{x=4;\ 0<x<2.}$

N3.

ОДЗ: $xy \geq 0$

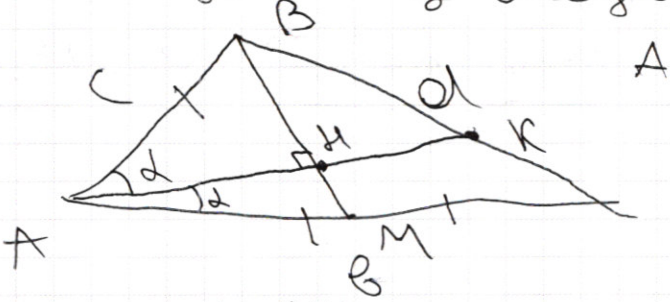
Решение. $\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy} \\ x+y^2=5. \end{cases}$

Соблюдая ОДЗ, возведем 1-ое ур-е в квадрат:

$\rightarrow$

№2

Решение. Рассмотрим Δ-ик, у которого одна из бис-с ⊥-а одной из медиан.



ΔABC. AK — бис-са угла A; BM — медиана.

$AK \perp BM$.

a, b, c — стороны.

Заметим, что AH — бис-са и высота ΔABM.

(высота ибо $AK \perp BM$, бис-са — ибо AK — бис-са ∠A).

$\Rightarrow$ ΔABM — р/б.

$\Rightarrow$ $AM = AB = c = \frac{b}{2}$.

$\left(AM = \frac{AC}{2} = \frac{b}{2}\right)$.

~~⇒ Всех таких Δ-ков~~

~~какая-то~~

~~⇒ Если в Δ-ке бис-са~~

~~⊥-а какой-то медиане,~~

~~что~~ $\Rightarrow$ Если в ΔABC медиана, проведенная из (·)-и B, ⊥-а бис-се, проведенной из (·)-и A, $\Rightarrow$ то $AB = \frac{AC}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 8

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ $y^2+y-5=0.$

$$y_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+20}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}.$$

$$\Rightarrow (x;y)=\left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2};\frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right);\quad \left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2};\frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right).$$

$\Rightarrow$ $\cancel{(x;y)=(4;1)}$,

Ответ:

$$\boxed{(x;y)=(4;1);(-20;-5);\left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2};\frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right);\left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2};\frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right).}$$

$\cancel{b = 600 - 3a}$

$\cancel{\Rightarrow 1200 - 6a > a > 400 - 2a.}$

$\cancel{\Rightarrow a < \frac{1200}{7} ;\ a > \frac{400}{3}.}$

$\cancel{a \in \mathbb{N} \Rightarrow a \geq 134,\ a \leq 171.}$

$\cancel{\left(\text{ибо } \frac{400}{3} = 133 + \frac{1}{3} \text{ и } \frac{1200}{7} = 172 - \frac{4}{7}\right)}$

$\cancel{\Rightarrow 134 \leq a \leq 171.}$

$\cancel{\Rightarrow a = 134, 135, \ldots, 171.}$

$\cancel{b = 198, 195, \ldots,}$

Также, по нерав-ву Δ-ка:

$$\begin{cases} a + 2a > b \\ a + b > a \cdot 2 \\ 2a + b > a \end{cases}$$

строго больше ибо у нас именно Δ-ки

$\Rightarrow a > \frac{b}{3} ;\ b > a \Rightarrow \frac{b}{3} < a < b.$

$b = 600 - 3a \Rightarrow 200 - a < a < 600 - 3a$

$\Rightarrow a > 100 ;\ a < 150. \Rightarrow 100 < a < 150$

$\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $\longrightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ Нам надо найти все такие ~~пары натуральных чисел a и b,~~ ~~что~~ тройки натуральных чисел a, b, c, что

$$\begin{cases} a+b+c=600 \\ a,b,c \in \mathbb{N} \end{cases}$$

и, к примеру, $c=2a$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a+b=600 \\ a,b \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Если $a \geq 200$, то $3a \geq 600$ и $3a+b>600 \Rightarrow a<200$.
невозможно.

$\Rightarrow$ $a = 1, 2, 3, \ldots 199;$ $\Rightarrow$

$b = 600-3a = 597; 594; \ldots; 3.$

~~Также, по нерав-ву Δ-ка:~~ строго больше, т.к. у нас именно Δ-ик.

$$\begin{cases} a+\frac{a}{2}>b \\ a+b>\frac{a}{2} \\ \frac{a}{2}+b>a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>\frac{a}{2} \\ a<2b \\ a>\frac{2}{3}b \end{cases}$$

$b\ \ a>\frac{2}{3}b.$

$b>-\frac{a}{2}$

$b>\frac{a}{2}$

$\Rightarrow 2b>a>\frac{2}{3}b.$

№4 (~~[illegible]~~)

Решение:

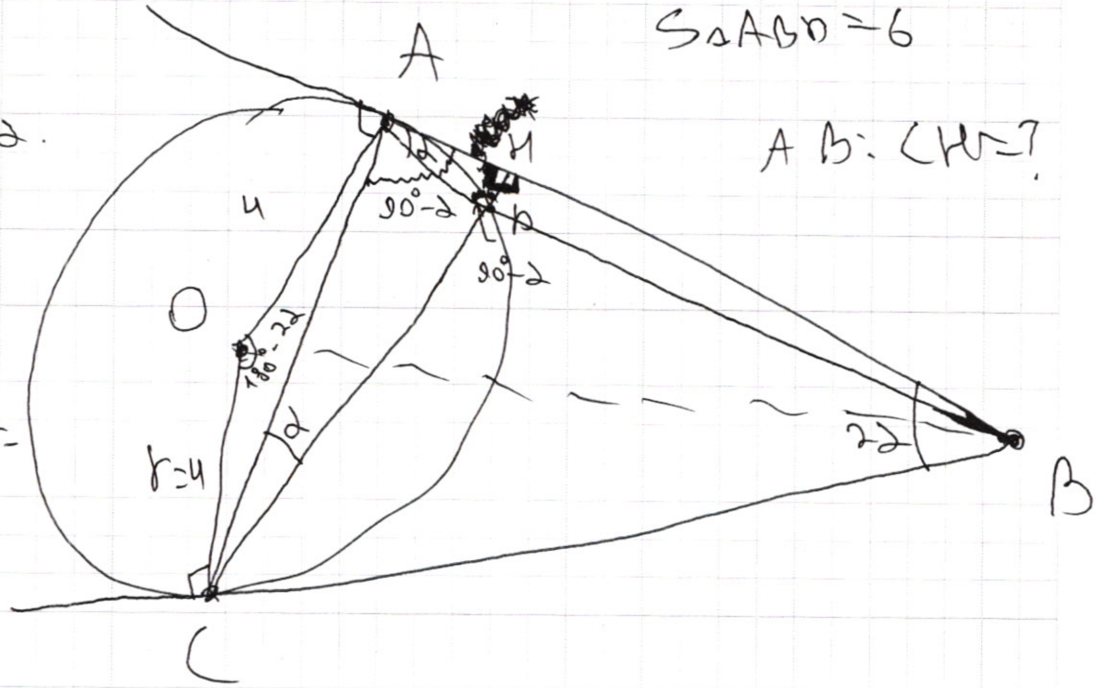
Пусть $\angle ACH = \alpha$. $\Rightarrow$ По теор. о впис. угле:

$\smile AD = 2\angle ACD = 2\angle ACH = 2\alpha$.

$r = 4$

$S_{\triangle ABD} = 6$

$AB : CH = ?$



По теореме об угле между касат-ой и хордой: $\angle DAH = \frac{\smile AD}{2} = \frac{2\alpha}{2} = \alpha = \angle ACH \Rightarrow$ по 2-ум углам, $\triangle ACH \sim \triangle AHD$. $\Rightarrow$ $\frac{AH}{CH} = \frac{HD}{AH} = \frac{AD}{AC}$.

$\smile AC = \smile AD + \smile DC$.

$\smile AD = 2\cdot\alpha$; $\smile DC = 2\angle CAD$.

$\angle CAD = \angle CAH - \angle DAH = 90° - 2\alpha$.

$\Rightarrow \smile DC = 180° - 4\alpha \Rightarrow \smile AC = 180° - 2\alpha =$

$= \angle AOC$ — центральный угол, опир. на дугу AC

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ $a = 101; 102; \dots; 149;$

$b = 297; 294; \dots; 153.$

$c = 2a = 202; 204; \dots; 298.$

$\Rightarrow$ У нас 49 таких троек.

$\Rightarrow$ Всего 49 треугольников.

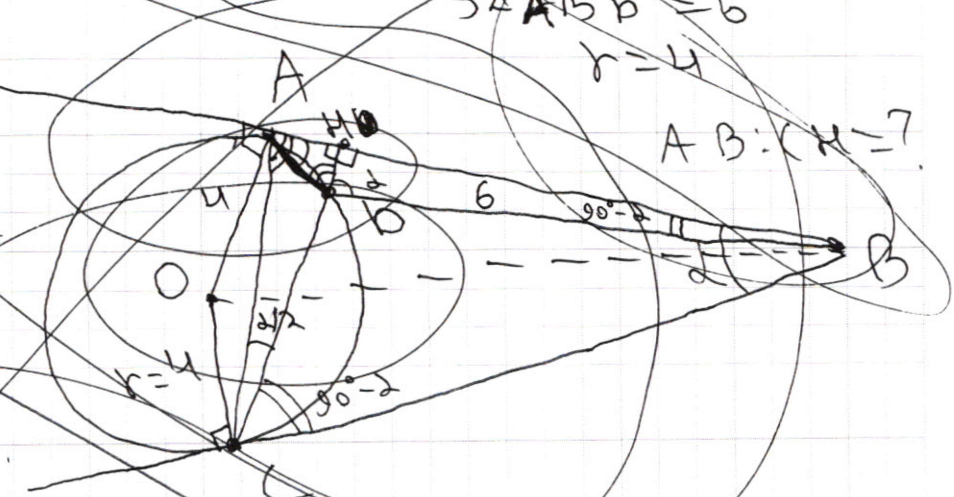
Ответ: 49.

№4.

$S_{\triangle ABD} = 6$

$r = 4$

$AB : CH = 7.$



Решение.

Обозн. $\angle HBC = \alpha$

$\Rightarrow \angle HCB = 90° - \alpha.$

$\triangle ACB$ - н.б., ибо $AB = CB$ как отрезки касат-ых. $\Rightarrow$

$\angle ACB = 90° - \frac{\alpha}{2} = \angle CAB.$

(AB = CB как отрезки кас-них).

$\Rightarrow$ В $\triangle ADC$ по обобщенной теор. Синусов:

$$2r = 2\cdot 4 = 8 = \frac{AC}{\sin\angle ADC}$$

$\angle ADC = 180^\circ - \angle ACD - \angle CAD = 180^\circ - \alpha -$
$- (\angle CAH - \angle DAH) = 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha - \alpha) =$
$= 90^\circ + \alpha \Rightarrow 8 = \frac{AC}{\sin(90^\circ+\alpha)} =$
$= \frac{AC}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{32([redacted]2\cos^2\alpha)}}{\cos\alpha}$

$\Rightarrow 8\cos\alpha = \sqrt{32([redacted]2\cos^2\alpha)}$

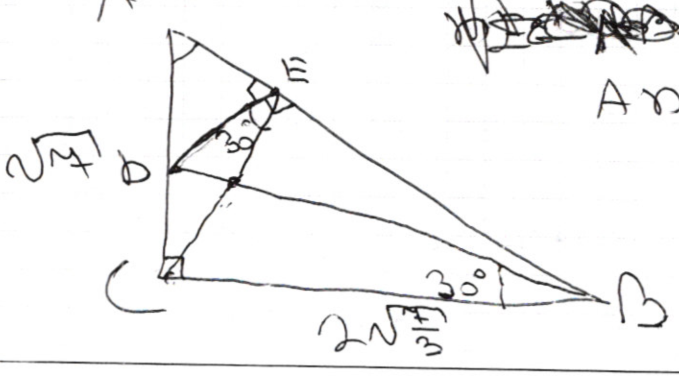
$\Rightarrow 64\cos^2\alpha = 32([redacted]2\cos^2\alpha).$

$2\cos^2\alpha = 2\cos^2\alpha.$

$S_{\triangle ABD} = 6 = \frac{HD\cdot AB}{2} = \frac{AB\cdot AD\cdot \sin\alpha}{2}$

продолжение будет позже

N 5



~~[illegible]~~ $DE \perp AB$

$AD : AC = ?$

$S_{\triangle AED} = ?$ $\rightarrow$

$AC = \sqrt{7}$

$BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\angle CED = 30^\circ$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ $\Rightarrow$ Из $\triangle AOC$ по теор. косинусов:

$AC^2 = 16+16-2\cdot16\cdot\cos(180^\circ-2\alpha) =$

$= 32+32\cos2\alpha$.

$\Rightarrow$ $AC = \sqrt{32(1+\cos2\alpha)}$.

$1+\cos2\alpha = 1+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$.

$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ — осн. триг. тожд.

$\Rightarrow$ $\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha \Rightarrow$

$1+\cos2\alpha = 1+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha = \cos^2\alpha+\cos^2\alpha =$

$=2\cos^2\alpha$. $\Rightarrow$ $AC = \sqrt{32(2\cos^2\alpha)}$.

$\angle OCB = \angle OAB = 90^\circ$ как

угол между радиусом и касат.ной.

$\Rightarrow$ $\angle OCB+\angle OAB = 90^\circ+90^\circ=180^\circ$

$\Rightarrow$ по признаку впис. 4-ка, 4-к

$OCBA$ — впис. $\Rightarrow$ $\angle ABC =$

$= 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ-(180^\circ-2\alpha)=2\alpha$.

$\angle CHB = 90^\circ$ и.к. CH — высота $\triangle ABC$.

$\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $\sin2\alpha = \frac{CH}{CB} = \frac{CH}{AB}$.

$\rightarrow$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

□CDEB – вписан., $\angle CDE = 180° - \angle CBE$.

$\Rightarrow \angle ADE = 180° - \angle CDE = 180° - (180° - \angle CBE) =$

$= \angle CBE$, $\angle A$ – общий $\Rightarrow$

$\triangle ADE \sim \triangle ACB$.

Коэфф. подобия:

$k = \frac{AB}{AD}$. $AB^2 = AC^2 + CB^2$

по т. Пифаг. $\Rightarrow AB^2 = 7 + 4 \cdot \frac{7}{3} =$

$= \frac{3 \cdot 7}{3} + \frac{4 \cdot 7}{3} = \frac{49}{3} \Rightarrow AB = \frac{7}{\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow k = \frac{\frac{7}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{7 \cdot 3}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}$.

$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = k^2 = 7 \cdot 3 = 21$.

$\Rightarrow \boxed{S_{\triangle ADE}} = \frac{S_{\triangle ABC}}{21} =$

$= \frac{\frac{7}{\sqrt{3}}}{21} = \frac{7}{21\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow$ Ответ: $AD : AC = 1 : 3$; $S_{\triangle AED} =$
$= \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow$ Решение. Проведем DB.

$\angle DEB = 90^\circ$, $\angle DCB = \angle C = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle DEB + \angle DCB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ по признаку впис. 4-ка, DCEB – впис.

$\Rightarrow \angle DEC = \angle DBC = 30^\circ$ по св-ву впис. 4-ка.

$\Rightarrow \operatorname{tg}\angle DBC = \operatorname{tg}\angle 30^\circ = \frac{CD}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CD}{2\sqrt{\frac{7}{3}}}$.

$\Rightarrow CD = 2\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$.

(условие)

$AC = \sqrt{7}$, $\Rightarrow AD = AC - CD = \sqrt{7} - \frac{2\sqrt{7}}{3} = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

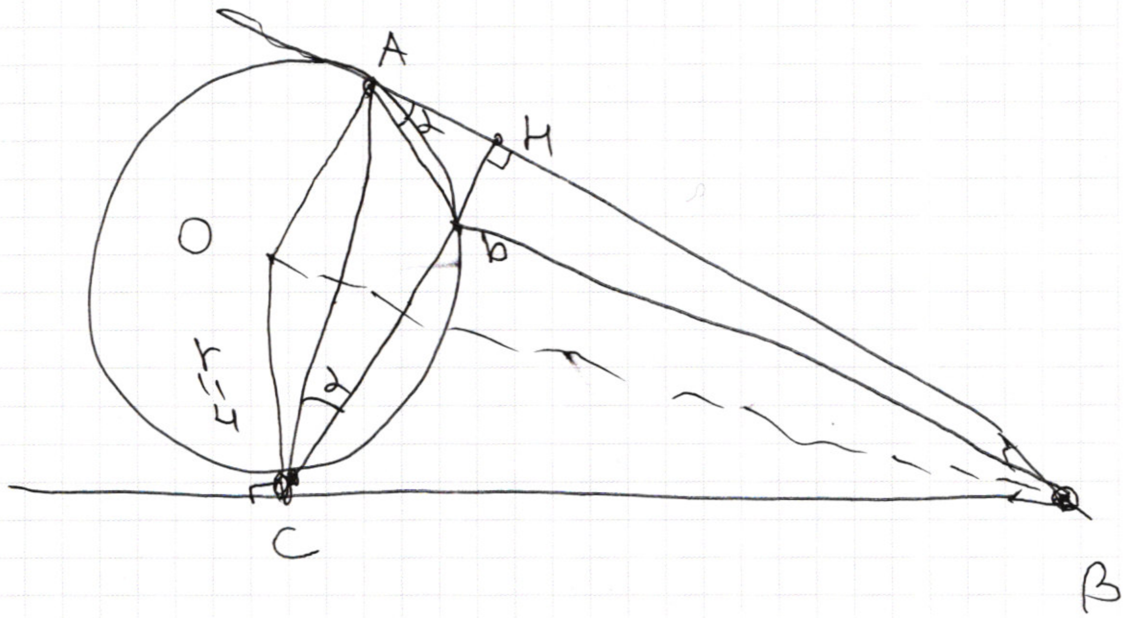
$\Rightarrow \boxed{AD : AC = \frac{\frac{\sqrt{7}}{3}}{\sqrt{7}} = 1:3}$

Теперь: $S_{\triangle AED}$. $S_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot CB}{2} = \frac{\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{\frac{7}{3}}}{2}$

$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{7}{\sqrt{3}}$. Т.к. $\rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

→ № 4 ~~(Справочник)~~



Решение: Продолжение:

По теор. Пифаг. в $\triangle OAB$:

$AB^2 = BO^2 - 16.$

По теор. синусов в $\triangle ADC$:

$\Rightarrow AD = 8\sin\alpha$

$\frac{AD}{\sin\alpha} = 8$. Также

$S_{\triangle ABD} = 6 = \frac{AD\sin\alpha \cdot AB}{2}$

$\Rightarrow AB \cdot \sin^2\alpha = 1{,}5$

$= 142 - \frac{4}{7}$ $= 200 - 28 - \frac{4}{7} = \frac{1200}{7} = 200 - \frac{200}{7} = 1000$ $133 - \frac{1}{3}$

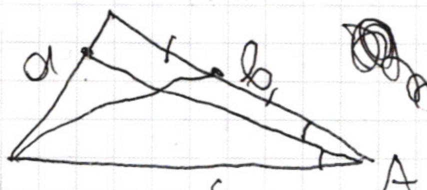
$100 + \frac{100}{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a, b, \frac{b}{2}$ $\frac{200}{7} - 28 + \frac{4}{7} = 1201$ $\frac{400}{3} =$

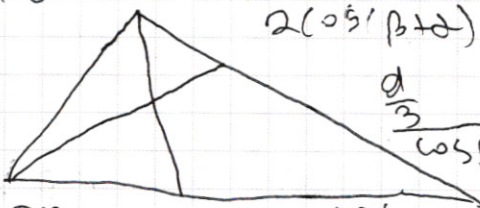
$\frac{a}{3}, \frac{2a}{3}, \frac{b\sqrt{2}}{2}$ $7 \cdot 142 = 700 + 280 + 14 =$ $\frac{c = \frac{b}{2}}{\cos(\beta+\alpha)} = \frac{b}{\cos(\alpha-\beta)}$

$\beta + \beta + 90 + \alpha$



$a, b, c \in N$

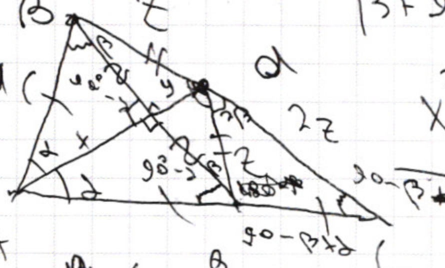
$a + b + c = 600$ $\frac{1}{2\cos(\beta+\alpha)} = \frac{1}{\cos(\alpha-\beta)}$



$8 \cdot 7$ 141 342 $N1$

$\frac{\frac{a}{3}}{\cos\beta+\alpha} =$

$\beta + 90 - \alpha + 90 - \beta + \alpha$



$300 + 210 + 3 = 513$

$28 \cdot 7 = 140 + 56 = 196$ $= \frac{\frac{2a}{3}}{\cos\beta - \alpha}$

$$\frac{x^2 - 6x + 10 - 2|x-3|}{2x^2 - 4x + |x||x-2|} \leq 0$$

$\frac{z}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin(90-\beta)}$ $z = c \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\beta}$ $\frac{z}{\cos(\beta+\alpha)} = \frac{c}{\cos 2\beta}$

2α $90 - \beta - \alpha + 90 + \beta - \alpha$

ОДЗ: $2x^2 - 4x + |x||x-2| \neq 0$.

$c = \frac{b}{2}$

$\frac{c}{\sin(90° - (\beta+\alpha))} = \frac{b}{\sin(90° - (\alpha-\beta))} \Rightarrow \frac{c = \frac{b}{2}}{\cos(\beta+\alpha)}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{x} = \frac{a}{2x}$ ~~$x^2 - 6x + 10 = |x-3||x$~~

$= \frac{b}{\cos(\alpha-\beta)}$

$\operatorname{tg}\beta = \frac{y}{\frac{a}{2}} = \frac{2y}{a}$ $3 \cdot 134 = 300 + 90 + 12 = 402$

$2x(x-2) + |x||x-2|$

134 268 198 $\frac{1}{2\cos(\beta+\alpha)} = \frac{1}{\cos\alpha-\beta}$

$\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$.

1) $x \geq 3 \Rightarrow \frac{x^2 - 6x + 10 - 2x + 6}{2x(x-2) + x(x-2)} \Rightarrow$ $\cos(\alpha-\beta) = 2\cos(\beta+\alpha)$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\beta} =$

$\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = 2\cos\alpha\cos\beta - 2\sin\alpha\sin\beta$

$AB = \sqrt{b^2 - 16}$ $= \frac{x^2 - 8x + 16}{3x(x-2)} = \frac{(x-4)^2}{3x(x-2)} \leq 0$

$149 \cdot 3 = 300 + 120 + 27 = 447$ $\Rightarrow \cos\alpha\cos\beta = 3\sin\alpha\sin\beta$

$8 = AC\sin(90°+\alpha) = AC\cos\alpha$. $\sin 90+\alpha = \sin 90\cos\alpha + \cos 90\sin\alpha =$

$HD(AH+HB) = 6\cdot 12$ $\sin 2\alpha =$ $\frac{CH}{AB} = \cos\alpha$

$64 = 32(1+\cos 2\alpha)\cos^2\alpha$.

$2 = \cos^2\alpha + \cos^2\alpha(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$

$\frac{AH}{HD} = \frac{H}{}$ $AC^2 = 16+16-2\cdot 16\cdot\cos 180°-2\alpha = 32+32\cos 2\alpha$.

$8 = \frac{AD}{\sin\alpha}$. $HA^2 = HD\cdot HC$. $64AB^2 = AC^2\cdot 16 + AC^2AB^2$

$2AB^2 = 16\cos^2 2\alpha$ $AB^2\cos^2\alpha$ $\frac{64AB^2}{16+AB^2} = 32\cos^2\alpha$.

$AB^2(1+1-\cos^2\alpha) = HA^2 = AD^2 - HD^2$ $AC = \sqrt{32(1+\cos 2\alpha)}$

$AB\cdot 4 + CB\cdot 4 = OB\cdot AC$

$AB = \frac{4\cos\alpha}{\sqrt{1+\sin^2\alpha}} = \Rightarrow AB^2(1+\sin^2\alpha) = 16\cos^2\alpha$. $\Rightarrow \cos^2\alpha + \cos^4\alpha - \cos^2\alpha\sin^2\alpha = 2$ $\cos^2\alpha(1-\sin^2\alpha) =$

$4(AB+CB) = AD^2 = HD(HC+HD) =$

$\cos^2\alpha\ldots = 0$ $AC\sqrt{16+AB^2}$ $8AB = AC\sqrt{16+AB^2}$

$AH^2 = HD\cdot HC =$ $9\cos^2\alpha = 16\sin^2\alpha\ldots\cos^2\alpha\ldots+3$

$HD\cdot AB = 6\cdot 2 = 12$.

$\frac{HD(AH+HB)}{2} = \frac{HD(HD+HC)}{2} = \frac{AD^2}{2} = 6$.

$HD^2 = AD^2 - AH^2$ AB

$\deg_\omega B = BA^2 = BO^2 - 16$. $AD = \sqrt{12}$

$2AH^2 = 12 \Rightarrow$ $\frac{9}{4\cos^2\alpha} = 16 + \frac{3}{4\sin\alpha}$ $\frac{3}{2\sin\alpha} =$

$AH = \sqrt{6} = HD$. $= \sqrt{16+\frac{3}{\ldots}}$

$HD = AD\sin\alpha$ $AB\cos\alpha =$ $\frac{4\cdot\frac{AH}{AD}}{\sqrt{1+\frac{HD^2}{AD^2}}} =$

$CH = AC\cos\alpha$ $\frac{HD}{AH} = \frac{AH}{CH} = \frac{AD}{AC}$. $= AB = \sqrt{16+AB^2} =$ $AH^2 = HD\cdot HC$

$BO^2 = 16+AB^2$ $9 = 16\cdot 4\sin^2\alpha$ $=$

$\frac{AD}{\cos\alpha} = 8$ $AH^2 = HD\cdot HC$, $\frac{3}{\cos^2\alpha} = \frac{4AH}{\sqrt{AD^2+HD^2}} =$

$AD = 8\cos\alpha$ $AB\cos\alpha = \frac{3}{2\sin\alpha}$ AC^2 $\frac{4AH}{\sqrt{AH^2+\ldots}}$

$\frac{AH\cdot AB\cdot\sin\alpha}{2} = 6$ $\frac{HC}{HB} = \frac{AH}{HC} = \frac{AC}{CB}$ $= AH\cdot HB$

$AB\sin\alpha\cos\alpha = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$\frac{AH}{HB} = \frac{HD}{HC} = \frac{AD}{CB}$ $AH\cdot HC = HD\cdot HB$

$AH^2\cdot HC^2 = HD\cdot HC\cdot AH\cdot HB =$

$\Rightarrow HD = AH$ $\Rightarrow HC\cdot AH = HD\cdot HB$ $= HD^2\cdot HB^2$

$HD = HC$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)