МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30°$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 18$, $1\leqslant y\leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① Решение:

$$x^2-6x+10-2|x-3|=(x-3)^2+1-2|x-3|=|x-3|^2-2|x-3|+1=$$
$$=(|x-3|-1)^2\geq 0.$$

$$2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|=2x(x-2)+|x(x-2)|.$$

При $x\in(0;2)$ $x(x-2)<0$, $\Rightarrow$ $|x(x-2)|=-x(x-2)$ при $x\in(0;2)$.

Тогда $2x(x-2)+|x(x-2)|=2x(x-2)-x(x-2)=$

$=x(x-2)$ при $x\in(0;2)$.

При $x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$ $x(x-2)\geq 0$, $\Rightarrow$ $|x(x-2)|=x(x-2)$ при $x\in(-\infty;0]\cup(2;+\infty)$

Тогда $2x(x-2)+|x(x-2)|=2x(x-2)+x(x-2)=$

$=3x(x-2)$ при $x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$.

Получаем:

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\dfrac{(|x-3|-1)^2}{x(x-2)}\leq 0\\ x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}\dfrac{(|x-3|-1)^2}{3x(x-2)}\leq 0\\ x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(|x-3|-1)^2x(x-2)\leq 0\\ x\in(0;2)\\ x(x-2)\neq 0\end{cases}\\ \begin{cases}(|x-3|-1)^2x(x-2)\leq 0\\ x\in(-\infty;0]\cup(2;+\infty)\\ 3(x-2)x\neq 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(|x-3|-1)^2x(x-2)\leq 0\\ x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}(|x-3|-1)^2x(x-2)\leq 0\\ x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(|x-3|-1)^2=0\\ x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}(|x-3|-1)^2>0\\ x(x-2)<0\\ x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}(|x-3|-1)^2=0\\ x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)\end{cases}\\ \begin{cases}(|x-3|-1)^2>0\\ x(x-2)<0\\ x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}|x-3|=1\\ x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}|x-3|\neq 1\\ x\in(0;2)\\ x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}|x-3|=1\\ x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)\end{cases}\\ \begin{cases}|x-3|\neq 1\\ x\in(0;2)\\ x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\in\{2;4\}\\ x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}x\in(-\infty;2)\cup(2;4)\cup(4;+\infty)\\ x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}x\in\{2;4\}\\ x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)\end{cases}\\ x\in\{\varnothing\}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\in\{\varnothing\}\\ x\in(0;2)\\ x=4\\ x\in\{\varnothing\}\end{array}\right. \Leftrightarrow x\in(0;2)\cup\{4\}.$$

Ответ: $x\in(0;2)\cup\{4\}$.

③ Решение:

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2y)^2=xy \\ x-2y\geq 0 \\ x=5-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (5-y^2-2y)^2=(5-y^2)y \\ 5-y^2-2y\geq 0 \\ x=5-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^4+4y^3-6y^2-20y+25=5y-y^3 \\ y^2+2y-5\leq 0 \\ x=5-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^4+5y^3-6y^2-25y+25=0 \\ (y+1)^2\leq 6 \\ x=5-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y^3+6y^2-25)(y-1)=0 \\ |y+1|\leq\sqrt{6} \\ x=5-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y^2+y-5)(y+5)(y-1)=0 \\ -\sqrt{6}\leq y+1\leq\sqrt{6} \\ x=5-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y-1=0 \\ y+5=0 \\ y^2+y-5=0 \end{array}\right. \\ y\in[-\sqrt{6}-1;\sqrt{6}-1] \\ x=5-y^2 \end{cases}.$$

$y-1=0 \Leftrightarrow y=1$; $y+5=0 \Leftrightarrow y=-5$;

$y^2+y-5=0$; $D=1^2+4\cdot5\cdot1=1+20=21\geq 0$; $\sqrt{D}=\sqrt{21}$;

$y=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$. Тогда:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-5 \\ y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ y=\frac{-1+\sqrt{21}}{2} \end{array}\right. \\ y\in[-\sqrt{6}-1;\sqrt{6}-1] \\ x=5-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ y=\frac{-1+\sqrt{21}}{2} \end{array}\right. \\ y\in[-\sqrt{6}-1;\sqrt{6}-1] \\ x=5-y^2 \end{cases};$$

$\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \vee -\sqrt{6}-1$

$-1-\sqrt{21} \vee -2\sqrt{6}-2$

$-1-\sqrt{21}<0$; $-2\sqrt{6}-2<0$,

$(-1-\sqrt{21})^2 \vee (-2\sqrt{6}-2)^2$

$21+1+2\sqrt{21} \vee 24+4+8\sqrt{6}$

$\sqrt{21} \vee 4\sqrt{6}+3$

$21 \vee 16\cdot6+9+24\sqrt{6}$

$21 \vee 105+24\sqrt{6}$

$-84<24\sqrt{6} \Rightarrow (-1-\sqrt{21})^2<(-2\sqrt{6}-2)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{-1-\sqrt{21}}{2} > -\sqrt{6}-1$

аналогично, $\frac{-1-\sqrt{21}}{2}<\sqrt{6}-1$;

также, $\frac{\sqrt{21}-1}{2}>0>-\sqrt{6}-1$;

$\frac{\sqrt{21}-1}{2} \vee \sqrt{6}-1,$

$\sqrt{21}-1 \vee 2\sqrt{6}-2$

$21+1-2\sqrt{21} \vee 4\cdot6+4-8\sqrt{6}$

$-\sqrt{21} \vee 3-4\sqrt{6}$

$-\sqrt{21}<0$; $3-4\sqrt{6}<0$,

$21 \vee 16\cdot6+9-24\sqrt{6}$; $-84 \vee -24\sqrt{6}$; $-7 \vee -2\sqrt{6}$,

$-7<0$, $-2\sqrt{6}<0$;

$49>4\cdot6$, $\Rightarrow -7<-2\sqrt{6}$, $\Rightarrow$

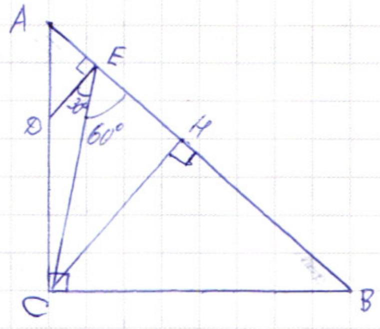
$\Rightarrow 21<(3-4\sqrt{6})^2$, $\Rightarrow -\sqrt{21}>3-4\sqrt{6}$, $\Rightarrow \frac{\sqrt{21}-1}{2}>\sqrt{6}-1$. Тогда:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \end{array}\right. \\ x=5-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=1 \\ x=5-1^2 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-\frac{\sqrt{21}+1}{2} \\ x=5-\left(\frac{\sqrt{21}+1}{2}\right)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=1 \\ x=4 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-\frac{\sqrt{21}+1}{2} \\ x=5-\frac{22+2\sqrt{21}}{4} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{-\sqrt{21}-1}{2} \\ x=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $\left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)$; $(4; 1)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(5) Решение:



1) Доп. постр.: CH – высота к AB.

2) $\left.\begin{array}{l}\angle A \text{ – общ.}\\ \angle AED = \angle ACB\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ACB$ по 2 углам, $\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{ED}{CB}$.

3) $\left.\begin{array}{l}\angle A \text{ – общ.}\\ \angle AED = \angle AHC\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle AHC$ по 2 углам, $\Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{HC}$.

4) $\angle CEH = \angle DEH - \angle DEC = 90° - 30° = 60°$, $\Rightarrow \angle ECH = 90° - 60° = 30°$, $\Rightarrow \triangle CEH$ – п/уг-ный с $\angle ECH = 30°$, $\Rightarrow EH = \frac{\sqrt{3}}{3} HC$ по св-ву п/уг-ного треуг. с углом 30°.

4) $\left.\begin{array}{l}\triangle AED \sim \triangle ACB,\\ \triangle AED \sim \triangle AHC\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle AHC$, $\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{HC}{CB}$.

5) По св-ву высоты п/уг-ного треуг., провед. к гипотен., $HC = \frac{AC \cdot BC}{AB}$;

6) По т-ме Пифагора, $AB^2 = AC^2 + CB^2$, $\Rightarrow AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + \left(2\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{7 + \frac{28}{3}} = \sqrt{\frac{49}{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}}$; тогда $HC = \frac{\sqrt{7} \cdot 2\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}}{\frac{7}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{14}{\sqrt{3}}}{\frac{7}{\sqrt{3}}} = 2$.

$\frac{AH}{AC} = \frac{HC}{CB}$, $\Rightarrow AH = \frac{AC \cdot HC}{BC} = \frac{\sqrt{7} \cdot 2}{2\sqrt{\frac{7}{3}}} = \sqrt{3}$.

7) Также, $EH = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot HC = \frac{2}{\sqrt{3}}$. Тогда $AE = AH - EH = \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{3-2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

8) $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = 1:3$; $AD = \frac{AE}{AH} \cdot AC = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{7} = \frac{\sqrt{7}}{3}$, тогда

$S_{AED} = \frac{1}{2} AE \cdot ED$, $\frac{ED}{HC} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow ED = \frac{AD}{AC} \cdot HC = \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$,

$S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$. Ответ: $1:3$; $\frac{\sqrt{3}}{9}$.

(7) Решение:

Возьмём простое число p. $f(p)=p$. Т.к. $f(p)=f(1\cdot p)$, то $f(1\cdot p)=f(1)+f(p)=f(1)+p=p$, из чего можно сделать вывод, что $f(1)=0$. Также, $f(1)=f(\frac{1}{p}\cdot p)=f(\frac{1}{p})+f(p)=f(\frac{1}{p})+p=0$, $\Leftrightarrow f(\frac{1}{p})=-p$. Вычислим значение f для натур. чисел от 1 до 18:

$f(1)=0$; $f(2)=2$; $f(3)=3$; $f(4)=f(2)+f(2)=2+2=4$; $f(5)=5$; $f(6)=f(3)+f(2)=3+2=5$; $f(7)=7$; $f(8)=f(4)+f(2)=4+2=6$; $f(9)=f(3)+f(3)=3+3=6$; $f(10)=f(5)+f(2)=5+2=7$; $f(11)=11$; $f(12)=f(6)+f(2)=5+2=7$; $f(13)=13$; $f(14)=f(7)+f(2)=7+2=9$; $f(15)=f(5)+f(3)=5+3=8$; $f(16)=f(8)+f(2)=6+2=8$; $f(17)=17$; $f(18)=f(9)+f(2)=6+2=8$.

Пусть есть некое составное число $n=p_1\cdot p_2\cdot p_3\cdot\ldots\cdot p_m$, где $p_1, p_2, \ldots, p_m$ – простые множ., на которое оно разлагается. Тогда $f(\frac{1}{n})=f(\frac{1}{p_1\cdot p_2\cdot\ldots\cdot p_m})=f(\frac{1}{p_1})+f(\frac{1}{p_2\cdot p_3\cdot\ldots\cdot p_m})=-p_1+f(\frac{1}{p_2})+$ $+f(\frac{1}{p_3\cdot\ldots\cdot p_m})=-p_1-p_2-p_3\ldots-p_m=-(p_1+p_2+p_3+\ldots+p_m)$;

Но для сост. числа n верно: $f(n)=f(p_1\cdot p_2\cdot\ldots\cdot p_m)=f(p_1)+f(p_2)+\ldots$ $+f(p_m)=p_1+p_2+p_3+\ldots+p_m$. Тогда получаем, что для любого натур. числа n верно: $f(\frac{1}{n})=-f(n)$. Теперь разберём случаи:

1) $y=1$: нельзя, т.к. происходит деление на 1, т.е. $f(\frac{x}{1})=f(x)$; а $f(x)\geq 0$ при $x\in N$.

2) $y=2$: $f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})=f(x)-f(y)$ – это нам сильно пригодится. $f(\frac{x}{y})<0$, $\Leftrightarrow f(x)-f(y)<0$, $\Leftrightarrow f(y)>f(x)$.
$f(y)=2$. Подходит $x=1$ ($f(1)=0<2$). – 1 пара.
$y=3$: $f(y)=3$, подходят $x=1$ и $x=2$; – 2 пары

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7 (продолжение).

$y=4$: $f(y)=4$, подходят $x\in\{1;2;3\}$ — 3 пары

$y=5$: $f(y)=5$, подходят $x\in\{1;2;3;4\}$ — 4 пары.

$y=6$: $f(y)=5$ — 4 пары

$y=7$: $f(y)=7$, подходят $x\in\{1;2;3;4;5;6;8;9\}$ — 8 пар

$y=8$: $f(y)=6$, подходят $x\in\{1;2;3;4;5;6\}$ — 6 пар

$y=9$: $f(y)=6$ — 6 пар

$y=10$: $f(y)=7$ — 8 пар

$y=11$: $f(y)=11$, подходят $x\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;12;14;15;16;18\}$ — 15 пар

$y=12$: $f(y)=7$ — 8 пар

$y=13$: $f(y)=13$, подходят $x\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;14;15;16;18\}$ — 16 пар

$y=14$: $f(y)=9$, подходят $x\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;12;15;16;18\}$ — 14 пар.

$y=15$: $f(y)=8$, подходят $x\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;12\}$ — 11 пар

$y=16$: $f(y)=8$ — 11 пар

$y=17$: $f(y)=17$, подходят все натур. числа x от 1 до 18, кроме 17 — 17 пар.

$y=18$: $f(y)=8$ — 11 пар.

Всего пар: $0+1+2+3+4+4+8+6+6+8+15+8+16+14+11+11+17+11=$
$=10+12+12+8+8+15+30+33+17=10+20+20+15+30+50=$
$=50+80+15=145$ пар. **Ответ**: 145 пар.

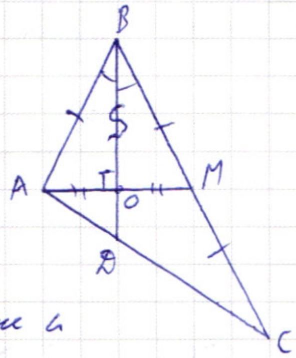
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

(5) Решение:

1) Обозн. искам. треуг. — $\triangle ABC$, пусть у него BD — бисс., AM — мед., $BD \perp AM$. Пусть $BD \cap AM = \{O\}$.



$\left.\begin{matrix} BO - \text{общ.} \\ \angle ABO = \angle MBO \\ \angle AOB = \angle MOB \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \triangle ABO = \triangle MBO$ по сторон. и двум прилеж. углам, $\Rightarrow AB = BM$ как соотв. стор.. Но $BM = MC = \frac{1}{2}BC$, $\Rightarrow AB = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 2AB$.

Такие длины соблюдаться неравенства треугольника:

$\begin{cases} AB+BC > AC \\ AB+AC > BC \\ BC+AC > AB \end{cases}$, учитывая, что $BC = 2AB$ и $AC+BC+AC=600$, из чего следует, что $AC = 600 - AB - BC = 600 - 3AB$,

получаем: $\begin{cases} AB+2AB > 600-3AB \\ AB+600-3AB > 2AB \\ 2AB+600-3AB > AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6AB > 600 \\ 4AB < 600 \\ 2AB < 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB > 100 \\ AB < 150 \\ AB < 300 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow 100 < AB < 150$. Т.к. $AB \in \mathbb{N}$, ($\mathbb{N}$ — множество натур. чисел), то всего в промежутке от 100 до 150 не включая находится $(150-100)-1 = 49$ возможных значений длины AB, и, как следует, 49 различных вариантов искомых треугольников.

Ответ: 49 треугольников.

(6) Решение:

$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y| > 4 \\ x^2-2x-4y+y^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y| > 4 \\ (x-1)^2+(y-2)^2 \leq 5 \end{cases}$.

Уравнение $(x-1)^2+(y-2)^2 \leq 5$ ~~обозн.~~ обозн. множ-во всех точек плоскости, лежащих на или внутри окружности с центром с коорд. $(1;2)$ и ~~центром~~ радиусом $\sqrt{5}$. Окружн. пересек. с Ox или Oy в т. $(0;0)$, $(0;4)$ и $(2;0)$.

Уравнение $|2x|+|y|+|4-2x-y| > 4$ обозн. множ-во всех

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

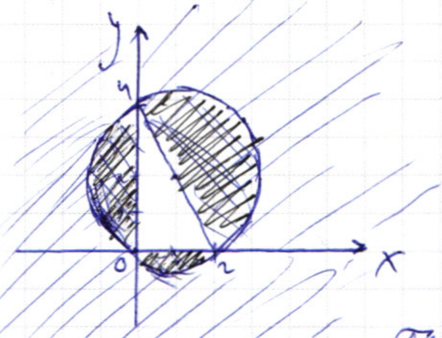
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6 (продолж.)

точки плоскости, ~~не~~ не лежащих на или внутри треуг. с вершинами с коорд. (0;0), (0;4) и (2;0).

Искомой фигурой является пересечение этих двух множеств точек. Оно выглядит так:



оно выделено чёрным цветом

Его площадь равна: площади упомянутого круга минус площадь данного треугольника: $S = \pi r^2 - \frac{1}{2}ab =$

$= \pi \cdot (\sqrt{5})^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 5\pi - 4.$

Ответ: $5\pi - 4$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(x^2-6x+9)+1-2|x-3| = |x-3|^2-2|x-3|+1 = (|x-3|-1)^2 \geq 0$

$=0$ при $x=2,4$

$2x^2-4x+|x||x-2| = 2x(x-2)+|x(x-2)|$

$\frac{7}{\sqrt3}$ $\frac{7}{3\sqrt3}$

$f(18/3)=f(6)$

$f(6)=f(2)+f(3)$

$f(1)=0$

$f(2)=2$

$f(3)=3$

5, 1

$f(4)=4$

$f(5)=5$

$f(6)=5$

$f(7)=7$

$f(8)=6$

$f(9)=6$

$f(10)=7$

$f(11)=11$

$f(12)=7$

$f(13)=13$

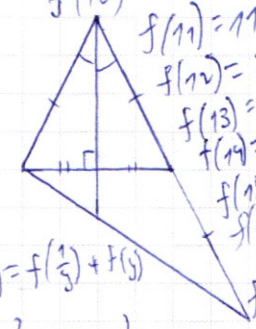
$f(14)=9$

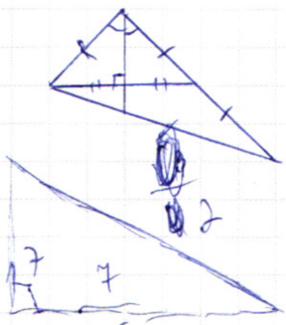
$f(15)=8$

$f(16)=8$

$f(17)=17$

$f(18)=8$





2

$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-2y)^2=xy \\ x=5-y^2 \end{cases}$

$f(1)=0$ $f(\frac{1}{y})=$

$f(y)=$ $f(\frac{1}{y}\cdot y)=f(\frac{1}{y})+f(y)$

$\Rightarrow \begin{cases} (5-y^2-2y)^2=5y-y^3 \\ x=5-y^2 \end{cases}$

$(y^2+2y-5)(y^2+2y-5)$

$\Rightarrow \begin{cases} (y^2+2y-5)^2=5y-y^3 \\ x=5-y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^4+4y^3-6y^2-20y+25=5y-y^3 \\ x=5-y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^4+5y^3-6y^2-25y+25=0 \\ x=5-y^2 \end{cases}$

$(y^3+6y^2-25)=0$

$\frac{2}{\sqrt3}$

$\frac{7}{\sqrt3}$

$\Rightarrow \begin{cases} y^2(y+6)(y-1)-25(y-1)=0 \\ x=5-y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{(y-5)(y+5)}(y+6)(y-1)=0 \\ x=5-y^2 \end{cases}$

$7+\frac{28}{3}=\frac{49}{3}$

$\frac{\sqrt7}{2\frac{\sqrt7}{\sqrt3}}=\frac{\sqrt3}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} y\in\{-6,-5,5,1\} \\ x\in\{ \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=-6 \\ x=-31 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-5 \\ x=-20 \end{cases} \\ \begin{cases} y=5 \\ x=-20 \end{cases} \\ \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases} \end{array}\right.$

$7\sqrt{4\frac{7}{3}}$

$21\sqrt{28}$

$(y^3+6y^2-25)=0$

$\frac{AH}{AC}=\frac{HC}{BC}$

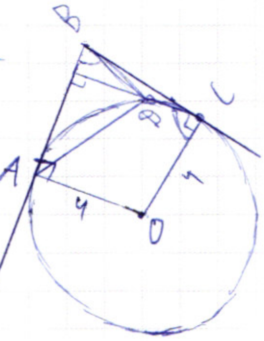
$y(y+5)(y+1)-5(y+5)=$

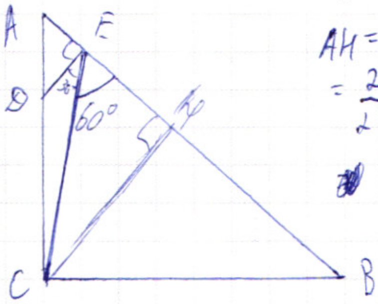
$=y(y+1)-5$

$\frac{\sqrt7\cdot 2\frac{\sqrt7}{\sqrt3}}{\frac{7}{\sqrt3}}=\frac{\frac{14}{\sqrt3}}{\frac{7}{\sqrt3}}=2$

$>1, <10$

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9





$AH=\frac{AC\cdot HC}{BC}=$

$=\frac{2\sqrt7}{2\frac{\sqrt7}{\sqrt3}}=\sqrt3$

$\frac{4}{\sqrt3}$

$\frac{1}{\sqrt3}$

$f(a/b)=f(a)-f(b)$

$f(b/a)=f(b)-f(a)$

$f(a/b)=-f(b/a)$ <0

$(x-1)^2-1+(y-2)^2-4\leq 0$ $(x-1)^2+(y-2)^2\leq 5$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\left[\begin{cases}|4-2x-y|>4-2x-y\\ x>0,\ y>0\end{cases}\right.$$
$$\begin{cases}|4-2x-y|>4-2x+y\\ x>0,\ y<0\end{cases}$$

Возьмём некое p. $f(p)=p$; $f(\frac{1}{p}\cdot p)=f(1)=$
$=0$; $f(\frac{1}{p}\cdot p)=f(p)+f(\frac{1}{p})$. $f(\frac{1}{p})=-p$.

$y=$

1 - 0
2 - 2
3 - 3
4 - 4
5 - 5
6 - 5
7 - 7
8 - 6
9 - 6
10 - 7
11 - 11
12 - 7
13 - 13
14 - 9
15 - 8
16 - 8
17 - 17
18 - 8