МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство
$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе
$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

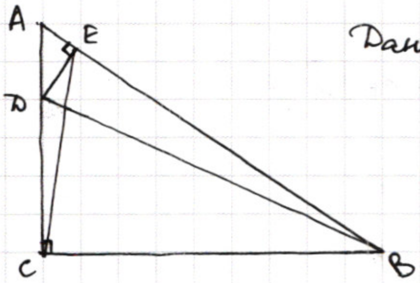
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача N5



Дано: $\angle AED = 90$; $\angle ACB = 90$; $\angle DEC = 30$

$AC = \sqrt{7}$; $BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\angle DEB = \angle DCB = 90$

$\Rightarrow \angle DEB + \angle DCB = 180$

$\Rightarrow$ CDEB – вписанный четырехугольник

$\Rightarrow \angle CED = \angle CBD = 30$

$\Rightarrow \frac{CD}{CB} = tg30 \Rightarrow CD = BC \cdot tg30 = 2\sqrt{\frac{7}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{7}$

$AD = AC - CD = \sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7} = \frac{1}{3}\sqrt{7}$

$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}\sqrt{7} : \sqrt{7} = \frac{1}{3}$

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{7 + \frac{28}{3}} = \sqrt{\frac{49}{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}}$

$\angle AED = \angle ACB$

$\angle CAB$ – общий

$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC$ по двум углам

$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$

$\frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{7} = \frac{1}{\sqrt{21}}$

$\frac{DE}{BC} = \frac{DE}{2\sqrt{\frac{7}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{21}} \Rightarrow DE = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{21}} = \frac{2}{3}$

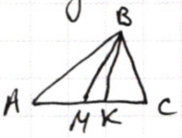
$\frac{AE}{AC} = \frac{AE}{\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{21}} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{21}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$S_{AED} = \frac{1}{2} AE \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$; $S_{AED} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

Задача №2.

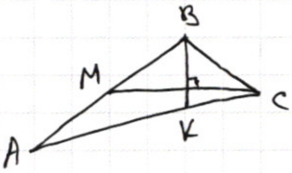
Может быть 2 случая: либо медиана и биссектриса проведены из одной вершины, либо из разных.
Докажем что из одной вершины они не могут быть проведены.
и биссектриса и медиана лежат внутри угла из которого выходят
~~⇒ угол между биссектрисой~~



пусть BM – медиана
BK – биссектриса
$\angle MBK < \angle ABK = \frac{1}{2} \angle ABC$

тогда если ~~угол~~ $\angle MBK = 90 \Rightarrow \frac{1}{2} \angle ABC > 90 \Rightarrow \angle ABC > 180$
а такого быть не может

⇒ медиана и биссектриса выходят из разных вершин



пусть CM – медиана
BK – биссектриса

Заметим что в $\triangle CBM$, BK – является биссектрисой и высотой ⇒ $\triangle CBM$ – равнобедренной $BM = CM = AM$

$\Rightarrow AB = 2BC$

$AB + BC + AC = 3BC + AC = 600$

Чтобы стороны были целочисленными $600 - AC$ должно делится на 3 ⇒ т.к. 600 делится на 3 ⇒ AC делится на 3.

Должно выполняться неравенство треугольника

$AB + BC = 3BC > AC$

$3BC = 600 - AC > AC \Rightarrow 600 > 2AC \Rightarrow AC < 300$

$AC + BC > AB = 2BC \Rightarrow AC > BC$

$BC = \frac{600 - AC}{3} < AC \Rightarrow 600 - AC < 4AC \Rightarrow 600 < 3AC \Rightarrow AC > 150$

⇒ ~~Кол-во~~ сторона AC может быть любым числом ~~от~~
от 150 до 300 (не включая эти числа) делящимся на 3
~~при этом все условия будут вы~~

⇒ Кол-во треугольников, это количество чисел делящихся на 3 от 150 до 300 (не включая их)

Таких чисел 49

Ответ: 49

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

$x^2-6x+10-2|x-3| = (x-3)^2-2|x-3|+1$

$2x^2-4x+|x|\cdot|x-2| = 2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|$

Заметим что $x \neq 0;2$
т.к. если $x=0$
тогда $2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|=0$
а такого быть не может
и если $x=2$
$2x(x-2)+|x|\cdot(x-2)=0$
а такого быть не может

если $x \geq 3 \Rightarrow |x-3| = x-3 \quad |x-2| = x-2 \quad |x| = x$

$\Rightarrow \frac{(x-3)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|} = \frac{(x-3)^2-2(x-3)+1}{2x(x-2)+x(x-2)} = \frac{(x-4)^2}{3x(x-2)} \leq 0$

т.к. $x \geq 3 \Rightarrow 3x(x-2)>0$

$\Rightarrow (x-4)^2 \leq 0$ при этом $(x-4)^2 \geq 0$ всегда

$\Rightarrow$ решение если $(x-4)^2=0 \Rightarrow x=4$

если $2<x<3 \Rightarrow |x-3| = 3-x \quad |x-2| = x-2 \quad |x| = x$

$\Rightarrow \frac{(x-3)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|} = \frac{(x-3)^2-2(3-x)+1}{2x(x-2)+(x-2)\cdot x} = \frac{(x-2)^2}{3x(x-2)} \leq 0$

$(x-2)^2>0 \quad 3x\cdot(x-2)>0 \quad$ (т.к. $2<x<3$) $\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{3x(x-2)}>0$ при любом $x \in (2;3)$ $\Rightarrow x = \varnothing$

если $0<x<2 \Rightarrow |x-3| = 3-x \quad |x-2| = 2-x \quad |x| = x$

$\Rightarrow \frac{(x-3)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|} = \frac{(x-3)^2-2\cdot(3-x)+1}{2x\cdot(x-2)+x(2-x)} = \frac{(x-2)^2}{x(x-2)} \leq 0$

$(x-2)^2>0 \quad x(x-2)<0$ т.к. $x>0; x-2<0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{x(x-2)} \leq 0$ при всех $x \in (0;2)$

если $x<0 \Rightarrow |x-3| = 3-x \quad |x-2| = 2-x \quad |x| = -x$

$\Rightarrow \frac{(x-3)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|} = \frac{(x-3)^2-2\cdot(3-x)+1}{2x\cdot(x-2)+(-x)\cdot(2-x)} = \frac{(x-2)^2}{3x(x-2)} \leq 0$

$(x-2)^2>0 \quad 3x<0; x-2<0; \Rightarrow 3x(x-2)>0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{3x(x-2)}>0$ при любом $x \in (-\infty;0)$ $\Rightarrow x = \varnothing$

$\Rightarrow x \in (0;2) \cup \{4\}$ это будет решением.

Ответ: $x \in (0;2) \cup \{4\}$

Задача №7

$f(1) = f(1\cdot 1) = f(1) + f(1) = 2f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(2)=2 \quad f(3)=3 \quad f(4)=f(2\cdot 2)=f(2)+f(2)=4 \quad f(5)=5 \quad f(6)=f(2\cdot 3)=5$

$f(7)=7 \quad f(8)=f(4\cdot 2)=6 \quad f(9)=f(3\cdot 3)=6 \quad f(10)=f(5\cdot 2)=7$

$f(11)=11 \quad f(12)=f(3\cdot 4)=7 \quad f(13)=13 \quad f(14)=f(2\cdot 7)=9 \quad f(15)=f(3\cdot 5)=8$

$f(16)=f(8\cdot 2)=8 \quad f(17)=17 \quad f(18)=f(2\cdot 9)=8$

пусть у нас есть число $n>0$

тогда $f(n\cdot \frac{1}{n}) = f(n)+f(\frac{1}{n}) = f(1) = 0 \Rightarrow f(n) = -f(\frac{1}{n})$

$\Rightarrow f(\frac{1}{2})=-2 \quad f(\frac{1}{3})=-3 \quad f(\frac{1}{4})=-4 \quad f(\frac{1}{5})=-5 \quad f(\frac{1}{6})=-5 \quad f(\frac{1}{7})=-7 \quad f(\frac{1}{8})=-6$

$f(\frac{1}{9})=-6 \quad f(\frac{1}{10})=-7 \quad f(\frac{1}{11})=-11 \quad f(\frac{1}{12})=-7 \quad f(\frac{1}{13})=-13 \quad f(\frac{1}{14})=-9$

$f(\frac{1}{15})=-8 \quad f(\frac{1}{16})=-8 \quad f(\frac{1}{17})=-17 \quad f(\frac{1}{18})=-8$

при $x=1$ $f(x/y)<0$ при $y\in[2;18]$ $\Rightarrow$ 17 пар
при $x=2$ $f(x/y)<0$ при $y\in[3;18]$ $\Rightarrow$ 16 пар
при $x=3$ $f(x/y)<0$ при $y\in[4;18]$ $\Rightarrow$ 15 пар
при $x=4$ $f(x/y)<0$ при $y\in[5;18]$ $\Rightarrow$ 14 пар
при $x=5$ $f(x/y)<0$ при $y\in[7;18]$ $\Rightarrow$ 12 пар
при $x=6$ $f(x/y)<0$ при $y\in[7;18]$ $\Rightarrow$ 12 пар
при $x=7$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{11\}\cup[13;18]$ $\Rightarrow$ 7 пар
при $x=8$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{7\}\cup[10;18]$ $\Rightarrow$ 10 пар
при $x=9$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{7\}\cup[10;18]$ $\Rightarrow$ 10 пар
при $x=10$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{11\}\cup[13;18]$ $\Rightarrow$ 7 пар
при $x=11$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{13\}\cup\{17\}$ $\Rightarrow$ 2 пары
при $x=12$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{11\}\cup[13;18]$ $\Rightarrow$ 7 пар
при $x=13$ $f(x/y)<0$ при $y=17$ $\Rightarrow$ 1 пара
при $x=14$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{11\}\cup\{13\}\cup\{17\}$ $\Rightarrow$ 3 пары
при $x=15$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{11\}\cup[13;14]\cup\{17\}$ $\Rightarrow$ 4 пары
при $x=16$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{11\}\cup[13;14]\cup\{17\}$ $\Rightarrow$ 4 пары
при $x=17$ $f(x/y)<0$ при $y=\varnothing$ $\Rightarrow$ нет пар
при $x=18$ $f(x/y)<0$ при $y\in\{11\}\cup[13;14]\cup\{17\}$ $\Rightarrow$ 4 пары

$\Rightarrow$ кол-во пар равно 145

Ответ: 145 пар

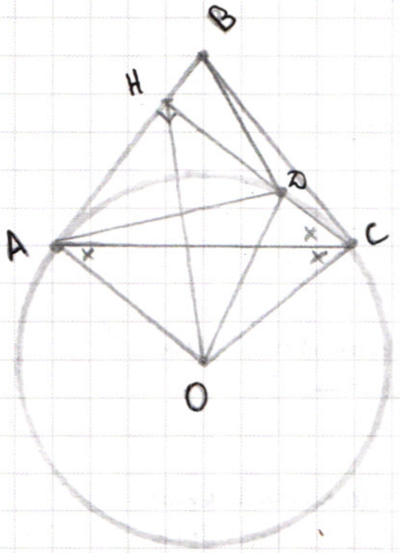
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Задача № 4

пусть $\angle OAC = \angle OCA = x$

$\angle OAB = 90^\circ$ т.к. AB – касательная

$CH \perp AB$ $\quad OA \perp AB$

$\Rightarrow OA \parallel CH$

$\Rightarrow \angle OAC = \angle ACH = x$ – как н/л

$\angle OCB = 90^\circ$ т.к. BC – касательная

$\Rightarrow \angle BCH = 90 - \angle OCH = 90 - 2x$

$\Rightarrow \angle HBC = 2x$

т.к. AB, BC это касательные проведенные из одной точки $\Rightarrow AB = BC$

$\Rightarrow \frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH}$ $\quad$ т.к. ΔBHC – прямоугольный

$\Rightarrow \frac{CH}{BC} = \sin\angle HBC = \sin 2x$

$\Rightarrow \frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH} = \frac{1}{\sin 2x}$

$\angle ODC = \angle OCD = 2x \Rightarrow \angle HDO = 180 - 2x$

~~AHDO – трапеция т.к. DH || AO~~

$\Rightarrow$ т.к. $DH \parallel AO \Rightarrow S_{\Delta AHD} = S_{\Delta HDO}$

$S_{\Delta AHD} = \frac{1}{2} AH \cdot DH$ $\quad S_{\Delta HDO} = \frac{1}{2} HD \cdot DO \cdot \sin(180-2x) = \frac{1}{2} HD \cdot DO \cdot \sin 2x$

$\frac{1}{2} AH \cdot DH = \frac{1}{2} HD \cdot DO \cdot \sin 2x \Rightarrow AH = DO \cdot \sin 2x \Rightarrow AH = 4 \cdot \sin 2x$

степень точки H равна $HD \cdot HC = HA^2 \Rightarrow HD = \frac{HA^2}{HC}$

$AB \cdot DH = 2 S_{BDA} = 12$ $\quad AB \cdot DH = \frac{AB}{CH} \cdot HA^2 = 12$

$\Rightarrow \frac{AB}{CH} = \frac{12}{HA^2} = \frac{12}{16 \cdot \sin^2 2x} \Rightarrow \frac{12}{16 \cdot \sin^2 2x} = \frac{1}{\sin 2x} \Rightarrow \sin 2x = 0{,}75$

$\Rightarrow \frac{AB}{CH} = \frac{1}{\sin 2x} = \frac{1}{0{,}75} = \frac{4}{3}$

Ответ: $\frac{AB}{CH} = \frac{4}{3}$

Задача №3

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$x+y^2=5 \Rightarrow x=5-y^2$

$\Rightarrow x-2y=\sqrt{xy}$ $\quad 5-y^2-2y=\sqrt{5y-y^3}$ возведем в квадрат

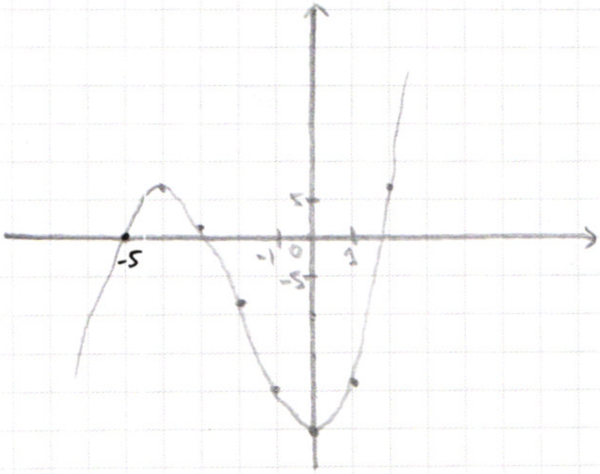
$25+y^4+4y^2-10y^2-20y+4y^3=5y-y^3$

$\Rightarrow y^4+5y^3-6y^2-25y+25=(y-1)(y^3+6y^2-25)=0$

$\Rightarrow$ либо $y-1=0 \Rightarrow y=1$

– либо $y^3+6y^2-25=0$

нарисуем график $y=x^3+6x^2-25$ (это не x, y которые даны в условии ~~а просто~~)



~~y~~ единственная целочисленное значение x при котором $y=0$ это -5

(т.к. ~~y~~ это функция пересекает ось Ox только в 3-х точках)

$\Rightarrow$ ~~вторым~~ решение уравнения

$y^3+6y^2-25=0$ будет $y=-5$

если $y=1 \Rightarrow x=4$ все сходится

если $y=-5 \Rightarrow x=-20$

но тогда $x-2y=-10=\sqrt{xy}$ но такого быть не может т.к. $\sqrt{xy}\geq 0$ всегда

$\Rightarrow$ решение системы $x=4$ $y=1$

Ответ: $x=4$ $y=1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 3 ~~4~~ 5 5 7 6 6 7 11 7 13 9 8 8 17 8

$x \geq 2y$ $\qquad y \in$

$\Rightarrow x + y^2 \geq y^2 + 2y$

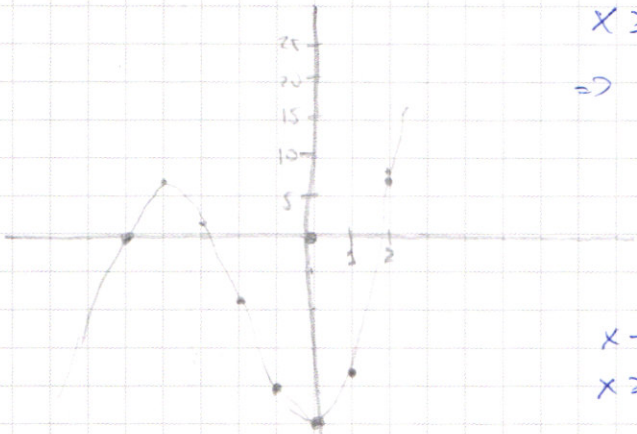
$5 \geq y^2 + 2y$

$y^2 + 2y - 5 \leq 0$

$y \in \frac{-2 + \sqrt{24}}{2} = \cancel{\sqrt{6}} - \sqrt{6} - 1$

$x - 2y = \sqrt{xy} \geq 0$

$x \geq 2y \qquad x + y^2 \geq y^2 + 2y$



$5 \geq y^2 + 2y \qquad y^2 + 2y - 5 \leq 0 \qquad D = 24$

$-\sqrt{6} - 1 \leq y < \sqrt{6} - 1 \qquad y = -\sqrt{6} - 1 \qquad y^2 = 7 + 2\sqrt{6} \qquad x = \cancel{2\sqrt{6}} - 2 - 2\sqrt{6}$

$\cancel{x =} (-\sqrt{6} - 1)^3 = \cancel{-6\sqrt{6}} - 6\sqrt{6} - 1 - 18 - 3\sqrt{6} = -19 + 9\sqrt{6}$

$y^2 = 7 + 2\sqrt{6}$

$-19 - 9\sqrt{6} + 42 + 12\sqrt{6} - 25 = 3\sqrt{6} - 2 \qquad y^3 - 25 = \cancel{(y - \sqrt[3]{25})}(y^2$

$-19 + 9\sqrt{6} + 42 + 12\sqrt{6} - 25 = 21\sqrt{6} - 2 \qquad y^3 + 6y^2 - 25 = 0$

$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4$

$x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0$

x: 0, 2 $\qquad y$: 0, 4

$x, y < 0$ X $\qquad x > 2 \qquad y > 4$ X

$x < 0 \quad y \in (0; 4)$

$f(1) = 2f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = p \qquad p$ - простое $\qquad f(x/y) = f(x) + f(\frac{1}{y})$

$(x, y) \qquad 1 \leq x, y \leq 18 \qquad f(x/y) < 0 \qquad f(x) + f(\frac{1}{x}) = 0$

$f(2) = 2 \quad f(3) = 3 \quad f(6) = 5 = f(5)$

$f(4) = 4 \quad f(5) = 5 \quad f(6) = 5 \quad f(7) = 7 \quad f(8) = 6 \quad f(9) = 6 \quad f(10) = 7 \quad f(11) = 11$

$f(12) = 7 \quad f(13) = 13 \quad f(14) = 9 \quad f(15) = 8 \quad f(16) = 8 \quad f(17) = 17 \quad f(18) = 8$

$f(\frac{1}{2}) = -2 \quad f(\frac{1}{3}) = -3 \quad \ldots \qquad x = 3 \quad y \in (2; 18)$

$x = 2 \quad y \in (3; 18)$

$x = 4 \quad y \in (4; 18)$

33 48 62 86 93
103 113 120 122 129
130 133 137 141 145

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

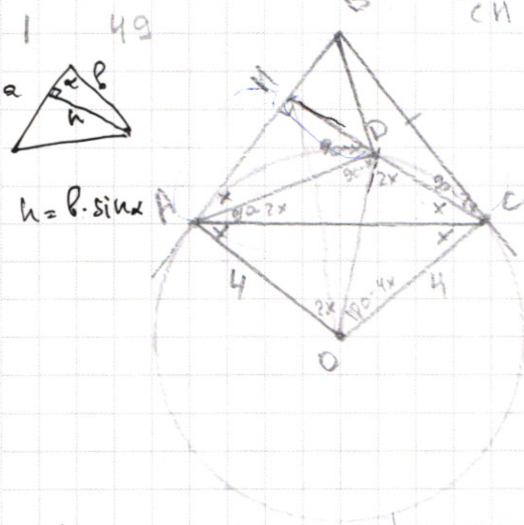
$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$ $y^2+2y=5-\sqrt{xy}$ $HD\cdot 4\cdot\sin 2x = HD\cdot AH$ $\frac{12}{AH^2} = \frac{0{,}75}{\sin^2 2x}$

$\frac{1}{2}ab\cdot\sin\alpha$ $HD\cdot DO\cdot\sin 2x$ $AH = 4\cdot\sin 2x$ $AH^2 = 16\cdot\sin^2 2x$

3 147 $HD = AH$ $\frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH}$ $AB\cdot DH = 12$ $\sin 2x = 0{,}75$

1 49 $\frac{BC}{CH} = \frac{1}{\sin 2x} = \frac{0{,}75}{\sin^2 2x}$ $\frac{AB}{CH}$ $HA^2 = 12\ \frac{1}{0{,}75}$

$\frac{BC}{CH} = \frac{CH}{BC} = \sin 2x$ $HA^2 = AC^2\cdot\sin^2 x =$



$h = b\cdot\sin\alpha$

$\frac{4}{\sin x} = \frac{AC}{\sin 2x}$ $HC = HA^2$ $AC = \frac{4\cdot\sin 2x}{\sin x}$ $AC^2 = 32 - 32\cdot\cos(180-2x) =$

$\frac{CH}{BC} = \sin 2x$ $HC = HA = \frac{HA^2}{HC}$

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$

$32(1+\cos 2x)\cdot\sin^2 x$ $\cos 2x = \frac{1}{2}$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$

$\sin 2x = 2\cdot\sin x\cdot\cos x$ $16\cdot(1-\cos^2 2x) = 16\cdot\sin^2 2x =$

$\cancel{32(1+\cos 2x)\cdot\sin^2 x = 64\cdot\sin^2 x\cdot\cos^2 x}$ $= 64\cdot\sin^2 x\cdot\cos^2 x$

$1+\cos 2x = 2\cos^2 x$

$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$ $x = 5-y^2$ $y^2 = \sqrt{5-x}$ $5-y^2-2y = \sqrt{5y-y^3}$ $x^2+20-4x-5x\sqrt{5-x}=0$

$x^2+20-4x = 5x\sqrt{5-x}$

$\cancel{x^2+4y^2-2y}$ $x^4+400+16x^2+40x^2-8x^3-160x = 125x^2-25x^3$

$x^2+4y^2-4xy = xy$ $x^2+4y^2-5xy=0$

$x^2+20-4x=5xy=0$ $(a+b)^4 = a^4+b^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3$

$25+y^4+4y^2-10y^2-20y+4y^3 = 5y-y^3$ $x^4+17x^3-69x^2-160x+400=0$

$y^4+5y^3-6y^2-25y+25=0$ $16+5-6-25+25=0$ $0<y\le\sqrt{5}$

$1-5-6+25+25$ $0<y<\sqrt{5}$

$\cancel{(y+\sqrt{5})^4 = y^4+25-4y^3\sqrt{5}+30y-20y\sqrt{5}+25}$

$4+40-24-50+25=-5$ $y<+\sqrt{5}$

$y^4+5y^3-6y^2-25y+25 \mid y-1$ $81-135-54+75+25=0$

y^4-y^3 $\quad y^3+6y^2-25$

$6y^3-6y^2$ $181-189=-8$

$6y^3-6y^2$ $(y-1)(y^3+6y^2-25)=0$

$0\quad -25y+25$ $-64+96-25=$

$-25y+25$

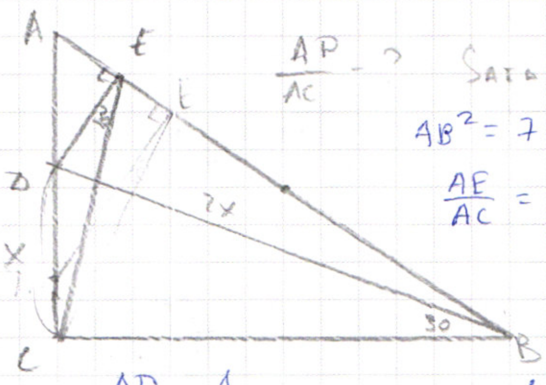
0 $8+24-25=7$

$-8+24-25=$

$-27+54-25=$ $-125+150-25$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$\frac{AP}{AC} \to S_{AED}$ $\quad AC=\sqrt{7} \quad BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}} \quad \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{21}}$

$AB^2 = 7 + \frac{28}{3} = \frac{49}{3} \quad AB = \frac{7}{\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{7}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{7} = \frac{1}{\sqrt{21}}$

$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

$3x^2 = \frac{28}{3} \quad 9x^2 = 28 \quad x = \frac{2}{3}\sqrt{7}$

$\sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7} = \frac{\sqrt{7}}{3} \quad \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{\sqrt{21}} = \frac{AE}{\sqrt{7}} \quad AE = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{DE}{2\sqrt{\frac{7}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{21}} \quad DE = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{21}} = \frac{2}{9}$

$\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \quad \frac{7}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{21} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ $\quad \cancel{S_{AED}}$

$a,\ 2a,\ b \quad b > a$

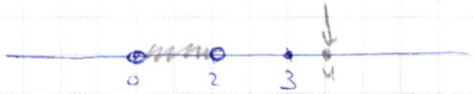
$3a + b = 600$

$\frac{600-b}{3} < b \quad 600 - b < 3b \quad 600 < 4b \quad b > 150$

$3a > b \quad 600 - b > b \quad 150 < b < 300, \quad b \vdots 3$

$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \le 0 \qquad \frac{(x-3)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|} \le 0$

$x \ge 3 \quad 2 \le x < 3$



$x \ge 3$

$|x-3| - |x-2| = \quad x < 2$

$x \ge 3$

$x-3-x+2=-1$

$3-x-x+2 = 5-2x$

$3-x+2+x=1$

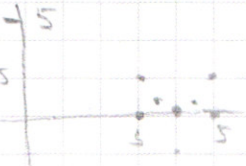
$\frac{(x-3)^2-2(x-3)+1}{2x(x-2)+x\cdot(x-2)} = \frac{(x-3)(x-5)+1}{3x(x-2)>0} \le 0$

$(x-3)(x-5)+1 \le 0 \quad x^2-8x+16 \le 0 \quad (x-4)^2 \le 0 \quad x=4$

0,25 − 3 + 10 − 5

0,5 − 2 + 0,75

3,5 $\quad$ 0,5 · −1,5



$2 < x < 3$

$\frac{(x-3)^2-2(3-x)+1}{2x(x-2)+x(x-2)>0} = \frac{(x-3)(x-1)+1}{3x(x-2)} \le 0$

$x^2 - 4x + 4 \le 0 \quad (x-2)^2 \le 0 \quad x = 2 \quad X \qquad x(x-2) \le 0$

$\frac{(x-3)(x-1)+1}{2x(x-2)+x(2-x)} = \frac{(x-3)(x-1)+1}{x(x-2)} = \frac{(x-2)^2}{x(x-2)} = \frac{x-2}{x} \le 0$

$x < 0$

$\frac{(x-2)^2}{2x(x-2)+x(x-2)} = \frac{(x-2)^2}{3x(x-2)} = \frac{x-2}{3x} \quad X$

$4+4x^2+y^2-8x-4y+4xy$

$x<0 \quad y<0 \qquad 2-2x-y>2$

$-2x-y+4-2x-y = 4-4x-2y > 4$

$x^2-2x-4y+y^2 \le 0$

$x(x-2) + y(y-4) \le 0 \qquad x, y < 0 \qquad x > 2 \quad y > 4 \quad X$

$1 + |2x| + |y| + |4-2x-y| > 5 + x^2 - 2x + 4y + y^2 = (y-2)^2 + (x-1)^2$

☑ черновик $\qquad$ ☐ чистовик $\qquad$ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) $\qquad$ (Нумеровать только чистовики)