МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\frac{5}{2}\sqrt{29}$, $BC=\frac{\sqrt{29}}{4}$, а $\angle CED=45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 19$, $3\leqslant y\leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\frac{x^2-2x+5-4\cdot(|x-1|)}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\le 0$$

в неравенстве три модуле, их можно раскрыть 8-ью способами.

① $\begin{cases} x\ge 1 \\ x\ge 0 \\ x\ge 3 \end{cases} \Downarrow$ $x\ge 3$

② $\begin{cases} x\ge 1 \\ x\ge 0 \\ x\le 3 \end{cases} \Downarrow$ $x\in[1;3]$

$\begin{cases} x\ge 1 \\ x\le 0 \\ x\ge 3 \end{cases} \Downarrow$ нет решений

$\begin{cases} x\ge 1 \\ x\le 0 \\ x\le 3 \end{cases} \Downarrow$ нет решений

$\begin{cases} x\le 1 \\ x\ge 0 \\ x\ge 3 \end{cases} \Downarrow$ нет решений

③ $\begin{cases} x\le 1 \\ x\ge 0 \\ x\le 3 \end{cases} \Downarrow$ ~~$x\in[0;1)$~~ $x\in[0;1]$

$\begin{cases} x\le 1 \\ x\le 0 \\ x\ge 3 \end{cases} \Downarrow$ нет решений

④ $\begin{cases} x\le 1 \\ x\le 0 \\ x\le 3 \end{cases} \Downarrow$ $x\le 0$

Рассмотрим случаи имеющие решения:

① $$\frac{x^2-2x+5-4(x-1)}{4x^2-12x+x(x-3)}\le 0$$

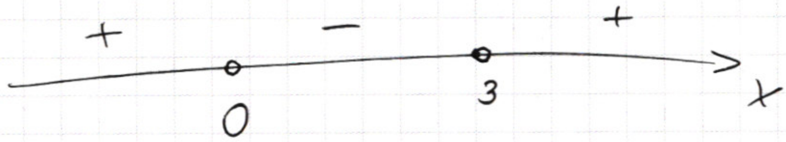
$$\frac{x^2-6x+9}{5x^2-15x}\le 0$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\frac{(x-3)^2}{x(x-3)} \le 0$$

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{x} \le 0 \\ x \ne 3 \end{cases}$$



$x \in (0;3)$ с условиями ограничений на модули $(x \ge 3)$

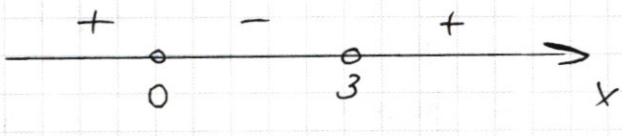
получаем: нет решений.

②

$$\frac{x^2-2x+5-4(x-1)}{4x^2-12x+x(3-x)} \le 0$$

$$\frac{(x-3)^2}{x(x-3)} \le 0$$

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{x} \le 0 \\ x \ne 3 \end{cases}$$



$x \in (0;3)$

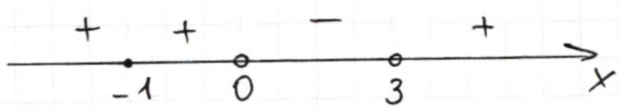
с условиями ограничений на модули $(x \in [1;3])$:

$x \in [1;3)$

③

$$\frac{x^2-2x+5-4(1-x)}{4x^2-12x+x(3-x)} \le 0$$

$$\frac{(x+1)^2}{x(x-3)} \le 0$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~4~~ $x \in (0;3) \cup \{-1\}$

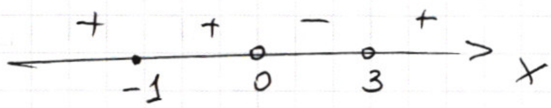
с условиями ограничений на модули ($x \in [0;1]$):

$x \in (0;1]$

(4) $$\frac{x^2-2x+5-4(1-x)}{4x^2-12x+(-x)\cdot(-(x-3))} \leq 0$$

$$\frac{x^2-2x+5-4+4x}{4x^2-12x+x(x-3)} \leq 0$$

$$\frac{(x+1)^2}{x(x-3)} \leq 0$$



$x \in (0;3)$

с условиями ограничений на модули ($x \leq 0$):

нет решений.

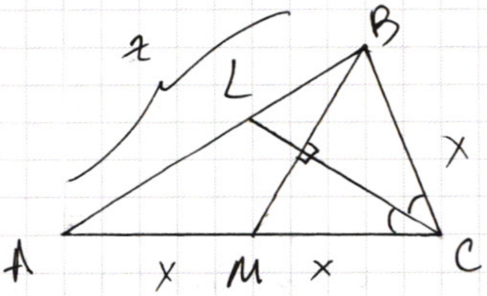
Значит у искомого неравенства решения: $x \in (0;3)$

Ответ: $(0;3)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№2



пусть мы имеем произвольный треугольник ABC, у которого биссектриса $CL \perp$ медиане BM, тогда

$\triangle BCM$ – равнобедренный (т.к. CL – биссектриса и высота)

значит $BC = MC$, но BM – медиана, значит $AM = MC$.

Поэтому $AM = MC = BC$, пусть $AM = MC = BC = x$, а $AB = z$, тогда периметр $\triangle ABC$ будет

$z + 3x = 300$

Также мы имеем неравенство треугольника, по которому $|2x - x| < z < |2x + x|$

$x < z < 3x$, т.к. $z = 300 - 3x$, то

$x < 300 - 3x < 3x$

$$\begin{cases} x < 300 - 3x \\ 300 - 3x < 3x \end{cases} \quad \begin{cases} x < 75 \\ x > 50 \end{cases}$$

$50 < x < 75$, значит целочисленных x 24 штуки, а значит и возможных треугольников 24.

Ответ: 24

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$y-2x=\sqrt{xy}$

$(y-2x)^2=xy \qquad (y-2x\geq 0\ *)$

$\qquad\qquad\qquad\qquad 2x\leq y$

$y^2-4xy+4x^2=xy$

$y^2-5xy+4x^2=0$

решим относительно y: $D=25x^2-16x^2=(3x)^2$

$y=\dfrac{5x\pm 3x}{2}$ $\quad\left[\begin{array}{ll} y=4x & \text{удовлетворяет } * \\ y=x & \text{не удовлетворяет } * \end{array}\right.$

значит $y=4x$

$2y+x^2=9$

$8x+x^2=9$

$x^2+8x-9=0$

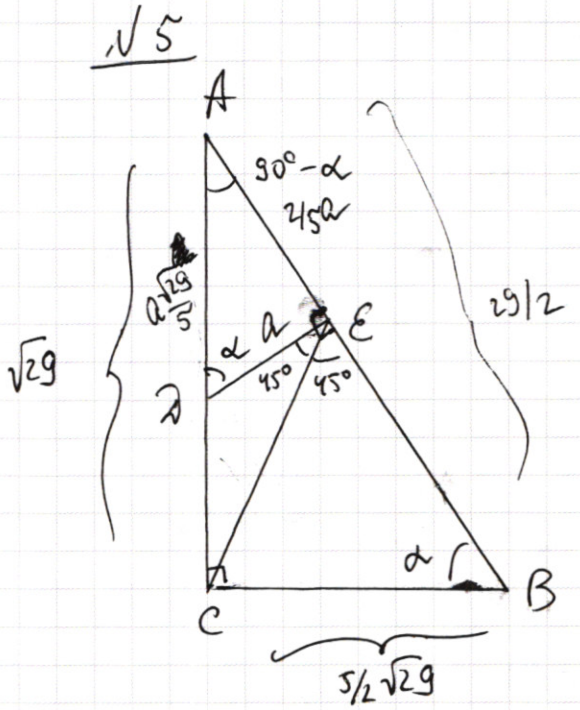
$D=64+36=10^2$

$x=\dfrac{-8\pm 10}{2}$

$\left[\begin{array}{lll} x=1 & \to\ y=4 & -\text{ верно} \\ x=-9 & \to\ y=-36 & -\text{ неверно (подстановкой в исходную систему)} \end{array}\right.$

Ответ: $(1;4)$

№5



Дано:
$D \in AC$; $E \in AB$
$DE \perp AB$
$AC = \sqrt{29}$
$BC = \frac{5}{2}\sqrt{29}$
$\angle CED = 45°$

Найти:
$AD : AC$ – ?
S_{AED} – ?

1) пусть $\angle B = \alpha$, тогда $\angle A = 90° - \alpha$ (т.к. прямоугольный треугольник)

$\angle ADE = \alpha$ (т.к. прямоуг. треугольник)

2) $AB^2 = AC^2 + BC^2$ – по теореме Пифагора

$AB = \sqrt{29 + \frac{25}{4}29} = \frac{29}{2}$

3) пусть ~~AD~~ $= a$, тогда ~~$AE = a\sin\alpha =$~~
DE

$= \cancel{a\sqrt{29}}$

тогда $AD = \frac{a}{\cos\alpha} =$

$= \frac{a}{\frac{5/2\sqrt{29}}{29/2}} = a\frac{\sqrt{29}}{5}$

$AE = a\,tg\alpha = a\cdot\frac{\sqrt{29}}{\frac{5}{2}\sqrt{29}} = \frac{2}{5}a$

4) $CE^2 = \left(\frac{29}{2} - \frac{2}{5}a\right)^2 + \frac{25}{4}\cdot 29 - \cancel{2}\cdot\left(\frac{29}{2} - \frac{2}{5}a\right)\cdot\frac{5}{\cancel{2}}\sqrt{29}\cdot\cos\alpha =$

$= \frac{29^2}{4} - \cancel{2}\cdot\frac{29}{\cancel{2}}\cdot\frac{2}{5}a + \frac{4}{25}a^2 + \frac{25\cdot 29}{4} - \cancel{2}\left(\frac{29}{2} - \frac{2}{5}a\right)\cdot 5\sqrt{29}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}} =$

$= \frac{29^2}{4} - \frac{58}{5}a + \frac{4}{25}a^2 + \frac{25\cdot 29}{4} - \frac{29\cdot 25}{2} + 10a =$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= \frac{29^2}{4} + \frac{25\cdot 29}{4} - \frac{29\cdot 25}{2} - \frac{8}{5}a + \frac{4}{25}a^2 =$$

$$= \frac{29}{2}\left(\frac{29}{2} + \frac{25}{2} - 25\right) - \frac{8}{5}a + \frac{4}{25}a^2 =$$

$$= \frac{4}{25}a^2 - \frac{8}{5}a + 29$$ – из теоремы косинусов для $\triangle CEB$

5) $CE^2 = 29 + \frac{4}{25}a^2$

№ 7

сначала обозначим функции для натуральных чисел от 3 до 19:

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
f(x)	3	4	5	5	7	6	6	7	11	7	13	9	8	8	17	8	19

пусть $\frac{x}{y} = z$, ~~натуральное~~ тогда

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(z) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = f(z) - f(x)$$

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = f(z) - f(yz)$$

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = \cancel{f(z)} - f(y) - \cancel{f(z)}$$

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = -f(y)$$

таким образом $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$ тогда, когда

$$\cancel{f(x)} \; f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0, \text{ т.е.}$$

$$f(x) - f(y) < 0$$

$$f(x) < f(y)$$

для натуральных чисел от 3 до 19:

число (x)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
кол-во пар с ним: $f(x) < f(y)$	16	15	13	13	8	11	11	8	3	8	2	4	5	5

17	18	19
1	5	0

значит всего пар:

$$16 + 15 + 13 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 11 \cdot 2 + 3 + 2 + 4 + 5 + 5 + 1 + 5 + 0 =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= 31+26+24+22+5+9+6+5 = 57+46+14+11 =$

$= 68+60 = \underline{128}$

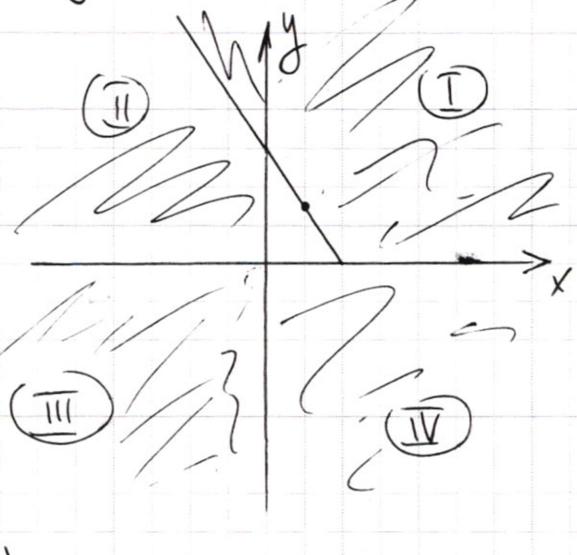
Ответ: 128 пар

№ 6

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6 \\ x^2-2x-3y+y^2\le 0 \end{cases}$$

$(x-1)^2+(y-1,5)^2 \le \sqrt{3,25}^2$ – круг с центром $(1;1,5)$, радиусом $\sqrt{3,25}$.

Будем рассматривать $|3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6$ в системе координат



для III четверти: $x<0;y<0$,

значит $6-3x-2y>0$,

значит:

$-3x-2y+\cancel{6}-3x-2y>\cancel{6}$

~~$-3x-2y<0$~~

$-3x-2y>0$ – верно

при наших x и y $(x<0;y<0)$,

значит графику принадлежат все точки III четверти.

для I четверти: $x>0; y>0$

$$\begin{cases} \cancel{3x}+\cancel{2y}+6-\cancel{3x}-\cancel{2y}>6, & 6-3x-2y\geq 0 \\ 3x+2y-6+3x+2y>6, & 6-3x-2y<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varnothing, & 3x+2y\leq 6 \\ 3x+2y>6, & 3x+2y>6 \end{cases}$$

$3x+2y=6$ – прямая ; $y=-1{,}5x+3$

заметим, что центр круга принадлежит ей:
$3\cdot 1+2\cdot 1{,}5=6$ и лежит на середине стороны треугольника, который образуют коорд. оси

~~значит~~ и эта прямая окр-сть описана около этого треугольника (т.к. он прямоугольный)

для II четверти: $x<0; y>0$

$$\begin{cases} -3x+\cancel{2y}+\cancel{6}-3x-\cancel{2y}>\cancel{6}, & 6-3x-2y\geq 0 \\ -\cancel{3x}+2y-6+\cancel{3x}+2y>6, & 6-3x-2y<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\leq 0, & 3x+2y\leq 6, \text{ ~~но у нас x<0~~} \\ \cancel{-3x+2y}\ y>3, & 3x+2y>6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<0 \\ y>0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\leq 0 \\ 3x+2y\leq 6 \end{cases} \\ \begin{cases} y>3 \\ 3x+2y>6, \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

значит это вся плоскость II четверти

~~значит это просто участок плоскости над прямой $y=-1{,}5x+3$~~

для IV четверти: $x>0; y<0$

$$\begin{cases} 3x-2y+\cancel{6}-\cancel{3x}-2y>\cancel{6}, & 6-3x-2y\geq 0 \\ -3x+2y-6+3x+2y>6, & 6-3x-2y<0 \end{cases}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

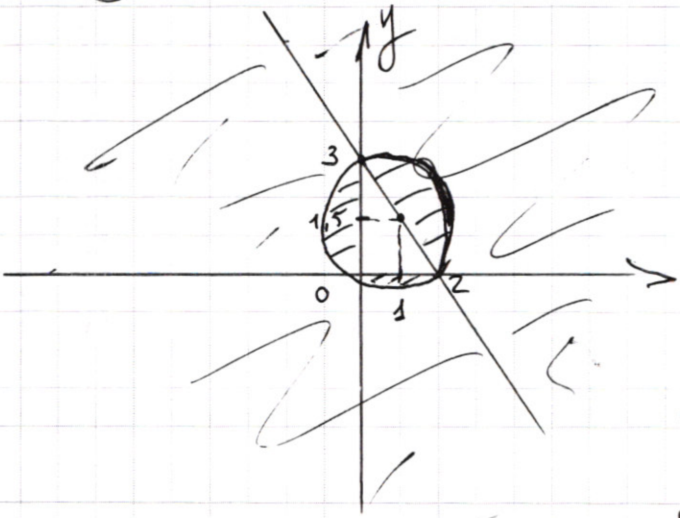
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y<0, & 3x+2y\le 6 \\ x>2, & 3x+2y>6 \end{cases}$$

тоже вся плоскость (уже IV четверти)

значит



то есть общая часть это площадь круга − площадь треугольника (прямоугольного)

площадь круга радиуса r

$S_\circ = \pi r^2 = \pi \cdot 3{,}25$ − у нас

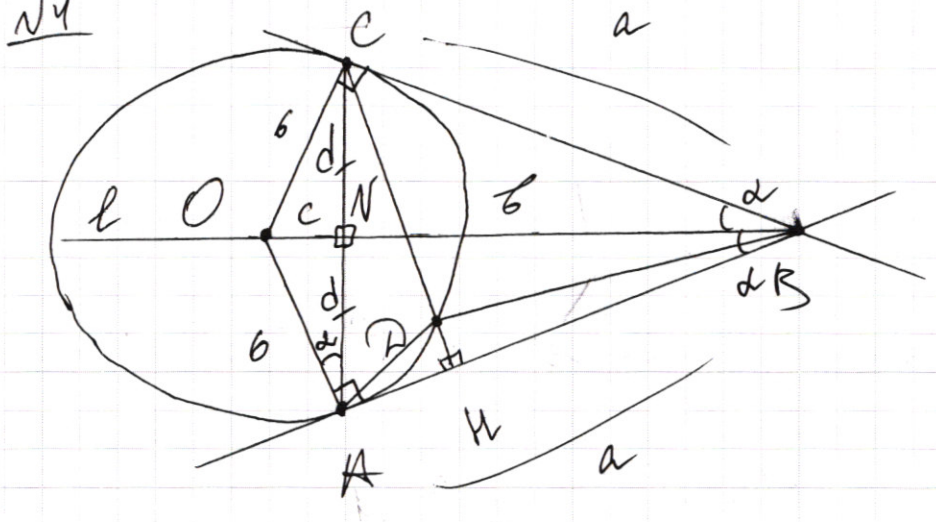
$S_\Delta = \frac{ab}{2} = \frac{3\cdot 2}{2} = 3$

$S_{общ} = S_\circ - S_\Delta = \pi\cdot 3{,}25 - 3 = \frac{13}{4}\pi - 3 =$

$= \frac{13\pi - 12}{4} \approx 7{,}2$

Ответ: $\frac{13}{4}\pi - 3 \approx 7{,}2$

№4



1) $\triangle ABC$ – равнобедренный, т.к. равны отрезки касательных к одной окр-сти (из точки B)

2) Проведём биссектрису l $\angle CBA$: она также высота в $\triangle ABC$, значит $l \perp AC$; т.к. окружность получается вписанной в угол, то $O \in l$

3) пусть $AB = a = CB$; $\angle OBA = \alpha = \angle OBC$;

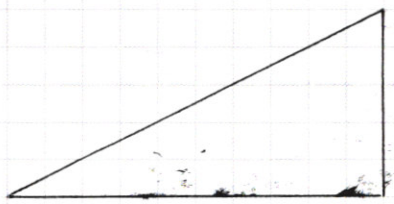
$OA \perp AB$ и $OC \perp CB$ – как радиусы, проведённые к касательным

тогда $6 = a\,tg\,\alpha$;

$c = 6\sin\alpha$; $c = d\,tg\,\alpha$

$$\begin{cases} b + c = a/\cos\alpha \\ 6 = a\,tg\,\alpha \\ c = d\,tg\,\alpha \\ c = 6\sin\alpha \\ d = b\,tg\,\alpha \end{cases}$$

№2

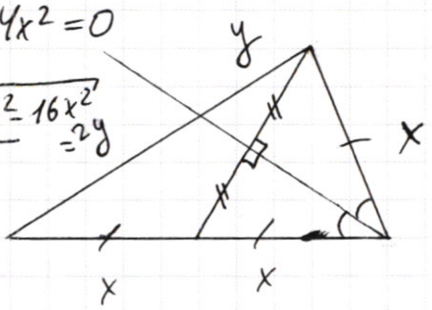


$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy$

$y^2 - 5xy + 4x^2 = 0$

$y = \frac{5x \pm \sqrt{25x^2 - 16x^2}}{2}$ $=2y$

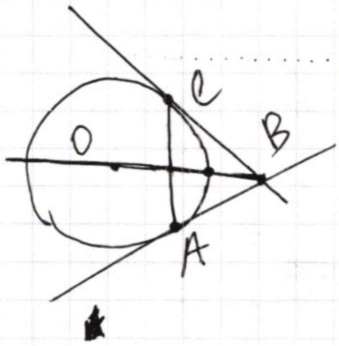
$= \frac{5x \pm 3x}{2}$



$\left[\begin{array}{l} y = x \\ y = 4x \end{array}\right.$

$2x < 3y + x$

$x < 3y + 2x$



$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy}; \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$

$2x = y - \sqrt{xy}$

$2y = 9 - x^2$

$4xy^{1/2} = \sqrt{y}(\sqrt{y} - \sqrt{x})(3-x)(3+x)$

$4x\sqrt{y} = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(9 - x^2)$

$3y + 3x = 300$

$\begin{cases} y + x = 100 \\ 3y < 3x \\ 3y > x \end{cases}$ $\quad z + 3x = 300$

$z < 3y$

$z > x$

$3x > z > x$

$\begin{cases} y + x = 100; \; x = 100 - y \\ 3y > x > y \end{cases}$ $\quad y = 100 - x$

$\uparrow y = 25$ $\quad \downarrow y = 50$

$3y > 100 - y > y$

$300 - 3x > x > 100 - x$ $\quad 4y > 100 > 2y$

$300 > 4x > 100 + 2x$ $\quad 2y > 50 > y$

$75 > x > 50$

$3x > 300 - 3x > x$

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$ $\quad 2(y + x) + x^2 - y = 9 - \sqrt{xy}$

$4x + x^2 = 9 - \sqrt{xy}$

$y = \frac{9 - x^2}{2}$

$\frac{9 - x^2}{2} - 2x = \sqrt{x \cdot \frac{9 - x^2}{2}}$ $\quad |^2$

$\begin{cases} \frac{9 - x^2}{2} - 2x \geq 0 \\ 9 \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1) $$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\le 0$$

$\begin{cases} \cancel{x \geq 1} \\ \cancel{x \quad 0} \\ \cancel{x \quad 3} \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq 1 \\ x\geq 0 \\ x\geq 3 \end{cases}$ да $x\geq 3$

$\begin{cases} x\geq 1 \\ x\geq 0 \\ x<3 \end{cases}$ да $x\in[1;3)$

$\begin{cases} x\geq 1 \\ x<0 \\ x\geq 3 \end{cases}$ нет

$\begin{cases} x\geq 1 \\ x<0 \\ x\leq 3 \end{cases}$ нет

$\begin{cases} x<1 \\ x\geq 0 \\ x\geq 3 \end{cases}$ нет

$\begin{cases} x<1 \\ x\geq 0 \\ x\leq 3 \end{cases}$ да $x\in[0;1)$

$\begin{cases} x<1 \\ x<0 \\ x\geq 3 \end{cases}$ нет

$\begin{cases} x<1 \\ x<0 \\ x<3 \end{cases}$ да $x<0$

$$\frac{x^2-2x+5-4x+4}{4x^2-12x+x^2-3x}\le 0$$

$$\frac{x^2-6x+9}{5x^2-15x}$$

$x^2-2x+5+4(x-1)$

$x^2-2x+5+4x-4$

x^2+2x+1

$4x^2-12x+x(3-x)$

$4x^2-12x+3x-x^2$

$3x^2-9x$

$3x(x-3)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6 $x^2-2x-3y+y^2\le 0$

$(x^2-2x+1)-1+(y^2-3y+2{,}25)-2{,}25\le 0$

$(x-1)^2+(y-1{,}5)^2\le 3{,}25$

$|3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6$

~~$3x+2y>6$~~ $|6-3x-2y|>6-|3x|-|2y|$

~~1~~ ~~2~~

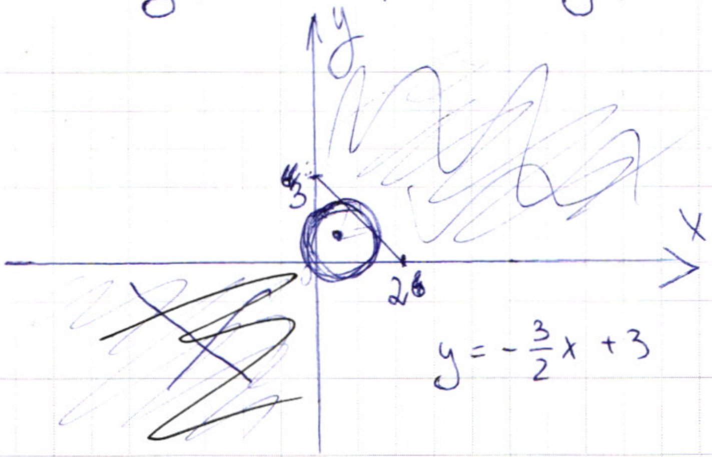
~~$x>0$~~ ~~$x>0$~~

~~$y>0$~~ ~~$y>0$~~

~~$6>3x+2y$~~ ~~$6<3x+2y$~~

$\cancel{6}-3x-2y>\cancel{6}+3x+2y$

$-1>0$



$y=-\frac{3}{2}x+3$

$-6x-4y>0$

$-3x-2y>0$

$-1(3x+2y)>3x+2y$

$-1<0$

$|6-3x-2y|>6+3x-2y$ $x<0$

$\begin{cases} x<0, & 6-3x-2y>0 \\ 4y>12, & 6-3x-2y<0 \end{cases}$

$\begin{cases} x<0, & 3x+2y>6 \\ y>3, & 3x+2y>6 \end{cases}$

$3x+2\cdot 3+2\cdot\Delta y>6$

$3x>-2\Delta y$

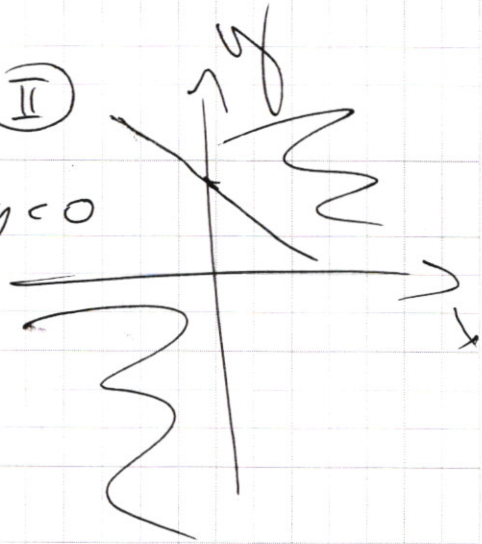
$\begin{cases} x>0 \\ y>0 \\ 3x+2y+\cancel{6}-3x-2y>\cancel{6}, \quad 6-3x-2y\ge 0 \\ \quad 3x+2y<6 \\ 3x+2y-6+3x+2y>6 \end{cases}$

$3x+2y>6$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} x<0; \\ y>0 \\ -3x+\cancel{2y}+\cancel{6}-3x-\cancel{2y}\ge\cancel{6}, \quad 6-3x-2y>0 \quad \text{II} \\ -\cancel{3x}+2y-6+\cancel{3x}+2y>6, \quad 6-3x-2y<0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \cancel{6}, \quad 6-3x-2y>0 \\ \cancel{4}y>\cancel{12}3, \quad 6-3x-2y<0 \end{cases}$$

$3x+2y>6$

$\cancel{2y}\quad 2y>-3x+6$

$y>-1,5x+3$

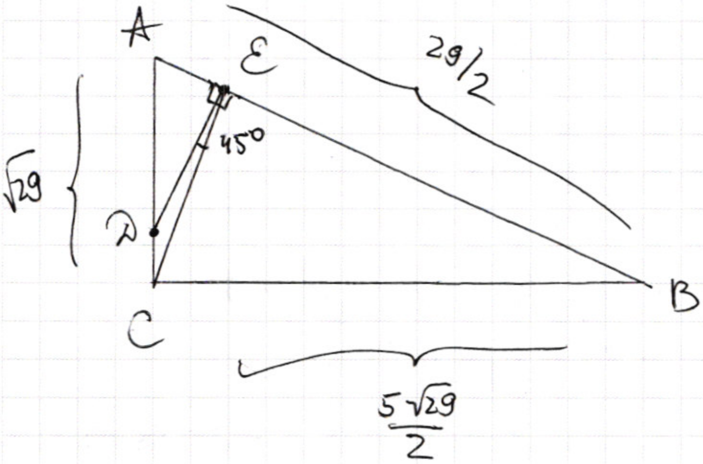
$$\begin{cases} x<0 \\ y<0 \\ -3x-2y+\cancel{6}-3x-2y>\cancel{6}, \quad 6-3x-2y>0 \\ -\cancel{3x}-\cancel{2y}-6+\cancel{3x}+\cancel{2y}>6 \end{cases}$$

$\frac{13\cdot 3,14-12}{4} =$

$\cancel{13}\quad \cancel{3,14}$

$$\begin{array}{r} 314 \\ \times\ 13 \\ \hline 942 \\ 314 \\ \hline 40,82 \end{array}$$

$\frac{40,82-12}{4}=\frac{28,82}{4}=7,205$



$$b^2 = \left(\sqrt{29} - \frac{a\sqrt{29}}{5}\right)^2 + \frac{4}{25}a^2 - 2\cdot\frac{2}{5}a\cdot\sqrt{29}\cdot\frac{\sqrt{29}}{29/2} =$$

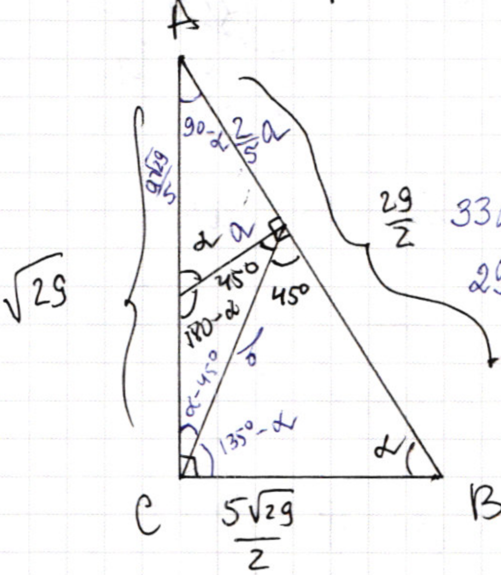
$$= 29 - 2\cdot 29\cdot\frac{2}{5}a + \frac{a^2\cdot 29}{25} + \frac{4}{25}a^2 - \frac{8}{5}a =$$

$$= a^2\cdot\frac{33}{25} - 10a + 29$$

$$b^2 = a^2 + 29 - \frac{2}{5}a\cdot 29 + a\frac{29}{25} + 2\cdot a\cdot\left(\sqrt{29} - a\frac{\sqrt{29}}{5}\right)\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\sqrt{29\cdot\frac{25}{4} + 29} = \sqrt{29}\cdot\frac{\sqrt{29}}{2} = \frac{29}{2}$$

$$\frac{33}{25}a^2 - 10a = \frac{4}{25}a^2 - \frac{8}{5}a$$



$33a - 250 = 4a - 40$

$29a = 210$

$a = \frac{210}{29}$

$180^\circ - (180 - \alpha + 45) = \alpha - 45^\circ$

$\frac{210}{29\cdot 5}\cdot\sqrt{29}$

$\frac{42}{25}\sqrt{29}$

$$\frac{a}{\cos\alpha} = \frac{a}{\frac{5\sqrt{29}/2}{29/2}} = \frac{a\sqrt{29}}{5}$$

$\frac{2}{5}\cdot\frac{210}{29}$

$$a\,tg\,\alpha = a\cdot\frac{\sqrt{29}}{\frac{5\sqrt{29}}{2}} = \frac{2}{5}a$$

$$\cos\alpha = \frac{5\sqrt{29}/2}{29/2}$$

$$b^2 = \left(\frac{29}{2} - \frac{2}{5}a\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{29}}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(\frac{29}{2} - \frac{2}{5}a\right)\left(\frac{5\sqrt{29}}{2}\right)\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$b^2 = \frac{29^2}{4} + \frac{4}{25}a^2 + \frac{25\cdot 29}{4} - 25\left(\frac{29}{2} - \frac{2}{5}a\right) =$$

$29\cdot\frac{2}{5}a$

$$= \frac{29^2}{4} + \frac{4}{25}a^2 + \frac{25\cdot 29}{4} - \frac{25\cdot 29}{2} + 10a =$$

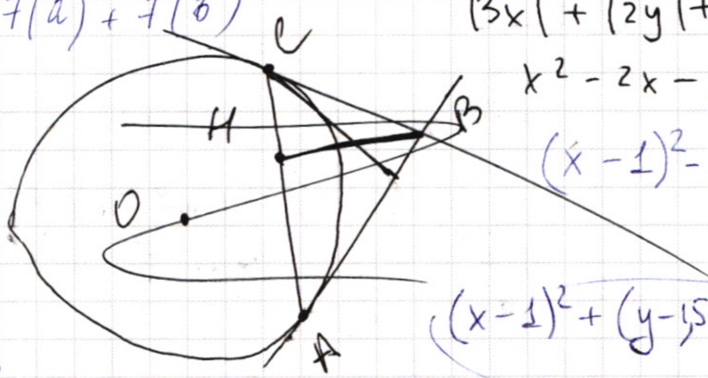
$$= \frac{4}{25}a^2 + 10a + \frac{29}{2}\left(\frac{29}{2} + \frac{25}{2} - 25\right) =$$

$$= \frac{4}{25}a^2 + 10a + 29 - \frac{58}{5}a = \frac{4}{25}a^2 - \frac{8}{5}a + 29$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = p$

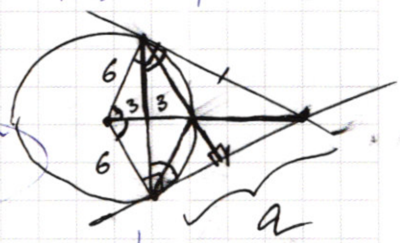


$|3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6$

$x^2 - 2x - 3y + y^2 \le 0$

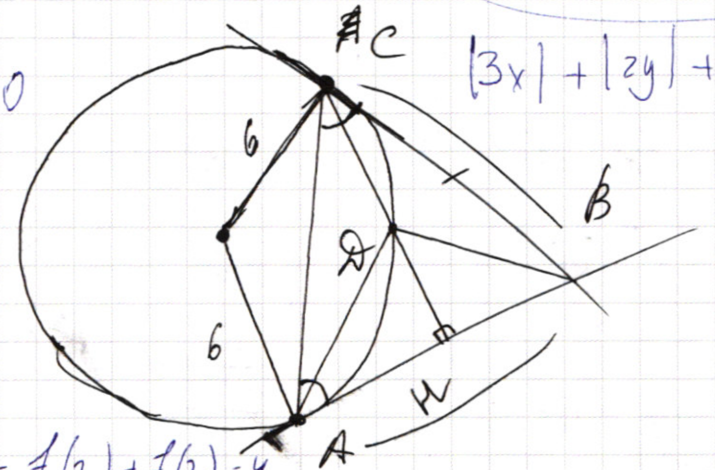
$(x-1)^2 - 1 + (y-1{,}5)^2 - 2{,}25 \le 0$

$(x-1)^2 + (y-1{,}5)^2 \le 3{,}25$



$f(15) = 8$

$f(21) = 10$



$|3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6$

$S_{ABD} = 15 = ah$

$\beta = 2\gamma$

$f(4) = f(2) + f(2) = 4$

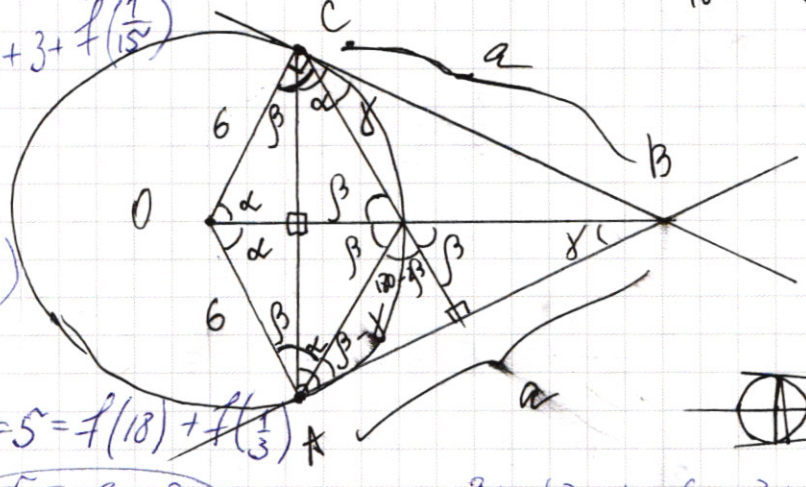
$f\left(\frac{3}{5}\right) = 3 + 3 + f\left(\frac{1}{15}\right)$

$f\left(\frac{19}{3}\right) =$

$= 19 + f\left(\frac{1}{3}\right)$

$180 - (180 - 2\beta + \beta + \gamma)$

$\beta - \gamma$

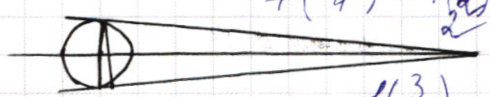


$x = 0;\ y = 0$

$6 - 3x - 2y = 0$

$f\left(\frac{3}{4}\right) = f(3) + f\left(\frac{1}{4}\right)$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{8}\right)$



$f\left(\frac{18}{3}\right) = 5 = f(18) + f\left(\frac{1}{3}\right)$

$5 = 8 - 3$

$3x + 2y + 6 - 3x - 2y > 6$

$f\left(\frac{3}{5}\right) = f(3) + f\left(\frac{1}{5}\right)$

$f\left(\frac{3}{5}\right) = 3 +$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	2	3	4	5	5	7	6	6	7	11	7	13	9	8	8	17	8	19

yz

$f\left(\frac{10}{5}\right) = 2 = 7 - 5$ $\quad 3 = 8 - 5$