МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 18$, $1\leqslant y\leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Сначала решим уравнение $\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6x+10-2|x-3|=0 \\ 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|\neq 0 \end{cases}$. $x^2-6x+10-2|x-3|=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+16=0,\ x\geq 3 \\ x^2-4x+4=0,\ x<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x-4)^2=0,\ x\geq 3 \\ (x-2)^2=0,\ x<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2 \end{array}\right.$ — не подходит, т.к. при $x=2$ $2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|=0$.

$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-6x+10-2|x-3|>0 \\ 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|<0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-6x+10-2|x-3|<0 \\ 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|>0 \end{cases} \end{array}\right.$

Рассмотрим второе ~~уравнение~~ неравенство 1 системы: $2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|<0$. $|x|\cdot|x-2|\geq 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow$ неравенство может быть верным лишь при $2x^2-4x<0 \Leftrightarrow 2x(x-2)<0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x\in(0;2)$. Докажем, что на этом промежутке неравенство верно. ~~тогда~~ $|x|$ раскроется, как x, а $|x-2|$, как $2-x$, тогда $2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|<0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x(2-x)<-2x^2+4x \Leftrightarrow -x^2+2x<-2x^2+4x \Leftrightarrow x^2<2x \Leftrightarrow x<2$ — верно при $x\in(0;2)$ (и т.к. $x>0$ на него можно делить). Докажем, что первое неравенство 1 системы также верно на промежутке $(0;2)$. $x^2-6x+10-2|x-3|>0 \Leftrightarrow x^2-6x+10>2(3-x) \Leftrightarrow$ $x^2-6x+10>6-2x \Leftrightarrow x^2-4x+4>0 \Leftrightarrow (x-2)^2>0$ — верно на промежутке $(0;2)$ (модуль раскрылся, как $3-x$, т.к. $x<3$). Значит решением первой системы является промежуток $(0;2)$.

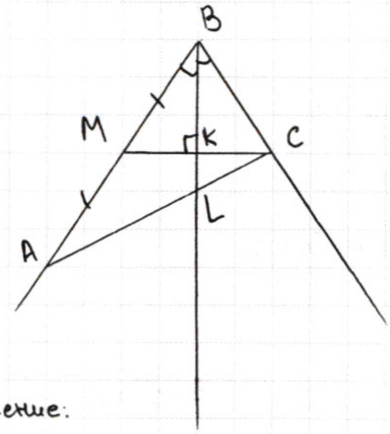
Рассмотрим первое неравенство 2 системы.

$x^2-6x+10-2|x-3|<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-6x+10<2x-6,\ x>3 \\ x^2-6x+10<6-2x,\ x>3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+16<0,\ x>3 \\ x^2-4x+4<0,\ x<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x-4)^2 < 0,\ x>3 \\ (x-2)^2 < 0,\ x<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2 \end{array}\right.$$ – случаи уже рассмотрены $\Rightarrow$ 2 система не дает новых решений

Ответ: $(0;2) \cup \{4\}$

Задача №2



Дано:

BL – биссектриса
CM – медиана
$BL \perp CM$
$P_{\triangle ABC} = 600$
$AB, BC, AC \in \mathbb{Z}$

Найти кол-во $\triangle ABC$

Решение:

Очевидно, что медиана и биссектриса из одного угла не могут быть перпендикулярны $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ рассматриваемый случай без ограничения общности единственный. Пусть пересечение BL и CM это K. Тогда $\triangle BKM = \triangle BKC$ по катету и острому углу (BK – общий, $\angle MBK = \angle CBK$) $\Rightarrow$ $\Rightarrow BC = BM = AM$. По св-ву бисс. $AB : BC = AL : LC = 2:1$. Пусть $BC = x$, $CL = y$ тогда $BA = 2x$, $LA = 2y$ и $P_{\triangle ABC} = 600 = 3x + 3y \Leftrightarrow x + y = 200$. Из неравенства треугольника верна система $\begin{cases} 3x > 3y \\ x + 3y > 2x \\ 2x + 3y > x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > 3y \\ x + 3y > 2x \end{cases}$, т.к. третье неравенство следует из второго,

т.к. $x, y \in \mathbb{N}$. $\begin{cases} 3x > 3y \\ x + y = 200 \\ x + 3y > 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > y \\ x + y = 200 \\ 3y > x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 100 \\ x + y = 200 \\ y > 50 \end{cases} \Rightarrow x \in (100; 150)$, каждому x соответствует y $(y = 200 - x)$ $\Rightarrow \exists$ 49 треугольников ABC, удовлетворяющих условиям.

Ответ: 49.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

ОДЗ: $xy \geq 0$. Рассмотрим случай, когда одна из переменных равна 0. Тогда из 1 уравнения системы вторая переменная тоже равна 0, а это противоречит второму уравнению системы $\Rightarrow x \neq y \neq 0 \Rightarrow xy > 0$. $x - 2y = \sqrt{xy} \Leftrightarrow x^2 - 4xy + 4y^2 = xy \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 - 5xy + 4y^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{y} - 5 + 4\frac{y}{x} = 0$ (делить на xy можно, т.к. $xy > 0$).

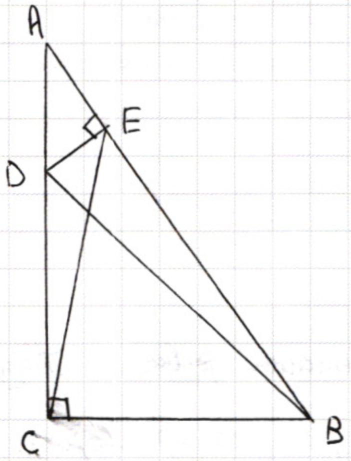
Пусть $\frac{x}{y} = a$, тогда $\frac{x}{y} - 5 + 4\frac{y}{x} = 0 \Leftrightarrow a - 5 + 4\cdot\frac{1}{a} = 0 \Leftrightarrow a^2 - 5a + 4 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (a-1)(a-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{y}=1 \\ \frac{x}{y}=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x=4y \end{array}\right.$ - подставим во 2 уравнение.

$y + y^2 = 5 \Leftrightarrow y^2 + y - 5 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+20}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} = x$

$4y + y^2 = 5 \Leftrightarrow y^2 + 4y - 5 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{-4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = -2 \pm 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1,\ x=4 \\ y=-5,\ x=-20 \end{array}\right.$

Ответ: $\left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2}; \frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right)$, $\left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)$, $(4;1)$, $(-20;-5)$.

Задача №5



Дано:

$\angle ACB = 90^\circ$

$DE \perp AB$

$AC = \sqrt{7}$

$BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\angle CED = 30^\circ$

Найти $AD:AC$, $S_{\triangle AED}$

Решение:

$\triangle AED \sim \triangle ACB$ по 2 углам ($\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$, $\angle A$ общий) $\Rightarrow \angle ADE = \angle ABC \Rightarrow$

$\Rightarrow DEBC$ - вписанный. Тогда $\angle CED = \angle CBD = 30^\circ \Rightarrow 2CD = BD$. По т. Пифагора

$BD^2 = CD^2 + BC^2 \Leftrightarrow 4CD^2 = CD^2 + \left(2\sqrt{\frac{7}{3}}\right)^2 \Leftrightarrow 3CD^2 = \frac{28}{3} \Leftrightarrow CD^2 = \frac{28}{9} \Leftrightarrow CD = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

$AD = AC - CD = \sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7} = \frac{1}{3}\sqrt{7}$. $AD:AC = \frac{1}{3}\sqrt{7} : \sqrt{7} = 1:3$. $\triangle AED \sim \triangle ACB \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow AE = \frac{AC \cdot AD}{AB} = \frac{\sqrt{7} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{7}}{AB} = \frac{7}{3AB}$. По т. Пифагора $AB =$

$= \sqrt{AC^2 + BC^2} \Leftrightarrow AB = \sqrt{7 + \frac{28}{3}} = \sqrt{\frac{49}{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$. $AE = \frac{7}{3AB} =$

$= \frac{7}{3 \cdot \frac{7\sqrt{3}}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. $\frac{ED}{AD} = \frac{BC}{AB} \Leftrightarrow ED = \frac{BC \cdot AD}{AB} \Leftrightarrow ED = \frac{2\sqrt{\frac{7}{3}} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{7}}{\frac{7\sqrt{3}}{3}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ED = \frac{\frac{14}{\sqrt{3}}}{7\sqrt{3}} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$. $S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot ED = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{3} =$

$= \frac{1}{3\sqrt{3}}$

Ответ: $1:3$, $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

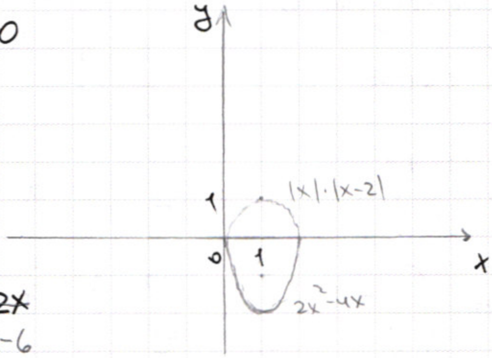
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \le 0$ $\qquad x^2-6x+10-2|x-3|=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+16=0, \ x\ge 3 \\ x^2-4x+4=0, \ x<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x-4)^2=0, \ x\ge 3 \\ (x-2)^2=0, \ x<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow$ $x=4$ ✓

$x=2$ – при $x=2$ знаменатель равен 0 => не подходит.

$\begin{cases} x^2-6x+10-2|x-3|>0 \\ 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|<0 \end{cases}$ $\qquad 2x^2-4x=2x(x-2)$ - может быть <0 лишь при $x\in(0;2)$



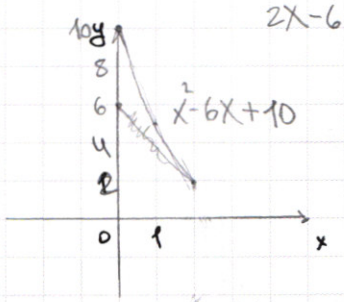
Из графика видно, что при $x\in(0;2)$ второе неравенство системы верно.

$\cancel{2^2}$

$4-12+10-2=0$

$1-6+10-4=1$

$x^2-6x+10$ и $\cancel{6-2x}$ $2x-6$



Из графика ~~второе~~ первое неравенство системы тоже верно =>

=> $x\in(0;2)$

$x^2-6x+10$

$x^2-6x+10<6-2x, \ x<3$

$x^2-6x+10$

2x-6

$\begin{cases} x^2-6x+10-2|x-3|<0 \\ 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|>0 \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} x^2-6x+10<2x-6, \ x>3 \\ x^2-6x+10<6-2x, \ x<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{array}{l} x^2-8x+16<0 \\ x^2-4x+4<0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} x=4 \\ x=2 \end{array}$ –рассмотрены

Ответ: $(0;2)\cup\{4\}$ $\qquad$ 1 $\qquad 2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|<0 \Leftrightarrow$

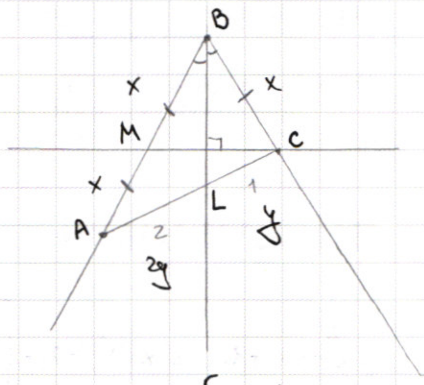
$\Leftrightarrow x(2-x)<4x-2x^2 \Leftrightarrow 2x-x^2<4x-2x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2<2x \Leftrightarrow x<2$

$x^2-6x+10>2|x-3| \Leftrightarrow x^2-6x+10>6-2x \Leftrightarrow x-4x-4>0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



Дано:
BL – ~~медиана~~ бисс.
CM – медиана
$BL \perp CM$
$P_{ABC} = 600$
Найти Кол-во ΔABC

$AB : BC = AL : LC = 2 : 1$

$3x + 3y = 600 \Leftrightarrow x + y = 200$

$\begin{cases} 3x > 3y \\ x + 3y > 2x \\ \cancel{2x + 3y > x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > y \\ 3y > x \end{cases}$

$x > 100$
$y > 50$ $\Leftrightarrow x \in (100; 150)$

т.е. $\exists$ 49 Δ

Ответ: 49

$xy \geq 0$

2

$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy} \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = xy \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5xy + 4y^2 = 0 \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\frac{x}{y} - 5 + 4\frac{y}{x} = 0$

Если одно равно 0, то из (1)
и второе равно 0, тогда (2) неверно $\Rightarrow x \neq 0$, $y \neq 0$

$\exists$ $\frac{x}{y} = a$

$a - 5 + \frac{4}{a} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 - 5a + 4 = 0 \Leftrightarrow (a-4)(a-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{y} = 1 \\ \frac{x}{y} = 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x = 4y \end{array} \right.$

$\left[\begin{array}{l} y^2 + y = 5 \\ y^2 + 4y = 5 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{array}{l} y^2 + y - 5 = 0 \\ y^2 + 4y - 5 = 0 \end{array} \Leftrightarrow$ ~~$(y+3)(y-2) = 0$~~ ~~$(y-4)(y-1) = 0$~~ $\Leftrightarrow$ ~~$y = -3, y = 2$~~ ~~$y = 4, y = 1$~~

~~$y = -3$ $x = -3$~~
~~$y = 2$ $x = 2$~~
~~$y = 4$ $x = 16$~~
~~$y = 1$ $x = 4$~~

$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 20}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} = x$

3

$y = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = -2 \pm 3$

$y = 1$ $x = 4$
$y = -5$ $x = -20$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

24 $\begin{cases} |2x| + |y| + |4-2x-y| > 4 \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 \le 5$

если $x, y > 0$ то $2x + y + 4 - 2x - y = 4 \not> 4$

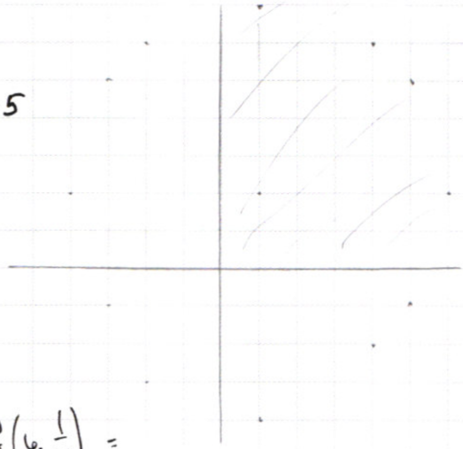
Если $2x > 0$ $y < 0$

$1 \le \underset{x^1 y}{\cancel{a\,b}} \le 18 \in N$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Leftrightarrow f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f\left(y \cdot \frac{1}{x}\right) =$

$= f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f\left(\frac{1}{x}\right) + f(y)$



☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

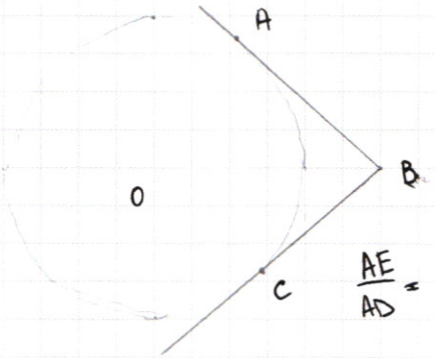
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

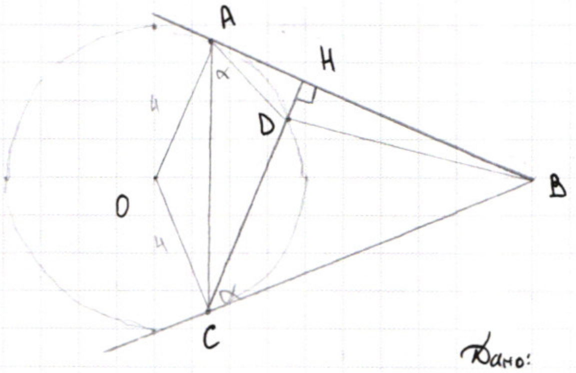
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

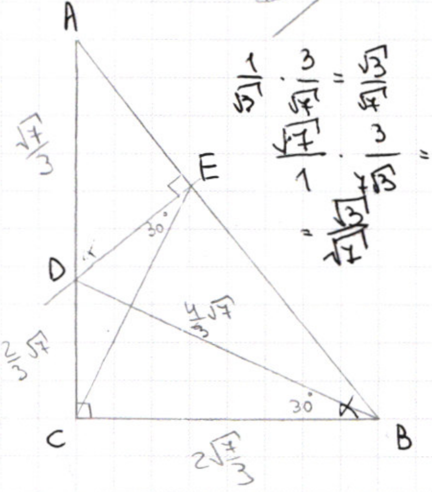
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$\frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB}$



$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$\frac{\sqrt{7}}{1} \cdot \frac{3}{7\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$DH = \frac{12}{AB}$ $\quad \frac{1}{2} DH \cdot AB = 6$

Дано:

$AC = \sqrt{7}$

$BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\angle CED = 30^\circ$

Найти $AD : AC$, S_{AED}

$HA^2 = HD \cdot HC$

$AH^2 = \frac{12}{AB} \cdot HC$

$12 \frac{HC}{AB} = AH^2$

$12 \frac{HC}{BC} = AH^2 \iff 12\cos\alpha = AH^2$

Дано:

BA, BC - кас.

$CH \perp AB$

$S_{ABD} = 6$

$R = 4$

Найти $AB : CH$

$AC^2 + BC^2 = 7 + 4 \cdot \frac{7}{3} = \frac{21+28}{3} = \frac{49}{3} \Rightarrow AB = \frac{7\sqrt{3}}{3}$ $\quad \angle ADE = \angle ABC \Rightarrow DEBC$ вписанный, причем BD - диаметр.

$\frac{28}{3} = 3x^2 \iff \frac{28}{9} = x^2 \iff \frac{2\sqrt{7}}{3} = x$

$AD = \sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{3}{7\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{2}{3}$

$\frac{AD}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{3}}{\sqrt{7}} = \frac{1}{3}$, $\quad \frac{AE}{AD} = \sin\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{\frac{7\sqrt{3}}{3}} = \frac{3\sqrt{7}}{7\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$

$\frac{AE}{AD} = \frac{3\sqrt{21}}{7} \iff AE = \frac{3\sqrt{21} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3}}{7} = \frac{7\sqrt{3}}{7} = \sqrt{3}$ $\quad \left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2 - (\sqrt{3})^2 = \frac{49}{9} - \frac{27}{9} = \sqrt{\frac{22}{9}} =$

$= \frac{\sqrt{22}}{3}$ $\quad S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{22}}{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{66}}{6}$ $\quad ED^2 + AE^2 = AD^2$

$\cancel{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2}$

$\cancel{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{7}{9}}$

$\frac{ED}{AD} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$ $\quad \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{\frac{7}{3}}}{\frac{7\sqrt{3}}{3}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{7\sqrt{3}} =$

$= \frac{6\sqrt{7}}{7 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3\sqrt{7}}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)