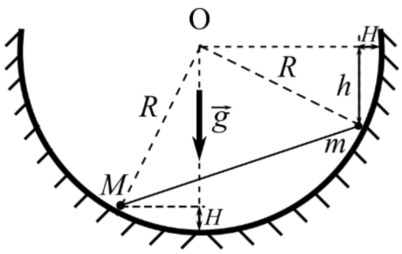
29 октября 2023 года. Отборочный этап 2023/24
Задачи олимпиады: Физика 11 класс.

Решение задачи 1.



По закону сохранения полной механической энергии приращение потенциальной энергии нижнего шарика

$$MgH = mgh$$

равно убыли потенциальной энергии верхнего шарика. По теореме о перпендикуляре, опущенном из любой точки окружности на диаметр,

$$h^2 = (2R - H)H .$$

Из этих соотношений следует $\frac{M}{m} = \sqrt{\frac{2R}{H} - 1}$.

Решение задачи 2.

В инерциальной системе отсчета, движущейся со скоростью V, в течение одной секунды вода массой ρVS разгоняется двигателем от скорости V до скорости U. Импульс воды растет со скоростью $\frac{\Delta P}{\Delta t} = \rho VS(U - V)$. Такая же по величине реактивная сила действует на равномерно движущийся катер, следовательно $\rho VS(U - V) = kV^2$, отсюда

$$V = U\frac{1}{1 + k/(\rho S)} .$$

Решение задачи 3.

Разность длин столбиков воды $2x$, кинетическая энергия воды $K = \frac{\rho V (x')^2}{2}$, отсчитанная от нуля в положении равновесия потенциальная энергия воды $\Pi = \frac{2\rho Sg\cos\alpha}{2}x^2$, период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\frac{V}{2g\cos\alpha S}}$.

Решение задачи 4.

При абсолютно неупругом соударении

$$|\Delta K| = \frac{1}{2}\mu(V_2 - V_1)^2, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad |V_2 - V_1| = \sqrt{\frac{2|\Delta K|}{\mu}} .$$

Решение задачи 5.

Число соударений молекул со стенками в расчете на единицу площади в единицу времени $j \sim n\langle v\rangle = n\sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \sim \frac{\sqrt{T}}{V} = const$. В процессе $T \sim V^2$, тогда в этом процессе давление и объем прямо пропорциональны $P = \alpha V$. Молярная теплоемкость идеального газа в процессе

$$C = C_V + R\frac{\Delta V/V}{\Delta P/P + \Delta V/V}.$$

В рассматриваемом процессе $P = \alpha V$, на каждом элементарном шаге относительные изменения объема и давления равны $\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta V}{V}$. Тогда $C = C_V + 0{,}5R = 2R$, к газу подведено $Q = \nu C\Delta T = \nu 2R\Delta T$ теплоты.

Решение задачи 6.

Число соударений молекул со стенками в расчете на единицу площади в единицу времени $j \sim \frac{P}{\sqrt{T}}$; искомая величина — $\alpha = \frac{j'}{j} = \frac{P'}{P}$.

Решение задачи 7.

В течение полупериода при $\varphi_1 - \varphi_2 > 0$ сопротивление диодов нулевое, резисторы соединены параллельно, в цепи выделяется теплота $Q_1 = \frac{U^2}{4}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)T$, здесь T– период колебаний напряжения. В течение другого полупериода ток течет через последовательно соединенные резисторы, в цепи выделяется теплота $Q_2 = \frac{U^2}{4}\frac{1}{R_1 + R_2 + R_3}T$. Средняя за период мощность, рассеиваемая в цепи,

$$\langle P\rangle = \frac{Q_1 + Q_2}{T} = \frac{U^2}{4}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3}\right).$$

Решение задачи 8.

Медленно перемещаем заряд Q в точку, лежащую на расстоянии r_1 от заряда q_2 и на расстоянии r_2 от заряда q_1. Потенциал точки старта $\varphi_1 = k\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$, потенциал точки финиша $\varphi_2 = k\left(\frac{q_1}{r_2}+\frac{q_2}{r_1}\right)$. Минимальная работа внешней силы $A = -Q\left(\varphi_1-\varphi_2\right) = k\,Q\left(q_2-q_1\right)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$.

Решение задачи 9.

Амплитуда колебаний напряжения на последовательной *RLC* цепочке $U_{MAX} = \sqrt{\left(U_{R\,MAX}\right)^2+\left(U_{C\,MAX}-U_{L\,MAX}\right)^2}$.

Решение задачи 10.

При движении по окружности тангенциальное ускорение связано с нормальным следующим соотношением

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{VdV}{Vdt} = \frac{1}{2}\frac{Rd\left(V^2\right)}{Rds} = \frac{d\left(\frac{V^2}{R}\right)}{d\left(2\varphi\right)} = \frac{da_n}{d\left(2\varphi\right)} = a_n',$$

здесь штрих обозначает дифференцирование по аргументу 2φ, $R = const$.

По условию модуль ускорения не изменяется со временем

$$\left(a_\tau\right)^2+\left(a_n\right)^2 = a^2,$$

тогда с учетом равенства $a_\tau = a_n'$ приходим соотношению

$$\left(a_n'\right)^2+\left(a_n\right)^2 = a^2.$$

Аналогия с гармоническими колебаниями груза на пружине

$$\left(x'\right)^2+x^2 = const, \quad \left(m=1, k=1\right).$$

«Одинаковые уравнения имеют одинаковые решения». Отсюда следует, что нормальное ускорение (а с ним и квадрат скорости) изменяются в зависимости от аргумента 2φ по гармоническому закону. С учетом начальных условий

$$a_n\left(0\right)=0,\ a_n'\left(0\right)=a_\tau\left(0\right)=a,$$

эта зависимость принимает вид $a_n = \frac{V^2}{R} = a\sin 2\varphi$, далее

$$V^2\left(\varphi\right) = aR\sin 2\varphi.$$

Отсюда находим ответ на вопрос задачи

$$V\left(\varphi\right) = \sqrt{aR\sin 2\varphi}.$$