



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и $2,5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим разложение a, b, c на простые мн-ки: пусть 2 входит в a в степени α_2 ; в b в β_2 ; а в c в степени γ_2 . Аналогично с семёркой. Получаем:

$$\begin{aligned} a &= 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\alpha_7} \cdot p_1^{\alpha_{p_1}} \cdot p_2^{\alpha_{p_2}} \dots \\ b &= 2^{\beta_2} \cdot 7^{\beta_7} \cdot p_1^{\beta_{p_1}} \cdot p_2^{\beta_{p_2}} \dots \\ c &= 2^{\gamma_2} \cdot 7^{\gamma_7} \cdot p_1^{\gamma_{p_1}} \cdot p_2^{\gamma_{p_2}} \dots \end{aligned}$$

По условию: $\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 15 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 17 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 23 \end{cases}; \begin{cases} \alpha_7 + \beta_7 \geq 11 \\ \beta_7 + \gamma_7 \geq 18 \\ \alpha_7 + \gamma_7 \geq 39 \end{cases}$

($\alpha_n, \beta_n, \gamma_n \in \mathbb{Z}, \geq 0$; т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$) Пусть $ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot p; bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot q; ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot k$ ($p, q, k \in \mathbb{N}$)

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2$:

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot p \cdot q \cdot k = 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot p \cdot q \cdot k, \text{ тогда } abc = \sqrt{a^2 b^2 c^2}$$

$abc = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2 p q k}$. Поскольку abc - натур. $\Rightarrow 2 p q k$ - точный квадрат $\Rightarrow p q k : 2$ (в нечётной степени, т.е. хотя бы 1)

Из (II) системы получим, что $\alpha_2 + \gamma_2 \geq 39$, $\Rightarrow abc : 7^{39} \Rightarrow \sqrt{2 p q k} : 7^5 \Rightarrow$

$\Rightarrow p q k : 7^{10}$. Чтобы минимизировать abc , необходимо взять минимальное $p q k$, удовл. условию: $p q k = 2 \cdot 7^{10}$ для $\forall p q k \ll 2 \cdot 7^{10}$ не выполн. условие abc .

Построим пример для $p q k = 2 \cdot 7^{10}$: $p = 2 \cdot 7^{10}; q = 1; k = 1$

Заметим, что по выведенным ранее формуле, abc зависит только от $p q k$, значит выбирая различные числа a, b, c, p, q, k с одинаковым значением $p q k$ - мы будем получать одн. зн. abc .

$$\text{Тогда } ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2 \cdot 7^{10}; bc = 2^{17} \cdot 7^{18}; ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

Это выполняется при $a = 2^{11} \cdot 7^{21}; b = 2^5; c = 2^{12} \cdot 7^{18}$, следовательно пример существует.

$$\text{Таким образом минимальное значение } abc = 2^{11} \cdot 2^5 \cdot 2^{12} \cdot 7^{21} \cdot 7^{18} \cdot 7^{18} = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По условию $\text{НОД}(a; b) = 1$. Рассмотрим $\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$:

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

Целочисленную дробь ~~всегда~~

можно сократить тогда и только тогда, когда НОД числителя и знаменателя > 1 . Примем максимальное число на которое её можно сократить это и есть НОД. (по опред. НОД)

Таким образом искомое $m = \text{НОД}(a+b; (a+b)^2-9ab) =$
 $= \text{НОД}(a+b; 9ab)$. (т.к. $(a+b)^2 : (a+b)$). Поскольку a, b — взаимнопросты, их произведение будет раскладываться на простые m . a и b вместе взятые, в то время как сумма $a+b$ не может делиться ни на одно из этих простых, т.к. для каждого простого из разложения ab : он входит в одно из слагаемых и не входит в другое $\Rightarrow$ сумма на него не делится. Мы получим, что $\text{НОД}(a+b; ab) = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b; 9ab) = \text{НОД}(a+b; 9) \leq 9 \Rightarrow m \leq 9.$$

Оценка сверху.

Пример: $a=1; b=8: \frac{1+8}{1-56+64} = \frac{9}{9}$ можно сократить на 9

Ответ: 9

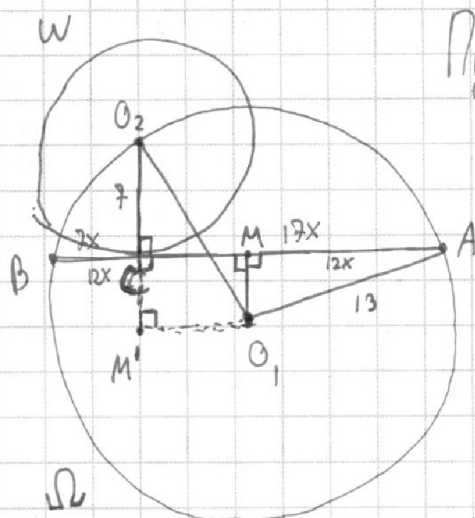
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AC = 7x$; тогда $BC = 7x$

$$AB = AC + CB = 24x$$

AB — хорда Ω , поэтому её центр O_1
лежит на перпендикуляре AB : $O_1M \perp AB$; $AM = MB = \frac{AB}{2}$
 $AM = \frac{AB}{2} = 12x$

O_2 — центр W : $O_2C \perp AB$.

Построим перпендикуляр из O_1 к прямой O_2C .
! $O_2M'O_1$ — ~~равно~~ прямоугольный тр.;

O_1MCM' — прямоугольник; т.к. $AB \perp O_1M$; $AB \perp O_2C$; $O_1M' \perp O_2C \Rightarrow O_1M' = MC$;
 $CM' = O_1M$. $MC = MB - BC = 2x - 7x = 5x$; Пусть $O_1M = y$, тогда по теор.

Пифагора в $\triangle O_2M'O_1$: $(7+y)^2 + (5x)^2 = (O_1O_2)^2$; $O_1O_2 = 13$ (O_2 лежит на Ω)
 $\Rightarrow 49 + 14y + y^2 + 25x^2 = 169 \Rightarrow y = \sqrt{169 - 25x^2} - 7$

По теор. Пифа в $\triangle O_1MA$: $(12x)^2 + y^2 = 13^2$

$$144x^2 + 169 - 25x^2 + 49 - 14\sqrt{169 - 25x^2} = 169 \Rightarrow 119x^2 + 49 = 14\sqrt{169 - 25x^2} \quad |^2$$

$$14161x^4 + 11662x^2 + 9604 = 196 \cdot 169 - 196 \cdot 25x^2$$

$$14161x^4 + 16562x^2 - 23520 = 0$$

$$1t = x^2: 14161t^2 + 16562t - 23520 = 0$$

Решив это квадратное уравнение относительно x
(и ^{поможет} умножив корень на 24 мы и получим искомое AB)

Ответ.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3(x-1)^2 - 1} - \sqrt{3(x-1)(x+2) + 7} = 1 - 9x$$

$$\text{Пусть } t = x - 1: \sqrt{3t^2 - 1} - \sqrt{3t(t+3) + 7} = -9t - 8 \quad |^2$$

$$3t^2 - 1 + 3t^2 + 9t + 7 - 2\sqrt{(3t^2 - 1)(3t(t+3) + 7)} = 81t^2 + 144t + 64$$

$$-2\sqrt{(3t^2 - 1)(3t^2 + 9t + 7)} = 75t^2 + 135t + 56$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим условие для пары точек: $2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$

Сумма расстояний точек одной пары ~~по X и Y~~ ^{увеличено} по Y и расстояния по X должны быть равны 14.

Зафиксируем одну из точек; например, $A(x_1, y_1)$ и посмотрим
какие точки подходят ей. Пусть $A(0; 0)$: $2x + y = 14 \Rightarrow y = -2x + 14$.

Это прямая с коэф. $a = -2$; и $b = 14$. Заметим, что если мы
переместим точку A в другое место плоскости, расстояние до прямой
подходящих точек останется тем же. Следовательно все искомые пары
точек можно найти, двигая конструкцию из точки и прямой внутри
параллелограмма. Заметим, что прямая (назовем её парной) паралл.
сторонам параллелограмма PQ и QR ; т.к. уравнения их прямых это $y = -2x$ и $y = -2x + 32$.

Следовательно для любой точки и парной ей прямой внутри параллелограмма
(и точка лежит внутри и прямая пересекает паралл-м)

Следовательно, если парная прямая точки пересекает паралл-грамм, то
количество точек на парной прямой будет равно кол-ву точек на стороне PQ .

(Поясню, что это выполняется только потому что ~~парная~~ все точки имеют
целые коор-ды.)

Рассстояние от точки до парной ей прямой равно
7 по оси Ox ; таким образом парные прямые лежат внутри
паралл-грамма только для точек на расстоянии не меньше 7 от правой
стороны. Всего таких точек $(16 - 7 + 1) = 10$, в каждом случае те, сколько
парой

точек на стороне PQ . На стороне PQ всего 14 точек. Итого для каждой из
 $14 \cdot 10 = 140$ точек можно взять в пару 10 точек $\Rightarrow 140 \cdot 10 = 1400$ пар

ответ: 1400

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

Неравенство выполняется тогда и только тогда, когда один из множителей не отрицателен, а другой не положительн.

Рассмотрим каждый из множителей в уравнении с нулём:

$$x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1 \rightarrow \text{уравнение окружности с центром } (0; 0) \text{ и } R = 1$$

$$x^2 + (y - 12)^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 + (y - 12)^2 = 16 \rightarrow \text{ур. окр. с центром } (0; 12) \text{ и } R = 4$$

В случае неравенства, выражение окружности > 0 для любой точки вне окр. и < 0 для любой точки внутри неё.

Таким образом исходное неравенство представляет собой множество точек, лежащих в одной окр. и не лежащих внутри и наоборот. Поскольку окр. не пересекаются, этому неравенству удовл. все точки внутри и на обеих окружностях.

Заметим, что пара параметров a и b может задать любую прямую на координатной плоскости: $y = -ax + 8b$

В совокупности система означает, что выбранная прямая должна пересекать множество точек неравенства в двух точках. Прямая может пересечь окружность либо в одной, либо в ~~двух~~ бесконечном кол-ве точек на промежутке (сечении).
(в случае касания) (в случае сечения)

Следовательно, система имеет ровно 2 решения только тогда, когда прямая является общей касательной для двух окружностей. Всего таких касат.ых 4: 2 внутр. и 2 внешн., при этом поскольку оба центра окр.-ей находятся на оси Oy , внутр. внутренние касательные могут быть получены друг из друга симм. отн. Oy ; также как и внешн.

Таким образом, используя уравнения кас. -ой этих окружностей значения параметров легко находятся.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$= 2(\cancel{x} - x_1) + \cancel{y} - y_1 = 14 \Rightarrow y = 14 - 2x + \cancel{y} + y_1$$

$2x_2 -$

$$y = -2x + 2x_1 + y_1 + 14$$

P (13; 26)

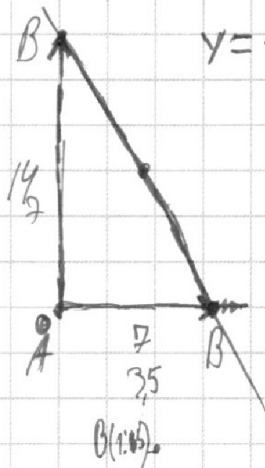
Q (3; 26)

O (0; 0)

a=0

$$y = 8b$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$



$$\begin{array}{r} 3 \\ 16 \\ \times 6 \\ 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

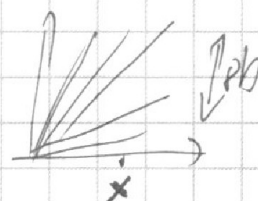
(1; 1)

19

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 16)^2 - 16) \leq 0$$

$$y = -ax + 8b$$



196

$$y = -ax + 8b$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \leq 0; & x^2 + (y - 16)^2 - 16 \geq 0 \\ x^2 + (y - 16)^2 - 16 \leq 0; & x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + (y - 16)^2 - 16 \geq x^2 + y^2 - 1$$

$$y^2 - 32y + 256 - 16 \geq y^2 - 1$$

$$32y \leq 241$$

$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

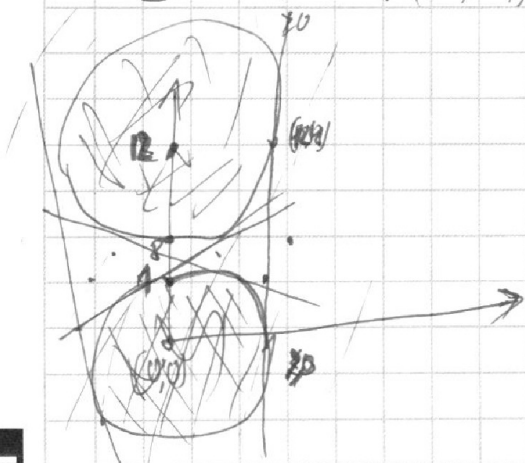
$$x^2 + (y - 16)^2 - 16 \geq 0$$

$$241/32$$

$$x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + (y - 16)^2 \geq 1$$

$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$11662x^2 + 4900x^2$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 196 \\ \hline 825 \\ 980 \\ 832 \\ \hline 4906 \\ + 11662 \\ \hline 16562 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ \times 196 \\ \hline 5469 \\ 7264 \\ + 1126 \\ \hline 1960 \\ \hline 33124 \\ - 9604 \\ \hline 23520 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

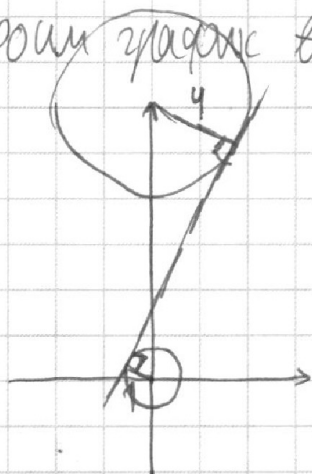
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ -25 \\ \hline 119 \end{array}$$

Построим график второго неравенства: это две



$$\begin{array}{r} 18 \\ 119 \\ \times 119 \\ \hline 1071 \\ + 119 \\ \hline 119 \\ + 119 \\ \hline 14161 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 119 \\ \times 98 \\ \hline 952 \\ + 1071 \\ \hline 11662 \end{array}$$

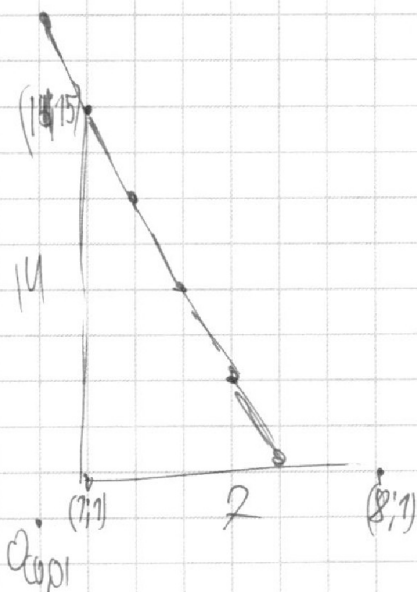
$$(100-2)^2 = 10000 - 400 + 4 = 9604$$

$$x^2 + y^2 - 1 =$$

$$y = \sqrt{1-x^2} = ax + \frac{1}{2}c = \frac{1}{2}c$$

$$1-x^2 = ax^2 + 2ax + c^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 43 \\ \times 25 \\ \hline 980 \\ -292 \\ \hline \end{array}$$





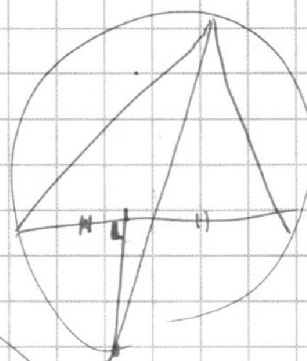
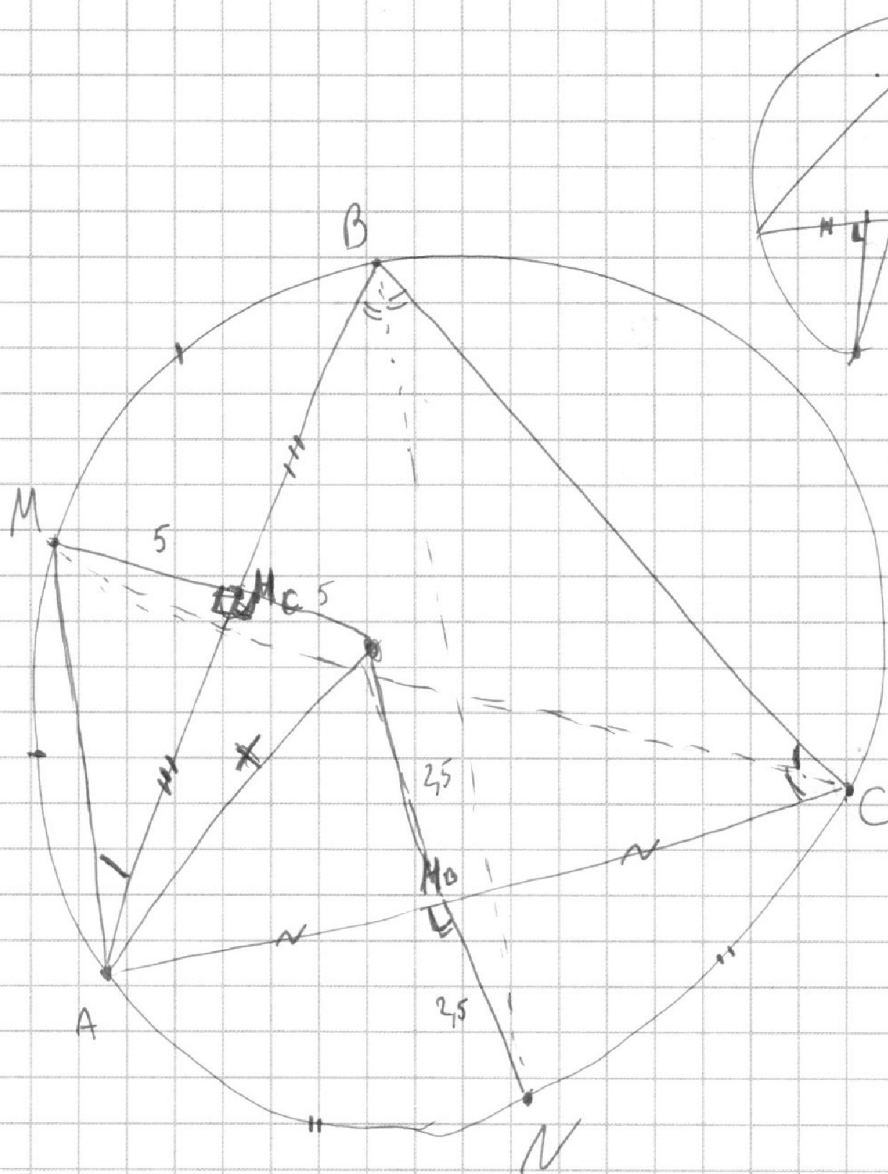
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 ab &: 2^{15} 7^{11} \Rightarrow ab = 2^{15} 7^{11} \cdot k, * \\
 bc &: 2^{17} 7^{18} \Rightarrow bc = 2^{17} 7^{18} \cdot n, * \\
 ac &: 2^{23} 7^{39} \Rightarrow ac = 2^{23} 7^{39} \cdot m, * \\
 abc &= 2^{55} 7^{68} \cdot knm \Rightarrow abc = 7^{34} \sqrt[24]{2^{55} knm} \\
 knm &= 2^{10} \quad : 2^{24} \\
 k &= 2 \Rightarrow ab = 2^{16} 7^{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k=2; n \cdot m=1 \quad ab &= 2^{16} 7^{11} \quad a=2 \quad \alpha+\beta=16 \\
 bc &= 2^{17} 7^{18} \quad b=2 \quad \beta+\gamma=17 \\
 ac &= 2^{23} 7^{39} \quad c=2 \quad \alpha+\gamma=23 \\
 \Rightarrow \beta &= \frac{17+16-23}{2} = 5 \\
 \alpha &= 11 \quad \beta=5 \\
 \gamma &= 12 \quad \alpha=11 \\
 &\quad \gamma=13
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha+\beta &= 21 \Rightarrow \beta=0 \quad \alpha=21 \quad \gamma=18 \Rightarrow ab \\
 \beta+\gamma &= 18 \\
 \alpha+\gamma &= 39 \\
 abc &= 2^{28} 7^{39} \\
 a &= 2^{11} 7^{21} \\
 b &= 2^5 7^{12} \\
 c &= 2^{12} 7^{14}
 \end{aligned}$$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}$$

$$\text{НОД}(a+b; (a+b)^2-2ab) =$$

$$\text{НОД}(a+b; 2ab) \rightarrow \max = m$$

$$\text{НОД}(a; b) = 1 = \text{НОД}(a; 2ab)$$

* 2-ух в. пр. чисел: на каждой из др. a, b ;
но их сумма - не пр. на др. a, b

$$3\sqrt{5} \rightarrow 15 \quad a+b=9 \quad \frac{9}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{1}{8}$$

$$16-$$

$$\frac{9}{1-56+64} = \frac{9}{9} \cdot \frac{m}{\frac{6}{12}}$$

$$D=36-24=12=2\sqrt{3}$$

$$D=9-12$$

$$3x^2-3x+1-7+7 \\
 9+72$$

$$\sqrt{8} \cdot x \quad \sqrt{3} \cdot x$$

$$\sqrt{3} \cdot x$$

$$\sqrt{3(x-1)^2-1}$$

$$\pm 1$$

$$\sqrt{3(x^2+1)-2} \\
 \sqrt{3(x^2+1)}$$

$$\sqrt{3(x^2+1)-2} =$$

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 21 \quad 1-2 \\
 33 \quad 2-3 \\
 45 \quad 4 \\
 57 \quad 5 \\
 69 \quad 6 \\
 81 \quad 7
 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



МФТИ

$$\sqrt{3(x-1)^2 + 7} - \sqrt{3(x-1)(x+2) + 7} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{2.5} - \sqrt{2.7} = \sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{7})$$

$$3(x-1)^2 + 7 + 3(x-1)(x+2) + 7 - 2\sqrt{9(x-1)^3(x+2) - 3(x-1)(x+2) + 28(x-1)^2 + 7} = 1 - 18x + 88x^2$$

$$t = x-1 \quad 3t^2 + 1 + 3t(t+3) + 7 - 2\sqrt{9t^3(t+3) - 3t(t+3) + 27t^2 - 7} = (t+8)^2$$

$$6t^2 + 9t + 8 = 9t^2 + 14t + 64$$

$$9(x-1)^2 + 9(x-1) + 8 = 9x^2 + 14(x-1) + 64$$

$$9x^2 - 18x + 9 + 9x - 9 + 8 = 9x^2 + 14x - 14 + 64$$

$$9x^2 - 9x + 8 = 9x^2 + 14x + 50$$

$$-9x + 8 = 14x + 50$$

$$-23x = 42$$

$$x = -\frac{42}{23}$$

$$9t^4 + 27t^3 - 3t^2 - 9t + 21t^2 - 7$$

$$9t^4 + 27t^3 + 18t^2 - 9t - 7$$

$$-2 \sqrt{9(t^4 + 3t^3 + 2t^2 - t) - 7} = 75t^2 + 135t + 56$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$24x = \underline{507}$$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{676 - 100x^2}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 507 \\ - 44 \\ \hline 463 \end{array} \quad \begin{array}{r} 144 \\ - 175 \\ \hline \end{array} \quad 24 \times$$

$$D = 196 + 486 - 100x^2$$

$$x = \frac{\sqrt{507}}{10} \cdot 21$$

$$49 + 49x^2 = \sqrt{49(x^2 + 1)}$$

$$(2+y)^2 = 169 - 25x^2$$

$$7+y = \sqrt{64-25x^2}$$

$$x = \sqrt{13 - 2 \times (13 + 5x)} - 7 \quad (6)$$

$$(7+y) + 25x = 169$$

$$y^2 + 14y + 25x^2 = 120$$

$$y^2 + 14y + 25x^2 - 120 = 0$$

$$144x^2 + 676 - 100x^2 = 169$$

$$44x^2 = 50A$$