

$a = 2^{10}$
 $b = 2^5$
 $c = 2^{12}$

$a = 2^7$
 $b = 2^7$
 $c = 2^7$

$a = 2^{23}$
 $b = 2^{23}$
 $c = 2^{23}$

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$. При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?
3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$.
5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система $\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$ имеет ровно 2 решения.
7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

$144 \cdot 6 = 864$
 $864 + 240 = 1104$

$16 \cdot 8 = 128$
 $128 + 48 = 176$

$129 \cdot 15 = 1935$
 $1935 + 44 = 1979$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5=1

$$ab: 2^{15} 7^{11} \Rightarrow ab = k \cdot 2^{15} 7^{11} \quad k \in \mathbb{N} \quad (1)$$

$$bc: 2^{17} 7^{18} \Rightarrow bc = n \cdot 2^{17} 7^{18}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (2)$$

$$ac: 2^{23} 7^{39} \Rightarrow ac = m \cdot 2^{23} 7^{39}, \quad m \in \mathbb{N} \quad (3)$$

перемножим рав. ва (1), (2), (3):

$$ab \cdot bc \cdot ac = m \cdot n \cdot k \cdot 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39}$$

$$a^2 b^2 c^2 = mnk \cdot 2^{55} 7^{68}$$

$$(abc)^2 = mnk \cdot 2^{55} 7^{68}$$

$$abc = \sqrt{mnk \cdot 2^{55} 7^{68}} = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{mnk \cdot 2} \quad (4)$$

$$\bullet a, b, c \in \mathbb{N} \text{ — по уcu } \Rightarrow abc \in \mathbb{N} \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow \sqrt{2mnk} \in \mathbb{N} \\ 7^{34} \cdot 2^{27} \in \mathbb{N} \end{array} \right\}$$

$$\bullet \text{примем, т.к. мы ищем } abc_{\min}, (mnk)_{\min} \Rightarrow$$

~~также, если на некоторую степень двойки или семерки~~

также, если на некоторую степень двойки или семерки: множитель abc (т.е. ab , bc или ac), то и abc обязан на нее делиться $\Rightarrow abc$ на макс ст. двойки и 7^{39} , встреч. в ab , ac , bc т.е. $abc: 2^{23}$, $abc: 7^{39}$

нам нужно сделать так, чтобы $2mnk$ было полным квадратом (из (4)), делится на $\left(\frac{2^{24} 7^{39}}{7^{34}}\right)^2 = (7^5)^2 = 7^{10}$

(также на 2^{23} abc уже: т.к.: на 2^{27} , а вот чтобы оно: на 7^{39} , $\sqrt{2mnk}$ должен: на 7^5 (abc : на 7^{34} из (4)) $\Rightarrow 2mnk$ должно: на 7^{10}) и было минимальным ($\Rightarrow$ другие, зап. множители, кроме 2^{2k} и 7^{2k} или не нужны, а 2^{2k} и 7^{2k} в $\min$ кол-ве)

$$\text{т.е. } \left. \begin{array}{l} 2mnk = x^2 \\ 2mnk: 7^{10} \\ (2mnk)_{\min} \end{array} \right\} \Rightarrow 2mnk = 7^{10} \cdot 2^2$$

$$mnk = 2 \cdot 7^{10} \Rightarrow \sqrt{2mnk} = 7^5 \cdot 2$$

$$\Rightarrow abc_{\min} = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2mnk} = 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot 2 \cdot 7^5 = 2^{29} \cdot 7^{39}$$

пример a, b и c , при кот. вып. все уcu и достиж.

$$abc_{\min}: a = 2^{10} 7^{21} \quad b = 2^5 \quad c = 2^{13} 7^{18} \quad (\text{тогда } abc = 2^{28} 7^{39},$$

$$ab = 2^{15} 7^{41}: 2^{15} 7^{11}, \quad bc = 2^{22} 7^{18}: 2^{17} 7^{18}, \quad ac = 2^{23} 7^{39}: 2^{23} 7^{39})$$

$$\text{ответ: } abc_{\min} = 2^{28} 7^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$\frac{a}{b}$ несокр $\Rightarrow a$ и b взаимнопросты, (I)

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ можно сократить на $m \Rightarrow$ и там, и знаменателем делим на m

$$\left\{ \begin{array}{l} (a+b) : m \\ (a^2-7ab+b^2) : m \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a^2-7ab+b^2 = a^2+b^2+2ab-9ab = (a+b)^2-9ab \\ (a+b)^2 : (a+b) : m \\ (a^2-7ab+b^2) : m \\ \Rightarrow 9ab : m \end{array} \right.$$

поскольку a и b взаимнопросты (I) $\Rightarrow$ у них нет общ. простых дел. $\Rightarrow a+b$ не делится ни на один из пр. дел. a и $b \Rightarrow a+b$ взаимнопрост с a и с b ~~и с ab~~

$\Downarrow$
 $a+b$ взаимнопрост с ab , но имеет общий делитель с $9ab$
значит, этот общий делитель - делитель числа 9 т.е. максимум 9

ответ: $M_{\max} = 9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (начало реш-я)

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

заменим, что $3x^2 - 6x + 2 - (3x^2 + 3x + 1) = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$ ①

заменим: $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a \geq 0$
 $\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b \geq 0$

тогда, из ①, $a^2 - b^2 = 1 - 9x = a - b$ — из ур-я

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b)$$

$$\begin{cases} a - b = 0 & ② \\ a + b = 1 & ③ \end{cases}$$

②: $a - b = 0$

$$a = b$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$-9x = -1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

проверим, выполняется ли при $x = \frac{1}{9}$ условие того, что подкоренные выражения ≥ 0 : $3x^2 + 3x + 1 \geq 0$

$$3\left(\frac{1}{9}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 \geq 0 - \text{верно}$$

$$3\left(\frac{1}{9}\right)^2 - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 \geq 0$$

$$3\left(\frac{1}{9}\right)^2 - \frac{6}{9} + 2 \geq 0$$

$$3\left(\frac{1}{9}\right)^2 - \frac{2}{3} + 2 \geq 0$$

$$3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 + 1\frac{1}{3} \geq 0 - \text{верно}$$

значит, $x = \frac{1}{9}$ — корень

③: $a + b = 1 \Rightarrow a = 1 - b$ ④

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 - \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 1 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-6x = 3x - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = -2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x^2 = 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad ④$$

$$81x^2 = 4(3x^2 + 3x + 1)$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 4 \cdot 69 = 1248 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{2^5 \cdot 3 \cdot 13} = 4\sqrt{78}$$

$$x = \frac{12 \pm 4\sqrt{78}}{69 \cdot 2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

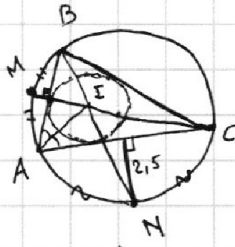
№ 4 (окончание реш-я)

$$\begin{cases} x = \frac{-12 - 4\sqrt{78}}{69 \cdot 2} = \frac{-6 - 2\sqrt{78}}{69} \\ x = \frac{-6 + 2\sqrt{78}}{69} \end{cases}$$

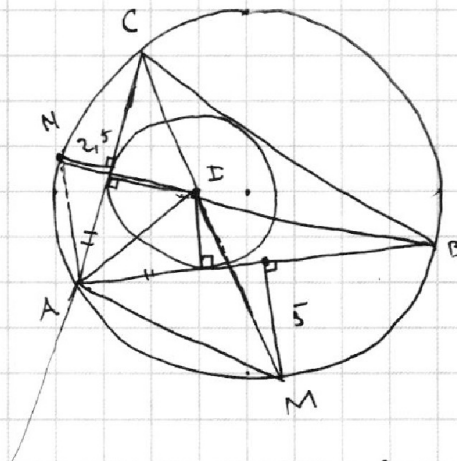
не подходит, т.к. из (4):
 $9x = 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} \geq 0$
 $9x \geq 0$
 $x \geq 0$

ответ: $x = \frac{1}{9}$; $x = \frac{-6 + 2\sqrt{78}}{69}$

оставшаяся часть листа - черновик



AI - ?



$$ax + y - 8\beta = 0$$

$$a(x^2 + y^2 - 1)$$

$$ax + y - 8\beta = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

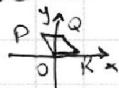
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



A, B внутри $\Delta PQR \Rightarrow y_1 \in [0; 26]$
 $y_2 \in [0; 26]$

найдем ур-е прямой OP :

$$y = K_1 x + B_1$$

$$O \in y \Rightarrow 0 = K_1 \cdot 0 + B_1 \Rightarrow B_1 = 0$$

$$P: -13 K_1 = 26 \Rightarrow K_1 = -2$$

итого: $y = -2x$ — прямая A

найдем ур-е прямой QR : $y = K_2 x + B_2$

$$QR \parallel OP \Rightarrow K_2 = K_1 = -2$$

$$y = -2x + B_2$$

$$R: 0 = -2 \cdot 16 + B_2$$

$$0 = -32 + B_2 \Rightarrow B_2 = 32$$

итого: $y = -2x + 32$ — прямая B

найдем так. внутри $\Delta PQR \Rightarrow$ отн. к B "над" прямой A и "под" прямой B

тогда: $y_1 \geq -2x_1$ ①

$$y_2 \geq -2x_2$$
 ② $\Rightarrow$ ~~$2x_2 \leq -y_2$~~

$$y_1 \leq -2x_1 + 32$$
 ③

$$y_2 \leq -2x_2 + 32$$
 ④

также по y $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ ⑤

~~① + ② + ③ + ④~~

①: $-2x_1 \leq y_1$

из ④: $y_2 \leq -2x_2 + 32$ (*)

$$-y_2 \geq 2x_2 - 32$$

$$2x_2 - 32 \leq -y_2$$

$$2x_2 \leq 32 - y_2$$
 ⑥

① + ⑥: $2x_2 - 2x_1 \leq 32 - y_2 + y_1 \rightarrow$ ⑤

$$32 - y_2 + y_1 \geq 2x_2 - 2x_1$$

$$32 - y_2 + y_1 + y_2 - y_1 \geq 14$$

① и ⑤: $2x_2 + y_1 + y_2 \geq 14$

$$2x_2 + y_2 \geq 14$$

аналогично $2x_1 + y_1 \geq 14$

$$x_i \geq \frac{14 - y_i}{2}$$

~~$x_i \in \mathbb{R}$~~

$y_i \in [0; 26] \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{14 - y_i}{2} \in [-6; 7]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 (окончание реш-я)

$$t = \frac{-24 \pm 12\sqrt{10}}{30} = \frac{-12 \pm 6\sqrt{10}}{15}$$

$$\begin{cases} t = \frac{-12 - 6\sqrt{10}}{15} \\ t = \frac{-12 + 6\sqrt{10}}{15} \end{cases} \quad \text{м.к. } t = a^2 + 1 \geq 1 > 0$$

обр. замена: $a^2 + 1 = \frac{-12 + 6\sqrt{10}}{15} \quad | \cdot 15$

$$15a^2 + 15 = -12 + 6\sqrt{10} \quad | : 3$$

$$5a^2 + 5 = -4 + 2\sqrt{10}$$

$$5a^2 = 2\sqrt{10} - 9$$

нет корней

видно, где-то вычислительная ошибка:
обу кас к 2-м окр должно быть 4: 2 внеш и 2
внутр, что соотв 4-м зн-м 9 как коэф-та каки
эти кас



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 (окончание ~~реш-я~~) (продолжение ~~реш-я~~)

$$x^2(a^2+1) - x \cdot 16ab + (64b^2-1) = 0$$

$$D=0: D = 256a^2b^2 - 4(a^2+1)(64b^2-1) =$$

$$= 256a^2b^2 - (4a^2+4)(64b^2-1) = 256a^2b^2 - 256a^2b^2 +$$

$$+ 4a^2 - 256b^2 + 4 = 4a^2 - 256b^2 + 4$$

$$D=0 \Rightarrow 4a^2 - 256b^2 + 4 = 0 \quad | :4$$

$$a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \quad (6)$$

$y = 8b - ax$ - кас к Ω :

$$x^2 + (8b - ax - 12)^2 - 16 = 0$$

$$x^2 + (64b^2 + a^2x^2 + 144) - 16xab - 192b + 24ax - 16 = 0$$

$$x^2(a^2+1) + x(24a-16ab) + 64b^2 - 192b + 128 = 0 \quad (7)$$

$y = 8b - ax$ - кас к $\Omega \Rightarrow$ ур-е (7) имеет ровно 1 реш-е;
 $\Rightarrow D=0$

$$D = (24a - 16ab)^2 - 4(a^2+1) \cdot (64b^2 - 192b + 128)$$

$$D=0: 64(3a - 2ab)^2 - 4(a^2+1) \cdot 16(4b^2 - 12b + 8) = 0$$

$$9a^2 + 4a^2b^2 - 12a^2b - (4a^2b^2 - 12a^2b + 8a^2 + 4b^2 - 12b + 8) = 0$$

$$9a^2 + 4a^2b^2 - 12a^2b - 4a^2b^2 + 12a^2b - 8a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$$

$$a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \quad (8)$$

(6), (8):

$$\begin{cases} a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow a^2 + 1 = 64b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{a^2+1}{64} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{a^2+1}}{8}$$

т.к. наша прямая ab кас к обеим окр одновременно

$$a^2 - 4 \cdot \frac{a^2+1}{64} + 12 \cdot \frac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0$$

$$a^2 - \frac{a^2+1}{16} + 12 \cdot \frac{\sqrt{a^2+1}}{8} - 8 = 0 \quad | \cdot 16$$

$$16a^2 - a^2 - 1 + 24\sqrt{a^2+1} - 128 = 0$$

$$15a^2 + 24\sqrt{a^2+1} - 129 = 0$$

$$15a^2 + 15 + 24\sqrt{a^2+1} - 144 = 0$$

$$15(a^2+1) + 24\sqrt{a^2+1} - 144 = 0$$

Заменим: $a^2+1 = t \geq 1$

$$15t^2 + 24t - 144 = 0$$

$$D = 24^2 - 60 \cdot 144 = 576 - 8640 = -8064 = -2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = 2^2 \cdot 3 \sqrt{10} = 12\sqrt{10}$$

$$t = \frac{-24 \pm 12\sqrt{10}}{30}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 (начало реш-я)

ур-е, независимое от параметров:

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \quad (1)$$

$x^2 + y^2 = 1$ - окр^{ст} $(0; 0)$ и радиусом 1 (обозначим ее ω)

$$x^2 + y^2 \leq 1 \quad (\text{т.е. } x^2 + y^2 - 1 \leq 0) \quad (2)$$

верно для ω , так внутри ω (включая ее границу)

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16 - \text{окр с ц. } (0; 12) \text{ и радиусом } 4$$

(обозначим ее Ω)

$$x^2 + (y - 12)^2 \leq 16 \quad (\text{т.е. } x^2 + (y - 12)^2 - 16 \leq 0) \quad (3)$$

т.е.
м. не
может
быть
одно
и
то
же

верно для ω , так внутри Ω (включая ее границу)

нерав-во (1) верно, если одно из нерав. (2) - (3)

верно, а второе - нет (окр. ω и Ω не пересекаются $\Rightarrow$ если одно из нерав. (2) - (3) верно, то второе точно нет $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ (1) верно, если верно (2) или (3)

$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = 8b - ax - \text{прямая } (4)$$

Сис-ма из (1) и (4) должна иметь ^{т.е.} 2 реш-я $\Rightarrow$ прямая ~~должна~~ ~~иметь 2 окр-а~~ ~~и 2 пр-а~~ должна иметь с ω и Ω 2 ^{м.} окр (или Ω) в сумме 2 общих т.

прямая и окр могут иметь только 0, 1 (кас), или ∞ (секунция) общих т.

$\Rightarrow$ ^к обеим окр. наша прямая должна быть касательной

$$\begin{pmatrix} 0 \text{ и } 0 \text{ х} \\ 0 \text{ и } 1 \text{ х} \\ 1 \text{ и } 0 \text{ х} \\ \infty \text{ и } 0/1 \text{ х} \end{pmatrix}$$

1 и 1 - $\sqrt{\quad}$ кон-во об-м пр. и окр

$$y = 8b - ax - \text{кас к } x^2 + y^2 = 1 :$$

$$x^2 + (8b - ax)^2 = 1$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 16abx = 1$$

$$x^2(a^2 + 1) - 16abx + (64b^2 - 1) = 0 \quad (5)$$

$y = 8b - ax - \text{кас} \Rightarrow$ ур-е (5) имеет ровно 1 реш-е

$$\Rightarrow D = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

~~$y = ax$~~

$$y = 8b - ax$$

~~$y^2 + x^2 = 1$~~

~~$x^2 + (y - 12)^2 = 16$~~

~~$y^2 - (y - 12)^2 = -15$~~

~~$y^2 - y^2 - 144 + 24y = -15$~~

~~$24y =$~~

$$\Rightarrow a^2 = 64b^2 - 1$$

$$64b^2 - 1 - 4b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$D = 144 + 36 \cdot 60 = 144 + 2160 = 2304$$

$$20304$$

$\Rightarrow$

$$a^2 - 64b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$a^2 + 1 = 64b^2$$

$$\frac{\sqrt{a^2 + 1}}{8} = b$$

$$\Rightarrow b^2 = \frac{a^2 + 1}{64}$$

$$a^2 - 4 \cdot \frac{a^2 + 1}{64} + 12 \cdot \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{8} - 9 = 0$$

$$a^2 - \frac{a^2 + 1}{16} + 12 \frac{\sqrt{a^2 + 1}}{8} - 9 = 0 \quad | \cdot 16$$

$$16a^2 - a^2 - 1 + 24\sqrt{a^2 + 1} - 144 = 0$$

$\Rightarrow$

$$144 \cdot 6 = 864 + 576 = 1300 + 64 + 71 = 1300 + 140 = 1440$$

$$500$$

1440	2
720	2
360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$1440 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\sqrt{D} =$$



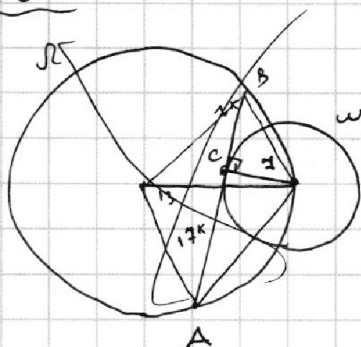
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

≈ 3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

[illegible]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

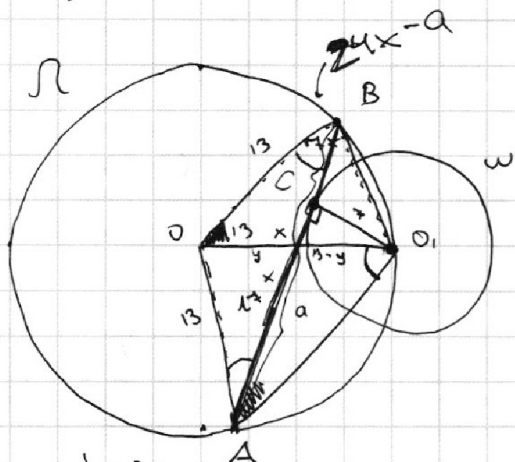
МФТИ

Черновик

$$17 + 7 = 24$$

$$1 - g_A = 0$$

$$1 = g_A \quad \frac{1}{A} = \frac{1}{9}$$



AB-?

ОБЩАЯ - Вн / ат и а / опер

5-

4-1

$$72 \cdot 13x = y(13-y)$$

$$91x^2 = 13y - y^2$$

$$\Delta O \times B \sim \Delta A \times O_1:$$

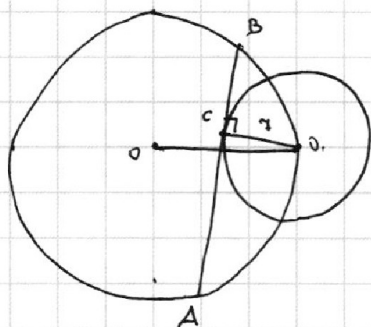
$$\frac{y}{13-y} = \frac{9}{24x-a}$$

$$3 \cdot \frac{1}{9} = 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 =$$

6.1

4

$$24x - 9 - 4x = 14x - 9$$



$$49 + (17x - a)^2 \pm (13 - y)^2$$

$$y \cdot 24x - ya = 13a - ay$$

$$a = \frac{2uxy}{13}$$

$$49 + \left(17x - \frac{24y}{13}\right)^2 = (13-y)^2$$

~~49 + 289 + 2 =~~

$$49 + 17x^2 + \frac{24x^2y^2}{13^2} - \frac{48xy \cdot 17}{13} = 13^2 - 26xy + y^2$$

 q^2

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a-b = (a-b)(a+b)$$

$$a + \bar{b} = 1$$

$$g_1 - 1/2 = g_2 - 1 - 1/2 =$$

$$80-10-1=70-1=69$$

$$\begin{array}{r} 1169 \\ \times 94 \\ \hline 694 \\ 1104 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 1104 \\ 144 \\ \hline 1248 \end{array}$$

$$a = b$$

$$500 + 100 + 24$$

$75 + 3$

35.4

$$\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$$

$$\begin{array}{r|l} 1248 & 2 \\ 624 & 2 \\ 312 & 2 \\ 156 & 2 \\ 78 & :2 \\ 39 & 3 \\ 13 & \end{array}$$

