



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 1

$$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

Пусть есть $ab = k \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$, $bc = l \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$, $ac = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = k \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot l \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} = k \cdot l \cdot m \times$$

$$\times 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$$

П.е. $k \cdot l \cdot m$ должно быть числом, чтобы $a \cdot b \cdot c$ было целым

$$\begin{cases} a \cdot b \cdot c = k \cdot l \cdot m \cdot 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \\ ac = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \end{cases}$$

$$b = \sqrt{\frac{k \cdot l}{m} \cdot 2^6 \cdot 3^{18} \cdot 5^{10}}$$

П.б. - натуральное, $\frac{k \cdot l}{m} \cdot 5^{10}$ м.к. k, l, m наименьшие, то $k \cdot l \cdot 5^{10}$, $k \cdot l \cdot 5^{11}$

это - то из k, l, m кратно 3, т.к. только 3 под корнем должно
быть четным. Пусть $k \cdot l \cdot m \geq 5^{10} \cdot 3 \Rightarrow a \cdot b \cdot c \geq \sqrt{5^{10} \cdot 3 \cdot 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}} =$
 $= 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

Пример таких a, b, c - $a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$, $b = 2^3 \cdot 3^7$, $c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$,
 $a \cdot b \cdot c = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

итоговая 1 из 1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$14a^2(1-k)^2 = 7a \cdot 2a \cdot k^2 \Rightarrow (1-k)^2 = k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2}, \text{ тогда } \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ACD}} = k^2 =$$

$$= \frac{1}{4}, \text{ но } \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD}{AD+BD} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{28}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{28}{5}$$

Итого: 2 из 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

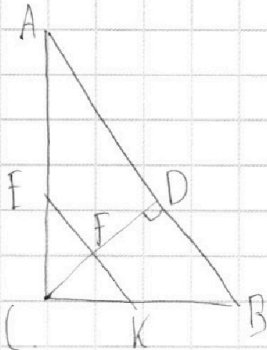
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2



Реш:

$\triangle ABC$ - прямоугол.

CD - высота

$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$$

Найти:

$$\frac{S_{ABK}}{S_{CEF}} = ?$$

Решение:

1. Пусть $AD = 5a$, тогда $DB = 2a$.

2. $\sin \angle CAD = \sin \angle CBD$, т.к. $\angle CAD = \angle CBD \Rightarrow CD = \sqrt{50a^2}$ как высота в прямоугол. треугольнике.

3. $CB = \sqrt{CD^2 + BD^2} = 10a$ по теореме Пифагора

4. Из подобия $\triangle CEF \sim \triangle CBK$ в точках E, K проводимую ей AB параллельную EF $\frac{EF}{AD} = \frac{EK}{AB} = \frac{KF}{BD} = \frac{CK}{CB} = k$, где k - некоторый коэффициент

5. Найдем теперь точку K относительно CB с помощью теоремы о секущей: $CB^2 = KB^2 + 2 \cdot KB \cdot CK$, а с другой $KF \cdot KE$, т.е. $BC^2 (1 - k^2) = BD \cdot AB = k^2$

вычисляем из 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$10 \arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \pi - 2x$$

Значение $\arcsin$ берем на отрезке от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$, ~~тогда~~ $\Rightarrow$

$$\arcsin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n, \text{ если } \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}\right], n \in \mathbb{Z}, \text{ либо}$$

$$\arcsin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n, \text{ если не принадлежит. Тогда } n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 5\pi - 10x + 20\pi n = \pi - 2x \\ \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 5\pi + 10x + 20\pi n = \pi - 2x \\ \left(\frac{\pi}{2} + x\right) \in \left[2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{3\pi}{2}\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = \frac{\pi - 5\pi}{5\pi} \\ x = \frac{\pi + 5\pi n}{2} \end{cases}$$

$$\frac{5\pi n}{2} \geq 2\pi n - \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi n}{2} \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5\pi n + \pi}{2} \\ \frac{5\pi + 5\pi n}{2} \geq 2\pi n + \frac{\pi}{2} \\ \frac{5\pi + 5\pi n}{2} \leq 2\pi n + \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n \in \left[-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right] \cap \left[-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right] \cap \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi + 5\pi n}{2} \end{cases}$$

интервал $[-1; 1]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left\{ \begin{aligned} n \in [-2; 1] \cap [-\frac{2}{11}; \frac{1}{11}] \cap [-\frac{2}{11}; \frac{1}{11}] \cap [-1; 4] \cap [-\frac{2}{11}; \frac{1}{11}] \\ x = \frac{5\pi n - \pi}{3} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x &= \frac{\pi}{2} \\ x &= -\frac{11\pi}{3} \\ x &= 3\pi \\ x &= \frac{4\pi}{3} \\ x &= \frac{4\pi}{3} \\ x &= -\frac{\pi}{3} \\ x &= -\frac{2\pi}{3} \\ x &= -\frac{4\pi}{3} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x &= 3\pi \\ x &= \frac{\pi}{2} \\ x &= -2\pi \\ x &= 3\pi \\ x &= \frac{4\pi}{3} \\ x &= -\frac{\pi}{3} \\ x &= -2\pi \end{aligned} \right.$$

Ответ: $-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi; \frac{\pi}{2}; -\frac{2\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{11\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2};$

$$\frac{4\pi}{3}; 3\pi$$

Ответ: $-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi$

Итого 2 из 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Ответ: } \alpha \in (-\infty, -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}, +\infty)$$

Ирина Мухоморова 2022

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задатка 29

$$ax - 3y + 4b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y) + 64 = 0$$

$$f \quad y = \frac{ax}{3} + \frac{46}{3}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$x^2 + (y - 10)^2 = 36$$

Графиком последней функции является окружность:

С радиусом 4 и центром $(0, 0)$ и с радиусом 6 и центром $(0, 10)$

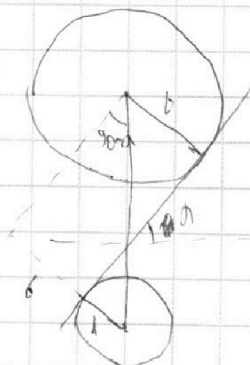
ответственно. По крайней мере при кривой $y = \frac{ax}{x^2} + \frac{4b}{3}$ не может существовать две точки окружности в фазе

поток является более значительным, что $\frac{a}{3}$ - коэффициент расхода,
при большем a увеличивается также b , что при $a = \frac{ax}{3} + \frac{4b}{3}$ при-
дет к увеличению в 4 потока.

Из U_3 получено выражение $\sin(\theta_0 - \alpha)$ равен

$$\frac{7}{10}, \text{ maka } \cos \alpha = \frac{7}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha =$$

$$= \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow a_{\text{sp.}} = \frac{3\sqrt{51}}{7}$$



Аналогично, если мы будем учитывать от 0 до ∞ , рис. 1.

по, т.к. график симметричен относительно y -оси, то $a \in (-\infty, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$
интервал $\log x 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5 2x + \log_5 y = 0$$

$$\log_5 2xy = 0$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ответ: } xy = \frac{1}{2}$$

См. решение 2432

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 5

$$\log_5^4(2x) - 3\log_5 2x = \log_5 8x^3 + 25 - 3 \quad \text{Преобразуем}$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{8}{\frac{3}{4} \log_5 2x} - 3 \quad | \cdot \log_5 2x$$

$$\begin{cases} \log_5^5 2x + 3\log_5 2x - \frac{13}{3} = 0 \\ \log_5 2x \neq 0 \end{cases}$$

Аналогично

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{1}{3 \log_5 y} - 3 \quad | \cdot \log_5 y$$

$$\begin{cases} \log_5^5 y + 3\log_5 y + \frac{13}{3} = 0 \\ \log_5 y \neq 0 \end{cases}$$

Итак, получившиеся уравнения.

$$\begin{cases} \log_5^5 2x + \log_5^5 y + 3\log_5 2x + 3\log_5 y = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ yx \neq 1 \end{cases}$$

Заметим, что $a^5 + b^5 = (a+b) \cdot (a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$, при этом второй

член произведения отрицателен.

$$\begin{cases} (\log_5 2x + \log_5 y) \cdot (\log_5^4 2x - \log_5^3 2x \cdot \log_5 y + \log_5^2 2x \cdot \log_5^2 y - \log_5 2x \cdot \log_5^3 y + \log_5^4 y + 3) = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ y \neq 1 \end{cases}$$

Второй элемент произведения строго больше нуля $\Rightarrow$ нулю равен первый

страница 1 из 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вариант: 12106

Страница 2 из 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot LL_1 = \frac{9}{4} \cdot 24 \cdot \sqrt{128 - 16 \sqrt{64 - \frac{625}{36}}} \cdot \sqrt{128 - 16 \sqrt{64 - \frac{625}{36}}} = 9 \cdot 24 \cdot 4 \times$$
$$\times \sqrt{64 - \left(64 - \frac{625}{36}\right)} = 9 \cdot 24 \cdot 4 \cdot \frac{25}{6} = 3600$$

Ответ: $AA_1 \cdot BB_1 \cdot LL_1 = 3600$

страница 2 из 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

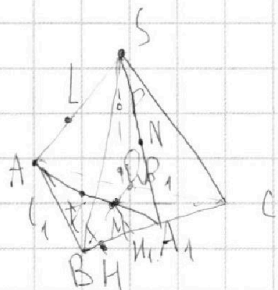
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 7



Решо:
 $SP = MQ$, $S_{ABC} = 100$,
 $R = 5$
 $SA = BC = 16$.
 $S_N = 4$.
 Найти:

AA_1, BB_1, CC_1 - ?
 $\alpha = ?$ AA_1 $\alpha = ?$

Решение:

1. Т.к. $L, K, Q, P \in AMS$, эти 4 точки лежат на одной окружности.

2. Находим длину отрезка S и M двумя способами, зная, что кол-во точек совпадает.

$$\begin{cases} SL^2 = SP \cdot (SP + PQ) \\ KM^2 = MQ \cdot (MQ + PQ) \end{cases} \text{ т.к. } SP = MQ \Rightarrow SL = KM, \text{ но } AL = AK \Rightarrow AS = AM \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle ASM - \text{равнобедренный}$, $AM = AS = BC = 16$, $\Rightarrow AA_1 = \frac{3}{2} AM = 24$, $MA_1 = \frac{1}{2} AM = 8$

3. $AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = 12,5$

4. $MH_1 = \frac{AH}{3}$, т.к. MH_1 - медиана к BC .

$$H_1A_1 = \sqrt{8^2 - \frac{625}{36}}$$

$$5. BM = \sqrt{8^2 - \left(8^2 - \frac{625}{36}\right)^2 + \frac{625}{36}} = \sqrt{64 - 16 \cdot 128 - 16 \cdot \frac{64 - 625}{36}}$$

$$6. LM = \sqrt{\left(8 + \sqrt{864 - \frac{625}{36}}\right)^2 + \frac{625}{36}} = \sqrt{128 + 16 \cdot \frac{64 - 625}{36}}$$

справочник 1 из 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10\left(\frac{\pi}{42} - x + 2\pi n\right) = \pi + 2x$$

$$\frac{9\pi n}{2} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1 = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$5\pi - 10x + 20\pi n = \pi - 2x$$

$$8x = 20\pi n + 4\pi$$

$$\frac{\pi}{2} - x \leq \pi + 2\pi n \leq \pi$$

$$\frac{\pi}{2} - x \geq \pi + 2\pi n \geq -\pi$$

$$x = \frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$x \geq 2\pi n - \frac{\pi}{2}$$

$$x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{2} \geq 2\pi n - \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{2} \geq 2\pi n - \frac{\pi}{2}$$

$$\log_5(2) - 3\log_2 5 = \log_2 3.625 - 3$$

$$\log_5 4 + 4\log_5 5 = \log_5 3.02 - 3$$

$$\frac{1}{\log_2 5} - 3\log_2 5 = \frac{4}{3}\log_2 5 - 3$$

$$\frac{1}{\log_2 5} - 3x = \frac{4}{3}x - 3$$

$$a(a+d) = e^2 \cdot c^2$$

$$\frac{13}{3}x^5 - 3x^4 - 1$$

$$\log_5 2x + \log_5 4y + 3\log_5 x + 3\log_5 y = 0$$

$$x^4 = \frac{13}{3} - 3 \quad SA = AM$$

$$x^5 + \frac{13}{3} + 3x - \frac{13}{3}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \pi$$

$$k^5$$

$$k^8 k^4 + 41$$

$$x^96$$

$$x^96$$

$$x^96$$

$$x^96$$

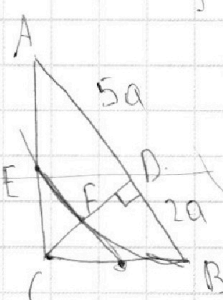
$$x^96$$

$$x^96$$

$$x^96$$

$$x^96$$

$$x^96$$



$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$$

$$EF = x$$

$$5a + 7a + 2a$$

$$AM = 24$$

$$\frac{1}{(xy)^4} = \frac{16}{9}xy - 13x + 13y + 1$$

$$\frac{1}{y} = -\frac{13}{3}y - 3$$

$$y_1 = 0 - 5x_1$$

$$y_2 = 6 - 5x_2$$

$$\frac{13}{3}y^5 + 3y^4 + 1$$

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{5\pi n}{3} \geq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{11\pi n}{12} \leq \frac{2\pi}{6}$$

$$n \leq \frac{1}{11}$$

$$\sin(10) \approx 0.1736$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y = \frac{4a}{3}x$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 2ay + 4)$$

$$\frac{\sin A \cdot \cos B}{\sin B \cdot \sin A}$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$

$$\sin B \cdot \sin A$$