



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

Значит, мы можем представить

$$ab = 2^{14} 7^{10} n, n \in \mathbb{N}$$

$$bc = 2^{17} 7^{17} m, m \in \mathbb{N}$$

$$ac = 2^{20} 7^{37} k, k \in \mathbb{N}$$

Тогда перемножим эти произведения

$$ab \cdot bc \cdot ac = 2^{14} 7^{10} n \cdot 2^{17} 7^{17} m \cdot 2^{20} 7^{37} k$$

$$(abc)^2 = 2^{51} 7^{64} nmk$$

$(abc)^2$ является полным квадратом $\Rightarrow 2^{51} 7^{64} nmk$ также является

полным квадратом $\Rightarrow$ степени 2 должны быть четными, т.е. $nmk : 2^{2t+1}$

Чтобы abc было наименьшим, оставшаяся 2-степень у n, m, k

должна быть $\frac{nmk}{2^{2t+1}}$ должно быть наименьшим возможным квадратом

натурального числа, т.е. 1, 2^{2t+1} - минимальной

$$(abc)^2 = 2^{50+2t} 7^{64} \cdot \frac{nmk}{2^{2t+1}}$$

$$(abc)^2 = 2^{50} 7^{64} \cdot 1$$

$$abc = 2^{25} 7^{32}$$

$$n=2 \Rightarrow ab = 2^{15} 7^{10}$$

$$c = 2^{11} 7^{12}, b = 2^6 7^{15}$$

$$m=2 \Rightarrow bc = 2^{18} 7^{17}$$

$$a = 2^8 7^{15}, b = 2^9 7^{15}$$

$$k=2 \Rightarrow ac = 2^{21} 7^{37}$$

$$b = 2^5 7^{15}$$

Значит, такое быть не может.

Следовательно, наименьший квадрат является 1

$$(abc)^2 = 2^{50+2t} 7^{64} \cdot \frac{nmk}{2^{2t+1}}$$

$$abc = 2^{25} 7^{32}$$

abc должно быть $\geq 2^{20} 7^{37}$, т.к. в противном случае $ac \geq 2^{20} 7^{37} > abc$

Ответ: $2^{26} 7^{37}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ - несократима $\rightarrow a$ и b не имеют общих делителей

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a^2-b^2}{(a-b)(a^2-6ab+b^2)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пусть O_1 - центр окружности ω , O_2 - центр окружности ω_1 , тогда

$$O_1A = O_1B = 5, \quad O_2C = 1$$

AB - касательная к $\omega_1 \Rightarrow AB \perp O_2C$

пусть $AC = 7x$, тогда $BC = x \Rightarrow x > 0$

$AB \perp O_2C \Rightarrow \triangle BO_2C, \triangle AO_2C$ - прямоугольные $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ по т. Пифагора

$$BO_2 = \sqrt{1+x^2}$$

$$\omega \quad AO_2 = \sqrt{1+49x^2}$$

угол $\angle A_1B = 2\varphi$, тогда $\angle AO_2B = 180^\circ - \varphi$

$\triangle AO_2B$ по т. кос-ов

$$AB^2 = O_1B^2 + O_1A^2 - 2 \cos 2\varphi \cdot O_1B \cdot O_1A$$

$$64x^2 = 25 + 25 - 2 \cos 2\varphi \cdot 25$$

$$\cos 2\varphi = 1 - \frac{64x^2}{50}$$

$\triangle AO_2B$ по т. кос-ов

$$AB^2 = O_2B^2 + O_2A^2 - 2 \cos (180^\circ - \varphi) \cdot O_2A \cdot O_2B$$

$$64x^2 = 1+x^2 + 1+49x^2 - 2 \cos (180^\circ - \varphi) \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}$$

$$14x^2 = 2 + 2 \cos \varphi \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}$$

$$4x^2 = 1 + \sqrt{2 - \frac{64x^2}{50}} \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2}$$

$$(4x^2 - 1)^2 = \left(1 - \frac{32x^2}{50}\right) (1+50x^2+49x^4)$$

$$49x^4 - 14x^2 + 1 = 1 - \frac{32x^2}{50} + \frac{32x^2}{50} + 50x^2 + 49x^4 - \frac{32x^2}{50} - \frac{32x^2}{50} \cdot 49x^4$$

$$64x^2 - 0,64x^2 - 32x^4 - 0,64x^6 - 49 = 0$$

$$x^2 - 0,01x^2 - 0,5x^4 - 0,49x^6 = 0$$

$$49x^6 + 50x^4 - 99x^2 = 0$$

$$x^2(49x^4 + 50x^2 - 99) = 0$$

$x > 0 \Rightarrow$ разделим на x^2

пусть $x^2 = t \geq 0$

$$49t^2 + 50t - 99 = 0$$

$$(t-1)(49t+99) = 0$$

$$t = 1$$

$$t = -\frac{99}{49} < 0 - \text{не уга. уав.}$$

$$t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$x = -1 < 0 - \text{не уга. уав.}$$

$$AB = AC + BC = 8x = 8$$

Ответ: $AB = 8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

домножим на сопряженное

$$\frac{2x^2-5x+3 - 2x^2-2x-1}{\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}} = 2-7x$$

$$\frac{2-7x}{\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}} = 2-7x$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} > 0 \text{ при } x \in \mathbb{R}, \text{ так как}$$

$$\text{при любых } x, \text{ удовлетворяющих ОДЗ, т.к. } \sqrt{2x^2+2x+1} > 0, \sqrt{2x^2-5x+3} \geq 0$$

$$\frac{2-7x}{\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}} = 2-7x$$

$$2-7x = (2-7x)(\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1})$$

$$(2-7x)(\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} 2-7x=0 \\ \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [1.5; +\infty)$$

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{2x^2-5x+3} = 1 - \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2x^2-5x+3 \geq 1+2x^2+2x+1-2\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2\sqrt{2x^2+2x+1} \geq 4x-1$$

$$8x^2+8x+4 \geq 49x^2+1-14x$$

$$41x^2-22x-3 \leq 0$$

$$D = 484 + 492 = 976$$

$$x_1 = \frac{22+24}{82} = \frac{46}{82} = \frac{23}{41}$$

$$x_2 = \frac{22-24}{82} = -\frac{1}{41}$$

Проверка: при $x = \frac{23}{41}$

$$\sqrt{2 \cdot \frac{529}{1681} - \frac{115}{41} + 3} - \sqrt{2 \cdot \frac{529}{1681} + \frac{46}{41} + 1} = 2 - 4 \cdot \frac{23}{41}$$

$$\sqrt{\frac{1386}{1681}} - \sqrt{\frac{853}{1681}} = -\frac{79}{41}$$

$$\sqrt{\frac{1386}{1681}} > \sqrt{\frac{853}{1681}} \Rightarrow \text{левая часть ур. положительная, ко- правая - отрицательная} \Rightarrow$$

$$\text{не подходит}$$

при $x = -\frac{1}{41}$

$$\sqrt{2 \cdot \frac{1}{1681} + \frac{5}{41} + 3} - \sqrt{2 \cdot \frac{1}{1681} - \frac{2}{41} + 1} = 2 + \frac{7}{41}$$

$$\sqrt{\frac{5250}{1681}} - \sqrt{\frac{1601}{1681}} = \frac{89}{41}$$

$$\sqrt{5250} - \sqrt{1601} = 89$$

$$\sqrt{5250} \geq 89 + \sqrt{1601} > 89$$

$$\sqrt{5250} < 129 \Rightarrow \sqrt{5250} \neq 89 + \sqrt{1601} \Rightarrow x = -\frac{1}{41} \text{ не подходит}$$

Ответ: $x = \frac{2}{7}$

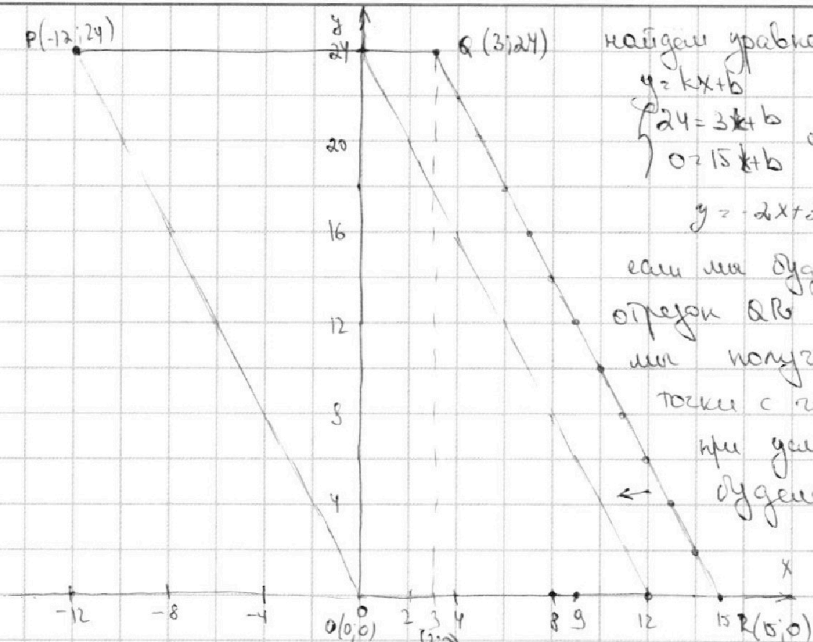
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



найдем уравнение прямой AB

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 24 = 3k + b \\ 0 = 15k + b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ b = 30 \end{cases}$$

$$y = -2x + 30$$

если мы будем параллельно переносить
отрезок AB вдоль оси Ox влево, то
мы получим всевозможные все
точки с целыми координатами
при условии, что каждый раз
будем b уменьшать на 1
(при таком переносе $k = \text{const}$)

по условию $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$$(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 12$$

$$(2x_2 - 2x_1 + b_2) - (2x_1 - 2x_1 + b_1) = 12$$

$$b_2 - b_1 = 12$$

то есть для того, чтобы пара точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами
удовлетворяли условию, они должны лежать на параллельных ~~прямых~~ $y = -2x + b_1$ и $y = -2x + b_1 + 12$

Эти прямые будут пересекать ось Ox в точках $x = \frac{b_1}{2}$ и $x = \frac{b_1}{2} + 6$, т.е.
точки их пересечения с осью Ox должны находиться на расстоянии 6.

Всего таких пар прямых - 10, причем на каждой лежит по 3 точки с
целыми координатами, лежащих в первом квадранте.

Значит, всего количество пар точек A и B равно $\frac{10 \cdot 3}{2} = 15$

Ответ: 15

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

построим графически
 $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$

$y = ax + 10b$ — прямая

решение будет, когда эта прямая
касается двух окружностей, а это
возможно только в 2 случаях.

В этих случаях $y = ax + 10b$ проходит
через $(-\frac{16}{3}; 0)$

$$x^2 + (ax + 10b)^2 = 4$$

$$(x+8)^2 + (ax + 10b)^2 = 1$$

$$x^2 + 64 + 16x - x^2 = 3$$

$$16x = -67$$

$$x = -\frac{67}{16}$$

$$x^2 + a^2x^2 + 100b^2 + 20abx - 4 \geq 0$$

$$(1+a^2)x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 \geq 0$$

$$\Delta = 400a^2b^2 - 4(100b^2 - 4)(1+a^2) \geq 0$$

$$\geq 400a^2b^2 - 4(100b^2 + 100a^2b^2 - 4 - 4a^2) \geq 0$$

$$\geq -400b^2 + 16 + 16a^2 \geq 0$$

$$a^2 + 1 - 25b^2 \geq 0$$

$$(x+8)^2 + (ax + 10b)^2 = 1 = 0$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 100b^2 + 20abx - 1 = 0$$

$$(1+a^2)x^2 + (20ab + 16)x + 63 + 100b^2 = 0$$

$$\Delta = 400a^2b^2 + 256 + 640ab + 4(63 + 100b^2)(1+a^2) \geq 0$$

$$\geq 400a^2b^2 + 256 + 640ab - 252 - 400a^2b^2 - 400b^2 - 4a^2 \geq 0$$

$$= 640ab + 4 - 400b^2 - 4a^2 \geq 0$$

в этих случаях $y = ax + 10b$ проходит через $(-\frac{16}{3}; 0)$

$$-\frac{16}{3}a = 10b \Rightarrow a = -\frac{30b}{16} \Rightarrow -\frac{15b}{8} \Rightarrow b = -\frac{16}{30}a = -\frac{8}{15}a$$

$$\frac{16}{3}x = 2 \cdot \left(\frac{2\sqrt{55}}{3} + \sqrt{22-4} \right)$$

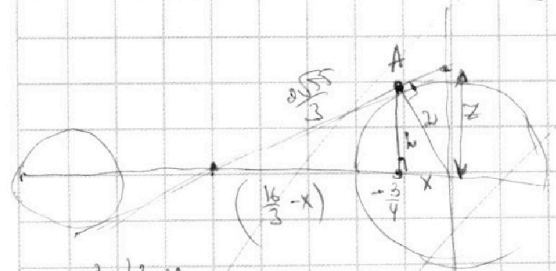
$$\frac{16}{3}x = \frac{4\sqrt{55}}{3} + 2\sqrt{2-4} + \frac{4}{3}\sqrt{55}\sqrt{2-4}$$

$$12x = 4\sqrt{55} + 9x - 36 + 12\sqrt{55}\sqrt{2-4} + 9x^2 - 12x + 184 + 12\sqrt{55}\sqrt{2-4}$$

$$\frac{\sqrt{55}}{4}x = -\frac{3}{4}a + 10b \Rightarrow \frac{\sqrt{55}}{4}x = -\frac{3}{4}a + 10 \cdot \left(-\frac{8}{15}a \right)$$

$$A(-a, 1)$$

$$A\left(-\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{55}}{4}\right)$$



$$x^2 + h^2 = 4$$

$$\frac{256}{9} + x^2 - \frac{32}{3}x + h^2 = \frac{4 \cdot 55}{9}$$

$$32x + 4 - \frac{32}{3}x \geq 0$$

$$x = \frac{8 \cdot 5}{524} \Rightarrow h = \sqrt{4 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{64-9}{16}} = \frac{\sqrt{55}}{4}$$

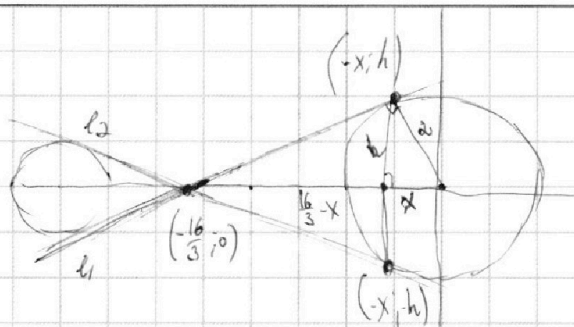
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$h^2 + x^2 = 4$$

$$\frac{4 \cdot 55}{9} = h^2 + \frac{256}{9} + x^2 - \frac{32}{3}x$$

$$8 = \frac{32}{3}x$$

$$x = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

$$h = \sqrt{4 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{65}}{4}$$

кр. л.

$$\begin{cases} 0 = -\frac{16}{3}a + 10b \\ \frac{\sqrt{55}}{4} = -\frac{3}{4}a + 10b \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{55}}{4} = \left(-\frac{3}{4} + \frac{16}{3}\right)a$$

$$a = \frac{\sqrt{55}}{4} : \frac{55}{12} = \frac{\sqrt{55} \cdot 12}{4 \cdot 55} = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

кр. л.

$$\begin{cases} a = -\frac{16}{3}a + 10b \\ -\frac{\sqrt{55}}{4} = -\frac{3}{4}a + 10b \end{cases}$$

$$-\frac{\sqrt{55}}{4} = \left(\frac{16}{3} - \frac{3}{4}\right)a$$

$$-\frac{\sqrt{55} \cdot 64}{4} = \frac{55}{12}a$$

$$a = -\frac{\sqrt{55} \cdot 12}{55} = -\frac{3}{\sqrt{55}}$$

$$a = \pm \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

Ответ: $a = \pm \frac{3\sqrt{55}}{55}$

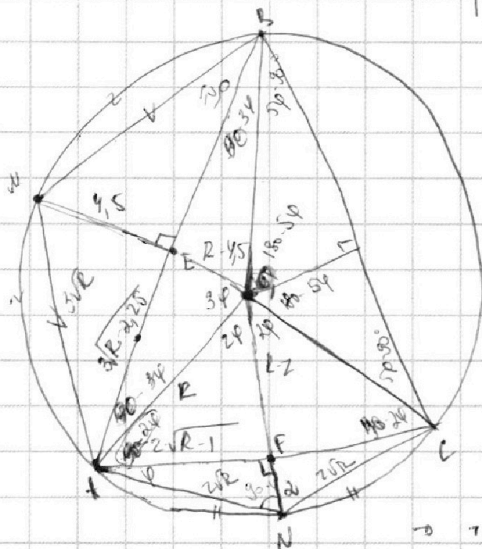
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



равные дуги вписывают равные отрезки

$\widehat{BM} = \widehat{AN}$, $(C \notin BM, C \notin AN) \Rightarrow BM = AN \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle ANA$

пусть ME - расстояние от M до AB, $ME \perp AB \Rightarrow$

$\Rightarrow ME$ - высота $\triangle MBN \Rightarrow ME$ - выс. и медиана $\Rightarrow$

$\Rightarrow AE = BE$

Аналогично $AN = CN \Rightarrow \triangle ANC \sim \triangle ANA$

NF - расстояние от N до AC, $NF \perp AC \Rightarrow$

$\Rightarrow NF$ - выс. $\triangle NCB$ и $\triangle NCA \Rightarrow NF$ - выс. и медиана $\Rightarrow$

$\Rightarrow AF = CF$

$NF \perp AC, AF = CF$
 $ME \perp AB, AE = BE$ $\Rightarrow ME, NF$ - ср. перпендикуляры
к сторонам AB и AC $\Rightarrow$

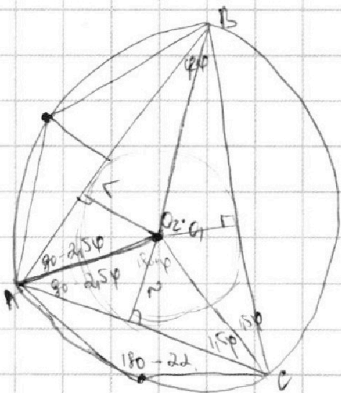
$\Rightarrow$ т. E - центр окр-ти, описанной на $\triangle ABC$

пусть R - радиус окр-ти, тогда $OE = R/2$, $OE = R/2$, по т. Пифагора $AF = \sqrt{R^2 - (R/2)^2} = \sqrt{R^2 - R^2/4} = \sqrt{3R^2/4} = \sqrt{3}R/2$

каждой $AF = \sqrt{R^2 - (R/2)^2} = \sqrt{R^2 - R^2/4} = \sqrt{3R^2/4} = \sqrt{3}R/2$; $AE = \sqrt{R^2 - (R/2)^2} = \sqrt{R^2 - R^2/4} = \sqrt{3R^2/4} = \sqrt{3}R/2$

$= \sqrt{9R^2/4} = 3R/2$. По т. Пифагора в $\triangle AFN$ и $\triangle AEN$ катеты AN и AN.

$AN = \sqrt{4R^2/4} = 2R/2 = R$; $AN = \sqrt{9R^2/4} = 3R/2$.





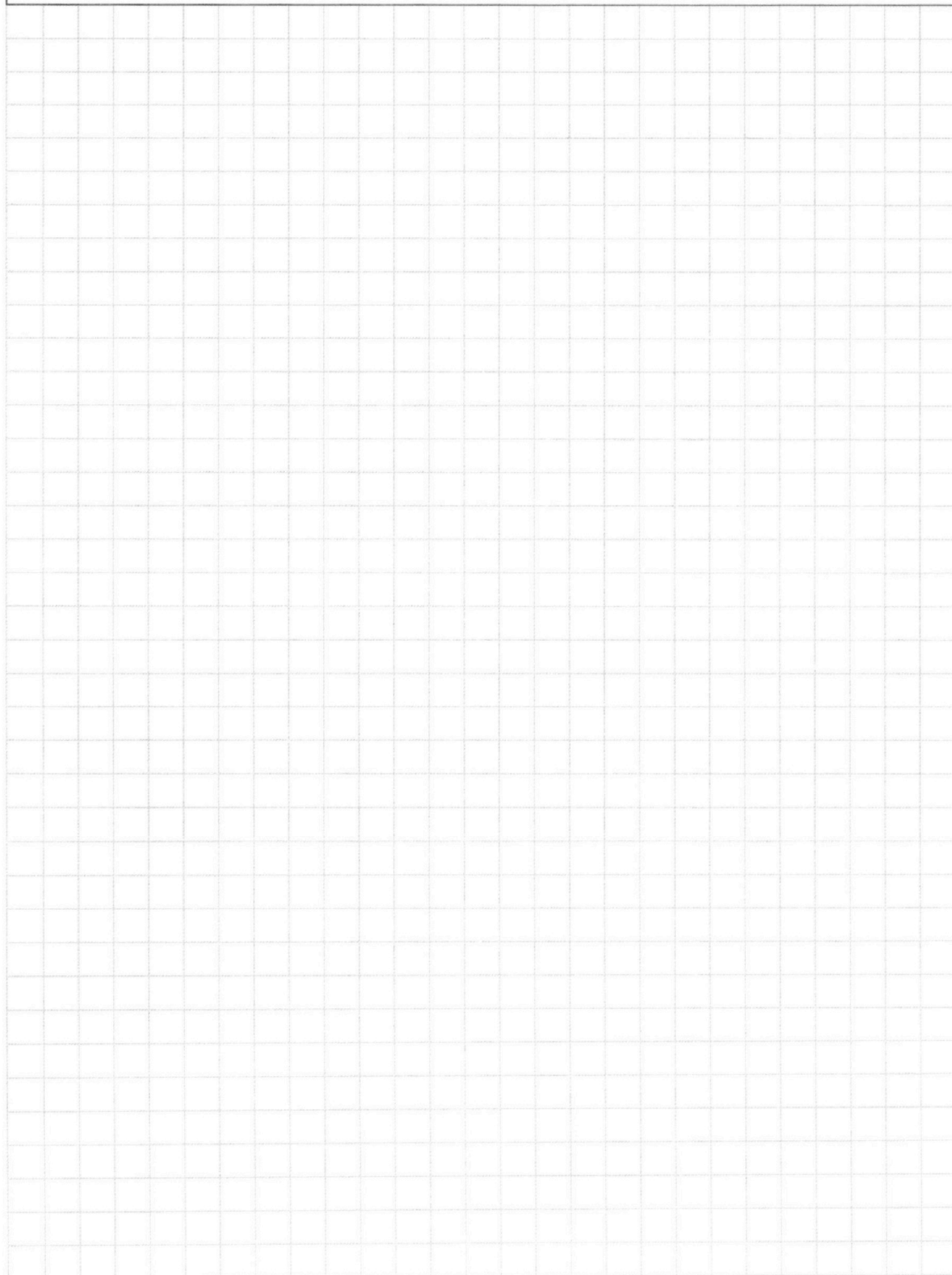
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



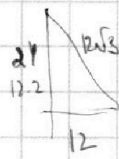
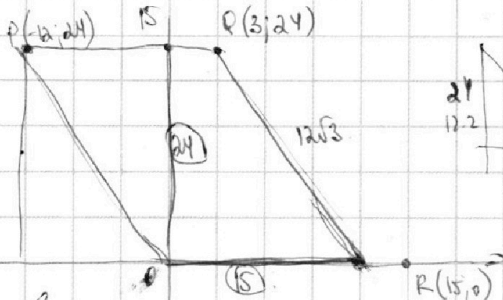
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1 - \cos 2\varphi = \frac{64x^2}{50}$$

$$\cos 2\varphi = 1 - \frac{64x^2}{50}$$

$$\cos(180 - \varphi) = -\sqrt{\frac{1 - \frac{64x^2}{50} + 1}{2}} = -\sqrt{1 - \frac{32x^2}{50}}$$

$$14x^2 = 2 + 2 \left(\sqrt{1 - \frac{32x^2}{50}} \cdot \sqrt{(1+x^2)(1+9x^2)} \right)$$

$$4x^2 = 1 + \sqrt{1 - 0,64x^2} \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+9x^2}$$

$$4x^2 - 1 +$$

$$(4x^2 - 1)^2 - (1 - 0,64x^2)(1 + x^2 + 9x^2)$$

$$(49x^4 - 14x^2 + 1) = (1 + 50x^2 + 99x^4 - 0,64x^2 - 0,64x^2 \cdot 50x^2 - 0,64x^2 \cdot 99x^2)$$

$$64x^2 - 0,64x^2 = 32x^2 - 32 \cdot 0,64x^2 \cdot 99 = 0$$

$$x^2 - 0,01x^2 - 0,01 \cdot 50x^4 - 0,01x^2 \cdot 99 = 0$$

$$0,99x^2 - 0,5x^4 - 0,99x^6 = 0$$

$$x^2(0,99x^4 + 0,5x^2 - 0,99) = 0$$

$$49x^4 + 99x^2 + 50 - 99 = 0$$

$$x^2 = 2500 + 4 \cdot 99 \cdot 99 = 4(25^2 + 4 \cdot 99 \cdot 99)$$

$$x = \frac{-60 \pm 4\sqrt{1369}}{98} = \frac{-25 \pm 2\sqrt{1369}}{49} > 0$$

$$\begin{array}{r} 0,64 \\ \times 49 \\ \hline 546 \\ 256 \\ \hline 31,36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 625 \\ 21 \\ \hline 441 \\ 441 \\ \hline 4851 \\ 625 \\ \hline 5476 \\ 5476 \\ \hline 1369 \end{array}$$

$$ax - y + 10b = 0$$

$$1((x+1)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$(x^2 - 1)(-y)$$

$$0 \leq (x^2 - 1)(-y)$$

$$ax - y + 10b = 0 \text{ найдем } b - 2 \text{ раз}$$

$$y = ax + 10b$$

$$4950 - 99$$

$$1 \cdot 49990$$

$$(x-1)(49x+99) = 0$$

$$-49x - 99x$$

$$ab$$

$$ab = 214710$$

$$bc = 218717$$

$$ac = 220717$$

$$a = 2775 \quad b = 2775$$

$$ab \cdot ac = 234717$$

$$226732$$

$$a = 28415$$

$$c = 212422$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$\frac{2x^2-5x+3-2x^2-2x-1}{\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}} = 2-7x$$

$$\frac{2-7x}{\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}} = 2-7x$$

$$2-7x = (2-7x)(\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1})$$

$$(2-7x)(\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} - 1) = 0$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$2x^2-5x+3+2x^2+2x+1+2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)} = 1$$

$$4x^2-3x+4+2\sqrt{2x^2-5x+3+2x^2+2x+1} = 1$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1$$

$$\sqrt{2 \cdot 2,25 + 3 + 1}$$

$$0 + \sqrt{8,5} > 1$$

$$1) 2x^2-5x+3 \approx 2x^2+2x+1 \text{ одновременно равно 0}$$

$$2x^2-5x+3=0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5-4 \cdot 2 \cdot 3}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} \geq 1,5$$

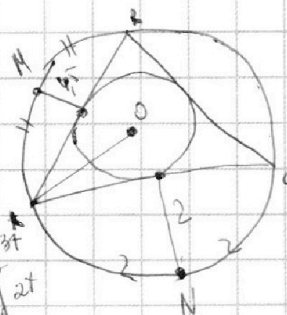
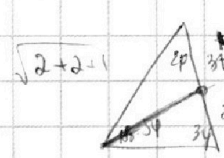
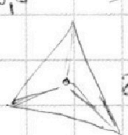
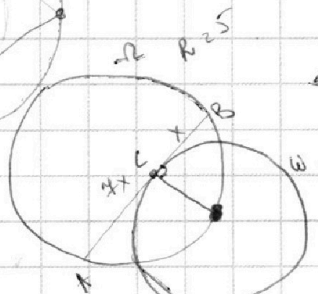
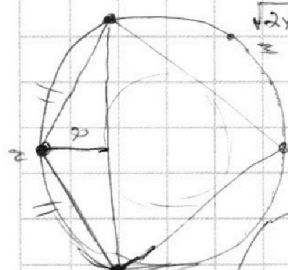
$$x \geq 1$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [1,5; +\infty)$$

$$2x^2+2x+1=0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4 \cdot 2 \cdot 1}}{2}$$

$$(2x^2 + 2\sqrt{\frac{2}{2}} + \frac{1}{2}) \geq \frac{1}{2}$$



$$64x^2 = 25 + 25 - 2 \cos 80^\circ \cdot 25$$

$$64x^2 = 50(1 - \cos 80^\circ)$$

$$64x^2 = 1 + 9x^2 + 1 + x^2 - 2 \cos(180^\circ - \varphi) \cdot \sqrt{(1+9x^2)(1+x^2)}$$

$$64x^2 - 10x^2 = 2 - 2 \cos$$

$$\cos 80^\circ = 2 \cos 2\varphi - 1 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\cos 2\varphi + 1}{2}$$

abc

$$ab: 2^{14} 7^{10}$$

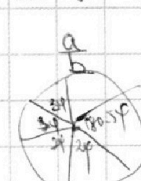
$$bc: 2^{14} 7^{14}$$

$$ac: 2^{20} 7^{37}$$

$$ab: 2^{14} 7^{10}$$

$$bc: 2^{14} 7^{14}$$

$$ac: 2^{20} 7^{37}$$



$$a^2 = 6ab + b^2$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{51} 7^{64} \text{ mnb}$$

$$2^{51} \text{ mnb}$$

$$2^{52} 7^{64}$$

$$\frac{20,25}{18} \div \frac{9}{2,25}$$

$$\frac{2^{26}}{4^{32}}$$

$$\frac{9881}{481} \div \frac{98}{48}$$

$$\frac{5405}{1891}$$

$$\frac{511}{115}$$

$$\frac{1681}{115}$$

$$\frac{1681}{525}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper, including:

- Top Left:** A diagram of a triangle with vertices $(-1, 24)$, $(15, 3)$, and $(3, 24)$. Other points marked include $(0, 0)$, $(3, 0)$, and $(15, 0)$. Calculations involve $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ and $y_2 = -2x + 30$.
- Top Center:** A large triangle with a circle inscribed inside it. The circle is tangent to the sides of the triangle. Calculations involve $2x(x+1)$ and $4x^2 - 4x + 2$.
- Top Right:** A table with 3 rows and 3 columns, containing numbers and checkmarks. Below it, a circle with a triangle inscribed inside it.
- Middle Left:** A vertical list of numbers: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30. To the right, a circle with a triangle inscribed inside it.
- Middle Right:** A circle with a triangle inscribed inside it. Calculations involve $2x(x+1)$ and $4x^2 - 4x + 2$.
- Bottom Left:** A large triangle with a circle inscribed inside it. The circle is tangent to the sides of the triangle. Calculations involve $2x(x+1)$ and $4x^2 - 4x + 2$.
- Bottom Center:** A large triangle with a circle inscribed inside it. The circle is tangent to the sides of the triangle. Calculations involve $2x(x+1)$ and $4x^2 - 4x + 2$.
- Bottom Right:** A circle with a triangle inscribed inside it. Calculations involve $2x(x+1)$ and $4x^2 - 4x + 2$.