



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 $a, b, c \in \mathbb{N}$

1) $ab: 2^{75} \cdot 7^{77}$

2) $bc: 2^{77} \cdot 7^{79}$

3) $ac: 2^{23} \cdot 7^{39}$

Перепишем найденные при выражении ϵ :

$a^2 b^2 c^2: 2^{55} \cdot 7^{68}$ Заметим, что тогда abc делится на 2^{28} . Пусть $abc \leq 2^{28}$, тогда $abc: 2^{k+28}$, где $k \leq 27$. Тогда $(abc)^2: 2^{2k} \cdot 2^{2k+56}$. Тогда $2k \geq 55 \Rightarrow k \geq 28$. ~~Но это невозможно, так как~~

$abc \leq 2^{28}$ & $ac: 7^{39} \Rightarrow abc: 7^{39}$ Поу-

чим, что $(abc: 2^{28} \cdot 7^{39}) \Rightarrow abc: 2^{28} \cdot 7^{39}$

Тогда $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$. Приведем пример, когда

$abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$. Пусть $a = 7^{77} \cdot 2^{10}$; $b = 2^5$;

$c = 7^{28} \cdot 2^{13}$

Тогда все условия выполнены и $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 Из условия $(a; b) = 1$. Пусть $m = d$.

Тогда $a+b \div d$; $a^2 - 7ab + b^2 \div d$. Заметим,

что тогда $(a; d) = 1$, значит $a \nmid k$; $d \nmid k$; $k > 1$

$(a+b = dx; x \in \mathbb{Z}) \Rightarrow dx - a = b \div k$. Но

$(a; b) \geq k$. Противоречие, значит, $(a; d) = 1$

$(b; d) = 1$ аналогично.

$(a+b) \div d \Rightarrow (a+b)(4a-8b) = a^2 - 7ab + b^2 \div d$

Вычтем из $a^2 - 7ab + b^2$ наименьшее выра-

жение, вычтем $b^2 - (-8b^2) = 9b^2 \div d$. Но

$(b; d) = 1 \Rightarrow 9 \nmid d \Rightarrow d \leq 9$. Приведем

пример, когда $d = 9$. Пусть $a = 4$; $b = 5$. Тогда

$(a; b) = 1$; $a+b = 9 \div 9$; $a^2 - 7ab + b^2 =$

$$= 16 - 140 = -99 \nmid 9$$

Ответ: $d = 9$



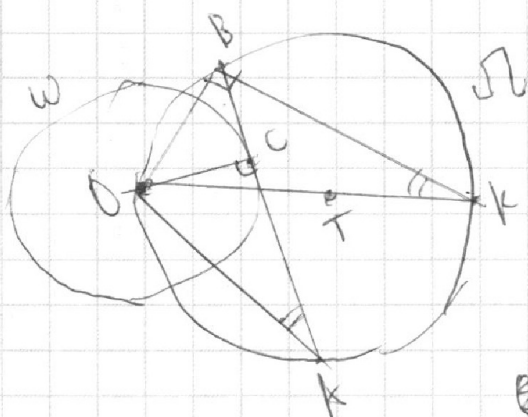
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O - центр ω

$OC \perp BK$

$\Rightarrow$ T - центр Ω
 $OT \perp \Omega K = K$

$\angle OBK = 90^\circ$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{7}{7} \quad AC \leq 7 + x \leq CB \leq 7 + x$$

$\triangle OBK \sim \triangle OCK$ из 1 признаку

$$\frac{OC}{OB} = \frac{OA}{OK}$$

$$OA \cdot OB = OC \cdot OK = 7 \cdot 7$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 Обозначим $2-3x=t$; $3x^2-6x+2=k$

Тогда $3x^2+3x+1=k-t$. Перепишем уравнение:

$$\sqrt{k} - \sqrt{k-t} = t \quad k \geq 0; k-t \geq 0$$

$$\sqrt{k} = t + \sqrt{k-t} \quad \text{возведем в квадрат обе части}$$

$$k = t^2 + k - t + 2t\sqrt{k-t}$$

$$t - t^2 = 2t\sqrt{k-t} \quad (1)$$

Рассмотрим случай $t=0$, тогда $2-3x=0$

$$x = \frac{2}{3}, \text{ тогда } \sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} =$$

$$= \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{4}{3} + 2} - \sqrt{\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1} - \sqrt{\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1} = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ корень.}$$

Рассмотрим $t \neq 0$. Разделим (1) на t

$$1-t = 2\sqrt{k-t}$$

$$t^2 + 1 - 2t = 4(k-t)$$

$$t^2 + 1 + 2t = 4k$$

$$4k = (t+1)^2 \quad \text{Квадратное, что такое } k \text{ и } t$$

$$4(3x^2-6x+2) = (2-3x)^2$$

$$12x^2 - 24x + 8 = 4 - 12x + 9x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$69x^2 - 72x - 4 = 0$$

$$D = 72^2 + 4 \cdot 4 \cdot 69 = 76(9 + 69) = 76 \cdot 78$$

$$x_1 = \frac{72 - 4\sqrt{78}}{2 \cdot 69} = \frac{72 - 6 - 2\sqrt{78}}{69} < \frac{9 - 2\sqrt{78}}{69}$$

$$3x_1^2 + 3x_1 + 1 = 3 \cdot \frac{(6 - 2\sqrt{78})^2}{69^2} + 3 \cdot \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} + 1 =$$

$$= 3 \cdot \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} \left(\frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} + 1 \right) + 1 > 0$$

$$3x_1^2 - 6x_1 + 2 > 0, \text{ так как } x_1 < 0$$

$$x_2 = \frac{72 + 4\sqrt{78}}{2 \cdot 69} = \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} > \frac{22}{69}$$

$$\text{Проверка: } 3x_2^2 - 6x_2 + 2 > 0; \quad 3x_2^2 + 3x_2 + 1 > 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

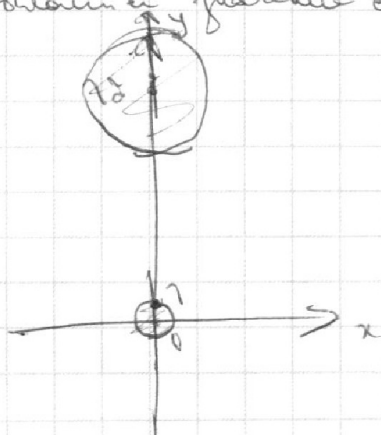
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 Решим задачу по второму неравенству. ~~Первое~~ $x^2 + y^2 = 2$ задает окружность с центром $O(0;0)$ и радиусом 1. $x^2 + (y-1)^2 = 16$ задает окружность с радиусом 4 с центром $B(0;1)$. Тогда решение второго неравенства будет внутренняя часть и граница этой окружности, но в аналогичном случае значение будет равно >0 .



Первое уравнение переписываем:

$$y = -0.5x + 8.6 \text{ — это прямая.}$$

Если эта прямая пересекает окружность заданную в 2 пункте, то решение системы

заключается в этом. Если прямая не имеет точек пересечения с окружностью $\Rightarrow$ она должна находиться либо снаружи, либо внутри окружности. Тогда уравнение будет либо внутренней, а также будет внешней касательной.

Общая формула:

$$y = k_1 x + c_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

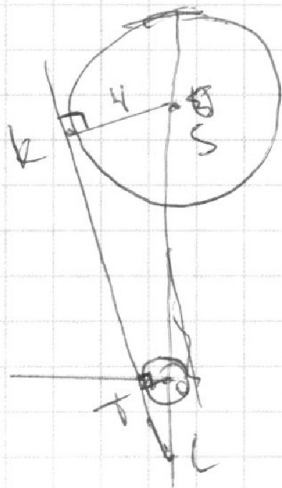
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



выпрямление и вращение канонические линейные функции

или. $x=0$.



$$OT = r$$

$$KS \perp TO \text{ и } \angle TKS + \angle KTO =$$

$$= 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\angle$

$$\triangle LTO \sim \triangle LKS$$

$$\frac{LO}{LS} = \frac{1}{4} = \frac{TO}{KS}$$

$$LS = 4x \quad LO = x$$

$$SO = 3x = 12 \quad x = 4$$

$$LS = 16; \quad LO = 4 \Rightarrow c_2 = -4$$

k_2 каноническая.

Реша для всех a значений, но $|a| = |k_1|$ или

$|a| = |k_2|$ мы можем в выражение вставить, тогда

~~то~~ каноническая прямая была выпрям. или

внеш. канонической. При всех значениях a при

любом b прямая $-ax + 8b$ будет не будет будет канонической для двух выражений $\Rightarrow$ решение системы не будет равно 2

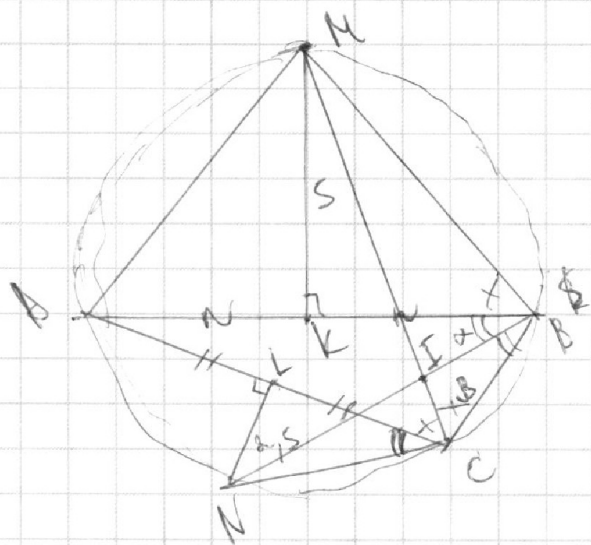
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$MK \perp AB$$

$$NL \perp AC$$

$$(\angle ABM = \angle ACM; \angle ACN = \angle ABN; \angle BMC = \angle CBN)$$

из вписанности $\angle MBN$

($\angle BNC = \angle BAC$)

Из условия, M - середина $AB \Rightarrow AM = MB$; N - середина $AC \Rightarrow AN = NC$; L - середина BC ; $ML \perp AC$; $NL \perp AB$

По м. синусов $\frac{BM}{\sin B} = \frac{CN}{\sin C}$ (1)

Из $\triangle LCN$ $\sin C = \frac{NL}{CN} = \frac{2,5}{CN}$; из $\triangle MKB$

$$\sin B = \frac{MK}{MB} = \frac{5}{MB} \text{ - подставим в (1)}$$

$$\frac{MB^2}{5} = \frac{CN^2}{2,5}$$

$$MB^2 = CN^2 \cdot 2$$

$$MB = \sqrt{2} CN$$

$$\frac{MB}{CN} = \sqrt{2} = \frac{AM}{AN}$$

$$AM = \sqrt{2} AN$$

По м. синусов в $\triangle ACM$: $\frac{AC}{AM} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin B} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin B}$ (2)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Обозначим $\angle I = \angle CM \cap BN$ тогда в заданном тре-
угольнике AI

$$\frac{AI}{AC} = \frac{\sin B}{\sin \angle AIC} \stackrel{\text{из т. синусов } \triangle AIC}{=} \frac{AI}{\sin B} = \frac{AC}{\sin \angle AIC} = \frac{AC}{\sin(90^\circ + \alpha)} =$$
$$= \frac{AC}{\cos \alpha}$$

$$\text{Из } \textcircled{2} \quad \frac{AC}{\cos \alpha} = \frac{2 \cdot \sin \alpha \cdot AM}{\sin B} \quad \text{Поглобим}$$

$$\text{то } AI = \frac{AC}{\cos \alpha} \cdot \sin B$$

$$AI = \frac{2 \cdot \sin \alpha \cdot AM}{\sin B} \quad \text{Сокр.}$$

$$\text{Из } \textcircled{3} \quad \sin \alpha = \frac{2,5}{CN} = \frac{2,5}{AN} = \frac{2,5 \cdot \sqrt{2}}{AM} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cdot AM = 2,5 \sqrt{2}, \text{ тогда}$$

$$\cancel{AI =} AI = 2 \cdot \sin \alpha \cdot AM = 2 \cdot 2,5 \sqrt{2} =$$
$$= 5\sqrt{2}$$

$$AI = 5\sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1 $a, b, c \geq 1$

1) $ab \leq 2^{75} \cdot 7^{11} \Rightarrow ab \geq 2^{75} \cdot 7^{11}$

2) $bc \leq 2^{77} \cdot 7^{18} \Rightarrow bc \geq 2^{77} \cdot 7^{18}$

3) $ac \leq 2^{23} \cdot 7^{39} \Rightarrow ac \geq 2^{23} \cdot 7^{39}$

Перемножим все три неравенства:

$a^2 b^2 c^2 \leq 2^{55} \cdot 7^{68}$. Заменим, что тогда abc

меньше на ~~2^{27}~~ 2^{28} . Пусть $abc \leq 2^{28}$

Тогда $abc \leq 2^k$, где $k \leq 27$. Тогда ~~$a^2 b^2 c^2 \leq 2^{2k}$~~

~~$\leq (abc)^2 \leq 2^{2k} < 2^{2k+1}$~~ . Тогда ~~$abc \leq 2^{28}$~~ , что

~~$55 \geq 2 \cdot 27 + 1$~~



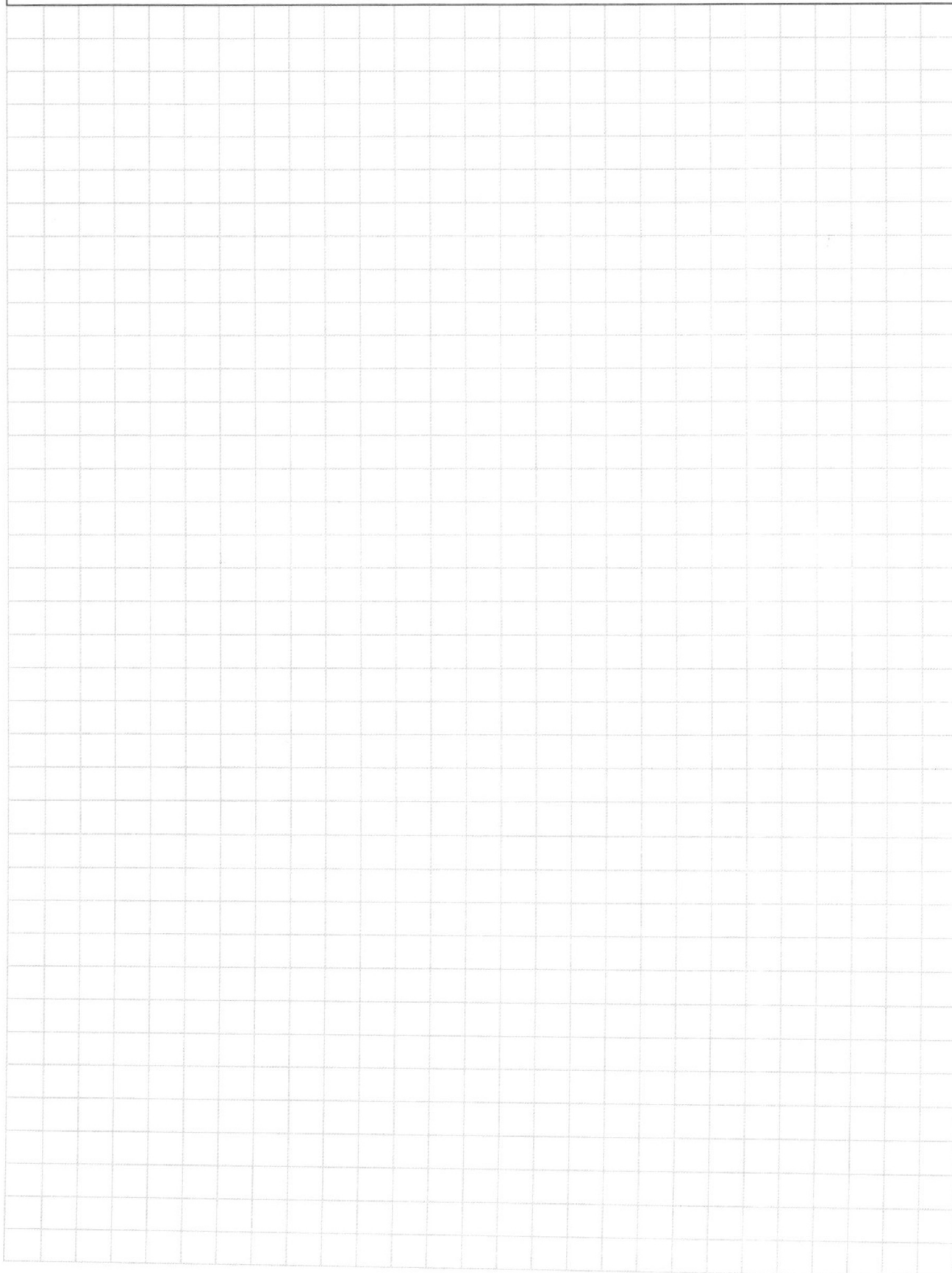
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☒	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

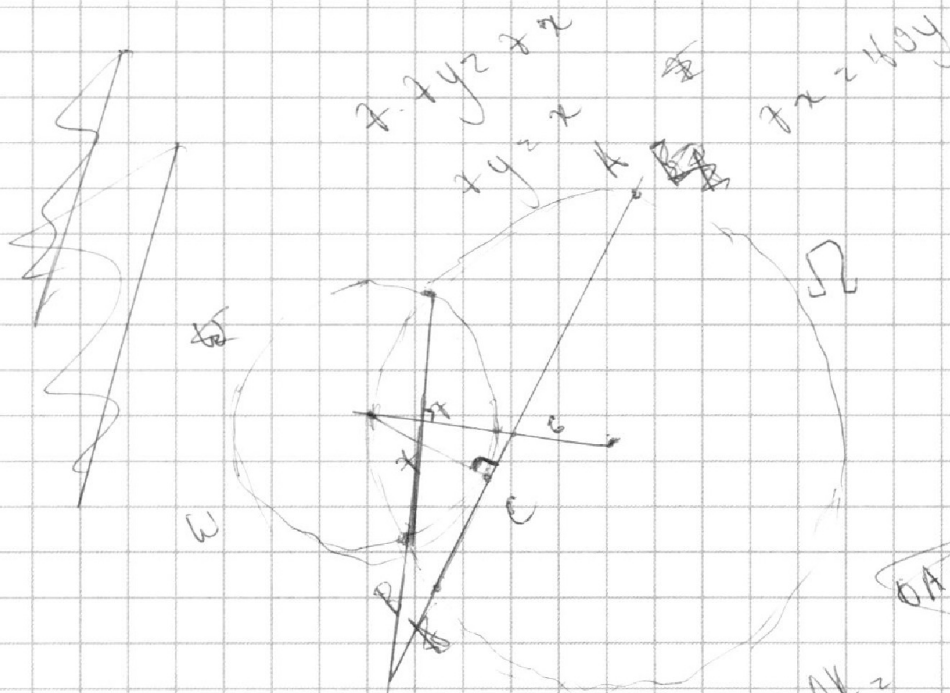
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)



$$\frac{AC}{CB} = \frac{77}{7}$$

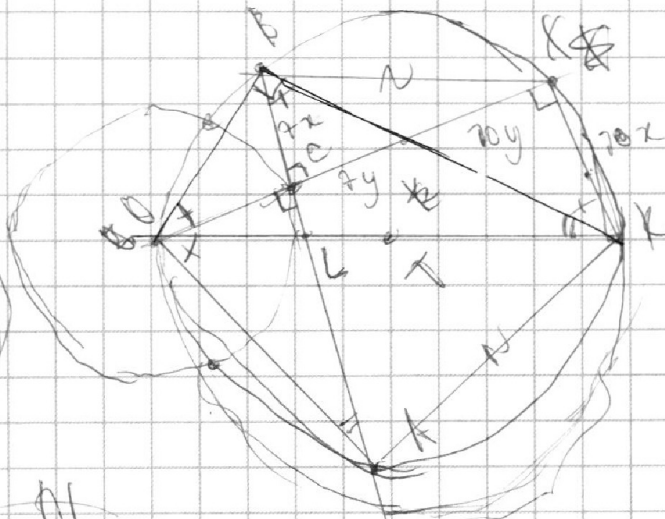
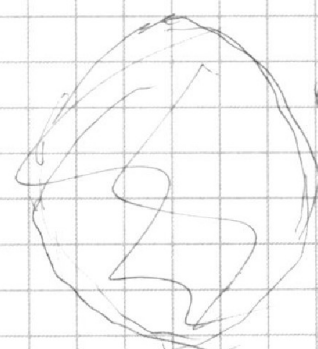
$$AC = 77x$$

$$CB = 7x$$

$$OB \cdot OA = OC \cdot OK = 27 \cdot 26$$

$$\frac{OC}{OK} = \frac{OB}{OA}$$

$$OB = 26$$



$$\frac{OC}{OK} = \frac{OL}{OK}$$

$$\frac{OC}{OK} = \frac{OL}{OK}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) $\delta = 4$

~~(a, b)~~ $(a, b) = 1$ $(b, \delta) = 1$

~~$(a+b, \delta)$~~ $a+b, \delta$ ~~(a, δ)~~ $(a, \delta) = 1$

~~$(a+b)(a-b) : \delta$~~

$(a+b)(a-b) : \delta$

$a^2 + ab - 8ab - 8b^2 : \delta$

$a^2 - 7ab - 8b^2 : \delta$

$9b^2 : \delta$

~~$(a+b) \cdot 9b : \delta$~~

$9ab : \delta$

$9 : \delta$

$\delta \leq 9$

~~$a = 4, b = 5$~~ $47 - 740$

~~$26 \cdot 55 = 740$~~

Итак $\delta = 9$

$a = 4, b = 5$ $a+b = 9 \mid 9$

~~$a+b$~~ $a^2 - 7ab + b^2 = 47 - 740 = -693$

$\{9\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$4 \rightarrow ac \geq 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$\cancel{a = 2^{23} \cdot 7}$$

$$\cancel{2262c2} \geq 2^{23} \cdot 2^{75} \cdot 2^{77} \cdot 7^{77} \cdot 7^{78} \cdot 7^{39} =$$

$$= 2^{55} \cdot 7^{68} \Rightarrow$$

$$\cancel{abc \geq}$$

$$abc \geq \sqrt{2^{55} \cdot 7^{68}} \geq 2^{27} \cdot 7^{34}$$

$$\cancel{a = 7^{11}}$$

$$\cancel{b = 7^{187}}$$

$$\cancel{c = 7}$$

$$abc \leq 2^{223}$$

$$abc \leq 7^{39}$$

$$\cancel{b \leq 7^{39}}$$

$$\cancel{abc \leq 7^{39}}$$

$$abc \geq 2^{27} \cdot 7^{34}$$

$$a \leq 7^{11} \quad c \leq 7^{18}$$

$$a \leq 7^{11} \cdot 2^{32} \cdot 2^{10}$$

$$b \leq 2^5$$

$$c \leq 7^{28} \cdot 2^{71} \cdot 2^{13}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

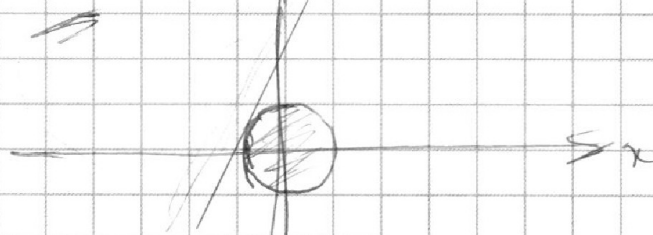
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16$$



$$ax + y - 86 = 0$$

$$ax + y = 86$$

$$ax = 86 - y$$

$$y = ax + 86$$

$$y = kx + c$$

$$c = 2,4$$

$$\sqrt{2,4^2 - 12^2}$$

$$= \sqrt{14,4 - 3,4} = k_0$$

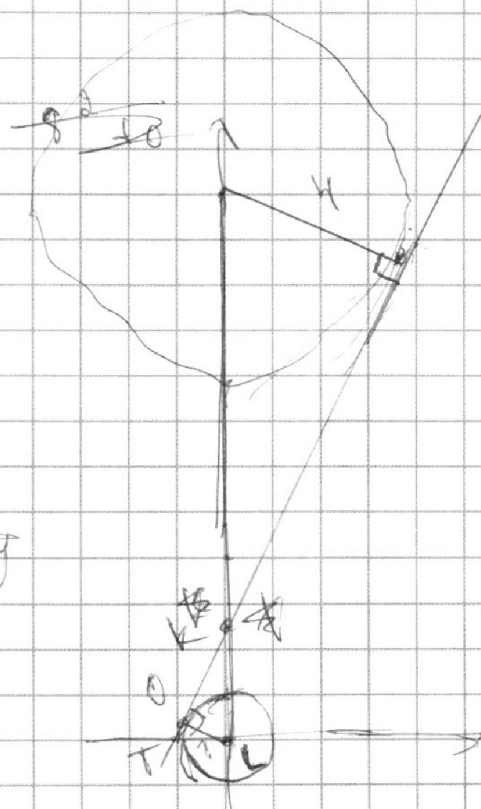
$$k_0 \cdot OT = 1$$

$$50 = 2 \cdot 12$$

$$x = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$k_0 \cdot OT = 1$$

$$OT = \frac{1}{\sqrt{14,4 - 3,4}}$$





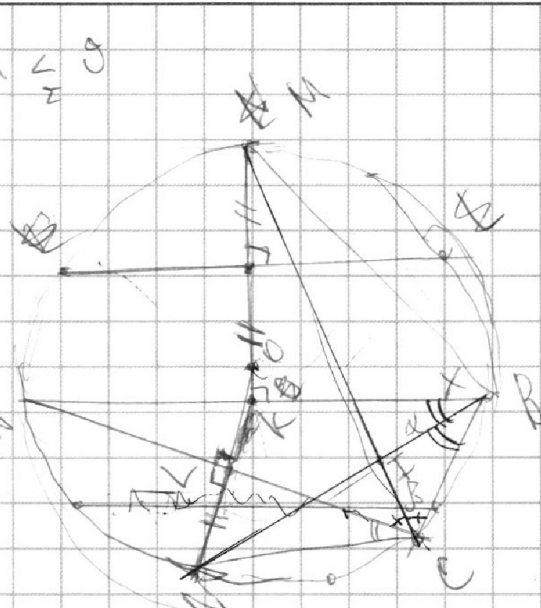
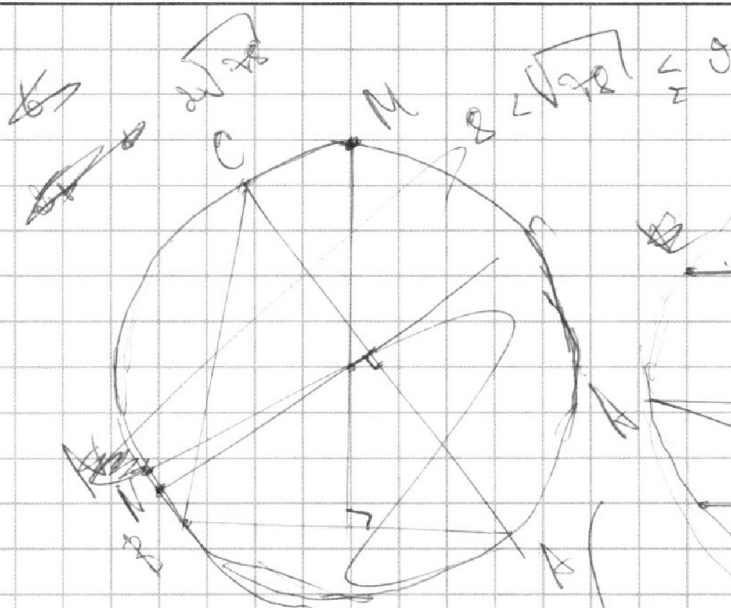
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4)

$$3x = t$$

$$3x^2 - 6x = k$$

$$\sqrt{k+2} = \sqrt{k+t}$$

$$7 - 3x = t$$

$$3x^2 - 6x + 2 = k$$

$$k - t = 3x^2 - 6x + 2 + 3x - 7 = 3x^2 - 3x - 5$$

$$\sqrt{k} - \sqrt{k-t} = t$$

$$k + k - t - 2\sqrt{k(k-t)} = t^2$$

$$k = t^2 + k - t + 2t\sqrt{k-t}$$

$$\frac{BN}{\sin \beta} = \frac{CN}{\sin \alpha}$$

$$\frac{CN}{\sin \alpha} = \frac{2R}{\sin \beta}$$

$$\frac{CN}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{2R}{\sin \alpha} = \frac{2R}{\sin \beta}$$

$$k-t \geq 0$$

$$k \geq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t - t^2 = 2t \sqrt{k - t} \quad t \in \mathbb{R}$$

~~$t = 0$~~

$$t - t^2 = 2t \sqrt{k - t}$$

$$t + t^2 - 2t = 4(k - t)$$

~~$t = 0$~~

$$t^2 + t - 2t = 4k - 4t$$

$$t^2 + t + 2t = 4k$$

$$4k = (t + 3)^2$$

~~$t = 0$~~

$$4(3x^2k - 6x + 2) = (2 - 9x)^2$$

$$12x^2 - 24x + 8 = 4 - 36x^2 - 36x$$

$$69x^2 - 72x - 4 = 0$$

$$D = 744 + 76 \cdot 69 = 76 \cdot (9 + 69) =$$

$$69x^2 - 72x - 4 = 0$$

$$D = 4 \cdot 744 = 4 \cdot 76 \cdot 69 = 76 \cdot (9 + 69) = 76 \cdot 78$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{BM}{\sin \beta} = \frac{CN}{\sin \alpha}$$

$$\frac{BM^2}{5} = \frac{CN^2}{2,5}$$

$$BM^2 = 2CN^2$$

$$\frac{BM}{CN} = \sqrt{2}$$

$$BM = \sqrt{2} CN$$

$$AN = \frac{AM}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \alpha \cdot AM = \sqrt{2} \cdot 2,5$$

$$\sin \alpha \cdot AM = 2,5$$

$$\frac{AC}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{AC}{\cos \alpha}$$

$$\frac{AC}{\cos \alpha} = \frac{AM \cdot \sin \alpha \cdot 2}{\sin \beta}$$

$$\frac{AC}{AM} = \frac{\sin \alpha \cdot 2}{2 \sin \beta} = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \beta}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AI \rightarrow \frac{AC \cdot \sin \beta}{\cos \alpha} = \frac{AM \cdot 2 \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$= \frac{AM \cdot 2 \sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \sin \beta \rightarrow AM \cdot 2 \sin \alpha =$$

$$= 2 \cdot \sin \alpha \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

