



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Н.ч. $ab: 2^1 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$, $bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$, $ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{35}$

$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \Rightarrow abc: 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$, $abc: 3^{21}$, так как $abc \in \mathbb{N}$ и

abc не может содержать в своем разложении делителей в нецелой степени,

а если стороны треугольника ≤ 27 , то $(abc): 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{35}$. Пусть числа $a = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{35}$,

$b = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$, $c = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$. Тогда $d_1 + d_2 + d_3 \geq 17$, $d_1 + d_2 \geq 8$, $d_2 + d_3 \geq 17$, $d_1 + d_3 \geq$

≥ 14 . Так нужно минимизировать сумму $d_1 + d_2 + d_3$, пусть она равна 14 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ легко можно найти, что $d_1 = 5$, $d_2 = 3$, $d_3 = 9$. Аналогично с β_1, β_2 и β_3

найдем, что $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$ может быть равно 28 при $\beta_1 = 7$, $\beta_2 = 7$, $\beta_3 = 14$.

$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34$, $\beta_1 + \beta_2 \geq 18$, $\beta_2 + \beta_3 \geq 17$, $\beta_1 + \beta_3 \geq 39$. Из последнего условия

следует, что $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 39$. Легко можно подобрать, например, $\beta_1 = 19$, $\beta_2 = 20$, $\beta_3 = 0$

(так необходимо минимизировать $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$, без тем самым степени в

числе будет простой множитель, тем число меньше, поэтому снова не-

зам $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$ не просто ≥ 39 , а $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 39$). Тогда минимальное

значение abc равно $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34} = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{35}$

Ответ: $2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{35}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$\triangle ABC$ - прямоугольный

$AB \parallel EF$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{2}$$

Найти: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEP}}$ - ?

Решение: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEP}} = k^2$, k - коэффициент подобия.

Пусть $AD = 5x$, $DB = 2x \Rightarrow CD^2 = 5x \cdot 2x$

Так $EF \parallel AB \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$. Пусть $\angle CAB = \alpha \Rightarrow \angle ECF = 90^\circ - \alpha = \angle ABC$ и т.д.

$$\triangle ADC \sim \triangle ACB \text{ (по двум углам)} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC^2 = AD \cdot AB = AD \cdot (AE + DB)$$

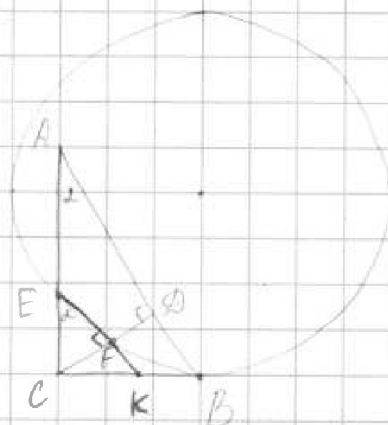
$$\triangle ADC \sim \triangle EFC \text{ (по двум углам)} \Rightarrow \frac{AD}{EF} = \frac{CD}{CF}$$

$$\triangle EFC \sim \triangle ACB \text{ (по двум углам)} \Rightarrow \frac{EF}{AC} = \frac{EC}{AB} = \frac{CF}{BC} \Rightarrow EF \cdot AB = EC \cdot AC$$

По свойству касательной и секущей $BC^2 = EC \cdot AC$. Пусть $EF \cap BC = K$

$$\frac{EF}{EK} = \frac{AD}{DB} = \frac{5}{2} \Rightarrow EF = 5y, EK = 2y \Rightarrow CF^2 = 10y^2$$

$$\triangle CEP \sim \triangle CQD \Rightarrow \frac{CE}{CQ} = \frac{EP}{QD}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



14. $ax - 3y + 4b = 0$

$$-(x^2 + y^2 - 1) - (x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0$$

Второе уравнение системы задаёт две окружности, уравнения которых:

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ и } x^2 + (y - 10)^2 = 6^2$$

Напомним график этих окружностей.

Первое уравнение системы задаёт прямую

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b$$

Чтобы система имела решение,

необходимо, чтобы эта прямая

пересекла 2 окружности в 4 точках.

Из рисунка видно, что при $a = a_1$

прямая касается окружностей и при увеличении

a не будет достигаться 4 решений. Заметим, что график симметричен

относительно оси y , $a_1 = -a_2$. Осталось найти это критическое

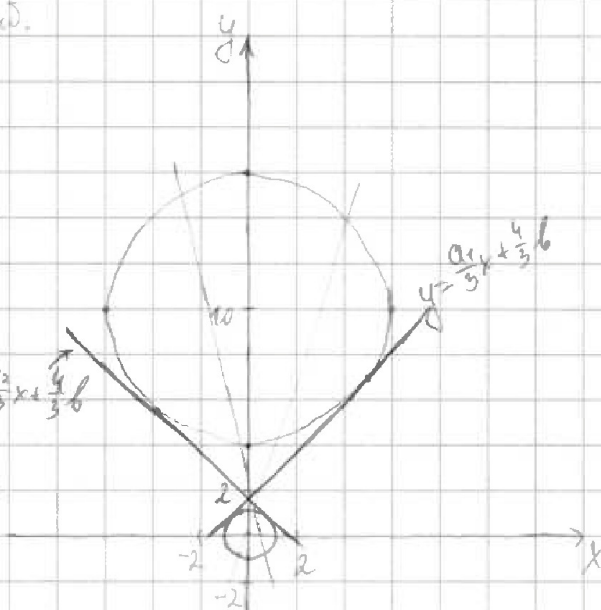
положение. При этом ответ будет выглядеть так: $a \in (-\infty, -a_1) \cup (a_1, +\infty)$

Точки a_1 и $-a_1$ выколоты, т.е. при них не достигается 4 решений, по-

тому что прямая касается обеих окружностей и подобран тангенс b , что

она пересекает 2 окружности в 4 точках не удастся, потому что b опреде-

ляет значение вверх или вниз. $\rightarrow$ см. след стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

и продолжения). Чтобы найти a_1 , необходимо $y = \frac{a_1}{3}x + \frac{4}{3}b$ подставить
в 2 уравнения окружностей.

$$x^2 + \left(\frac{a_1 x}{3} + \frac{4}{3}b\right)^2 = 1 \Rightarrow 9x^2 + a_1^2 x^2 + 8a_1 b x + 16b^2 - 9 = 0$$

П.к. прямая касается окружности, то $D_1 = 0 \Rightarrow 16a_1^2 b^2 - (9 + a_1^2)(16b^2 - 9) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 9a_1^2 + 81 - 9 \cdot 16b^2 = 0 \Rightarrow a_1^2 + 9 = 16b^2 \quad (1)$$

$$x^2 + \left(\frac{a_1 x}{3} + \frac{4}{3}b - 1\right)^2 = 36 \Rightarrow x^2(9 + a_1^2) - x(6a_1 - 8a_1 b) - 240b + 16b^2 + 649 = 0$$

$$D_2 = 0 \Rightarrow (30a_1 - 48b)^2 - (a_1^2 + 9) \cdot (16b^2 - 240b + 649) = 0 \Rightarrow a_1^2(16b^2 - 240b + 900) - (a_1^2 + 9) \cdot$$

$$\cdot (16b^2 - 240b + 649) = 0 \Rightarrow (16b^2 - 240b + 900)(a_1^2 - a_1^2 - 9) + (a_1^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (-9) \cdot (a_1^2 + 9) \cdot 36 + 16b^2 - 240b + 900 = 0 \Rightarrow -(a_1^2 + 9) \cdot 36 + 16b^2 - 240b + 900 = 0$$

С учетом (1), что $a_1^2 + 9 = 16b^2$: $-16b^2 \cdot 36 + 16b^2 - 240b + 900 = 0 \quad |:4$

$$-4b^2 - 60b + 225 = 0 \quad -16b^2 - 60b + 225 = 0 \Rightarrow 28b^2 + 21b - 45 = 0$$

$$D_3 = 36 + 28 \cdot 45 = 9 \cdot 4 + 9 \cdot 5 \cdot 28 = 9 \cdot 244$$

$$b_{3,2} = \frac{6 \pm 3 \cdot 11}{28} = \frac{42}{28}, \frac{-30}{28}, \quad b < 0 \text{ не подходит} \Rightarrow b = \frac{42}{28} = \frac{3}{2}$$

$$a_1^2 + 9 = 16 \cdot \frac{9}{4} \Rightarrow a_1^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow a_1 = 3\sqrt{3}$$

При $a > 0$: чем больше a , тем ближе к оси y график функции, при $a < 0$ - на-
оборот $\Rightarrow a \in (-\infty; -3\sqrt{3}) \cup (3\sqrt{3}; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -3\sqrt{3}) \cup (3\sqrt{3}; +\infty)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \cdot \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x} 625 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) = \frac{13}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) = \frac{13}{3 \log_5(2x)} - 3$$

$$3 \log_5^5 2x = 13 - 3 \log_5 2x \quad (1)$$

$$\text{Сложим (1) и (2): } 3(\log_5^5 2x + \log_5^5 y) = -3(\log_5 2x + \log_5 y)$$

$$\log_5^5 2x + \log_5^5 y = -(\log_5 2x + \log_5 y)$$

$$\log_5^5 2x + \log_5 2x = -\log_5^5 y - \log_5 y$$

$$\log_5^5 2x + \log_5 2x = -(\log_5^5 y + \log_5 y)$$

Введем функцию $f(t) = \log_5^5 t + \log_5 t$. Тогда можно записать, что

$f(2x) = -f(y)$. Функция $f(t)$ — возрастающая. Есть случаи, когда $f(2x) =$

$-f(y) \geq 0 \Rightarrow 2x \geq y \Rightarrow xy \geq \frac{1}{2}$. $f(y) \geq 0$ при $y \geq 1 \Rightarrow xy \geq \frac{1}{2}$. В других

случаях, когда $2x \neq y$, заметим, что $f(\frac{1}{2x}) = -f(\frac{1}{y})$, т.к. $\log_5^5 t$ будет

иметь тот же знак, что и $\log_5 t$, т.е. $t \cdot \frac{1}{t} = 1 \Rightarrow 2x \cdot y = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{2}$.

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y 0,2 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = -\frac{1}{3} \log_y 5 - 3$$

$$\log_5^4 y = -\frac{13}{3} \log_y 5 - 3$$

$$\log_5^4 y = -\frac{13}{3 \log_5 y} - 3$$

$$3 \log_5^5 y = -13 - 3 \log_5 y \quad (2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

16. Так как координаты x_1, x_2, y_1, y_2 точек A и B — целые числа ~~то~~ и

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45 \Rightarrow y_2 - y_1 \div 5$$

Одна из сторон параллелограмма равна 18, а другая $-\sqrt{80^2 + 16^2} = 16\sqrt{26}$.

Если $y_2 - y_1 \neq 0$, то все точки лежат на одной ~~горизонтальной~~ ^{горизонтальной} прямой,

но $x_2 - x_1 \neq 9$, в первом ряду будет 10 пар таких точек.



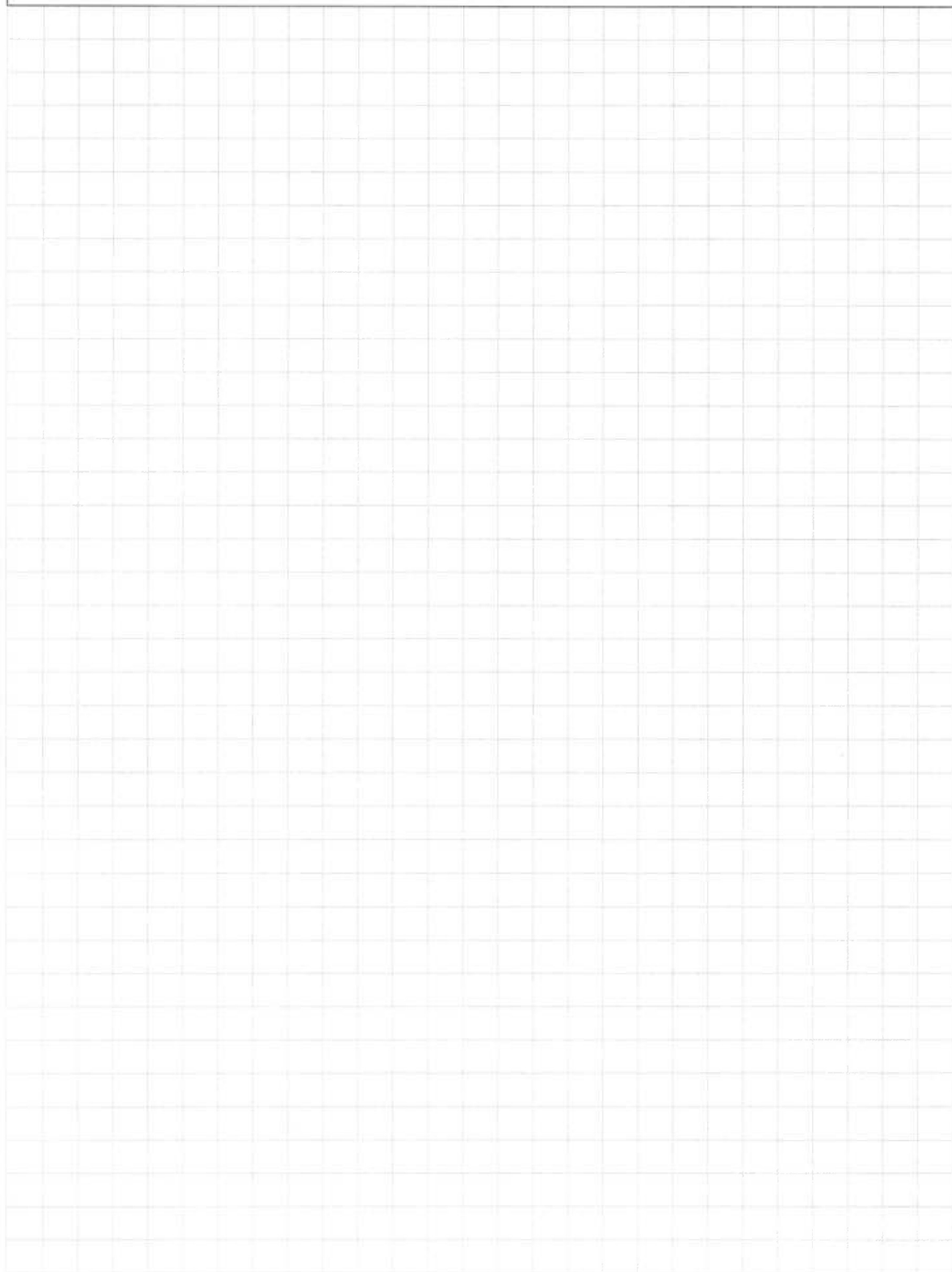
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1) \cdot (x^2 + y^2 - 20y + 16) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 1 \quad x^2 + (y - 10)^2 = 6^2$$

Все a , для которых уравнение
 $\exists b$, при котором система
имеет 4 решения.

$$ax - 3y + 4b = 0$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b$$

$$\frac{6 + 3b}{2} \quad \frac{6 + \frac{4a}{3}}{11}$$

$$\frac{a^2}{9}x^2 + \frac{8}{9}abx + \frac{16}{9}b^2 = 1 \quad | \cdot 9$$

$$9x^2 + 8ax + 16b^2 - 9 = 0$$

$$D_1 = 64a^2b^2 - (9 + a^2) \cdot (16b^2 - 9) =$$

$$= 16ab^2 - 9 \cdot 16b^2 - 144b^2 + 81 + 9a^2 =$$

$$= 9a^2 - 9 \cdot 16b^2 + 81 = 9 \cdot (a^2 - 16b^2 + 9) =$$

$$D_1 = 36 + 24ab$$

$$9 \cdot 4 + 24 \cdot 5 \cdot 7$$

$$D_2 = 0 \quad a^2 - 16b^2 - 9$$

$$x^2 + \left(\frac{ax}{3} - 10 + \frac{4}{3}b\right)^2 = 36$$

$$x^2 + \frac{a^2 x^2}{9} - \frac{40ax}{3} + \frac{4ab}{3} - \frac{100}{3} + 20 - \frac{40}{3}b +$$

$$\pm \frac{40ab}{3} - \frac{40}{3}b + \frac{16}{9}b^2 = 36 \quad | \cdot 9$$

$$9x^2 + a^2x^2 - 120ax + 4ab - 120x + 200 - 40b + 16b^2 - 36 \cdot 9 = 0$$

$$x^2(9 + a^2) - x(120a - 4ab) - 240b + 16b^2 + 200 - 36 \cdot 9 = 0$$

$$x^2(a^2 + 9) - 2x(30a - 4ab) - 240b + 16b^2 + 64 \cdot 9 = 0$$

$$D_1 = (30a - 4ab)^2 - (a^2 + 9) \cdot (16b^2 - 240b + 576) = 0$$

$$a^2(16b^2 - 240b + 576) - (a^2 + 9) \cdot (16b^2 - 240b + 576) + (a^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 =$$

$$= (16b^2 - 240b + 576)(a^2 - a^2 - 9) - (a^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 + (16b^2 - 240b + 576) \cdot (-9) - (a^2 + 9) \cdot 36 \cdot 9 =$$

$$= (-9) \cdot (a^2 + 9) \cdot 36 + 16b^2 + 240b + 576 - 240b + 576$$

$$16b^2 + 36 \cdot 9 + (4b - 20)^2 = 0$$

$$36(a^2 + 9) + (4b - 20)^2 = 0$$

$$16 \cdot 37b^2 - 240 \cdot 20$$

$$4 \cdot 17b^2 - 60b + 225 = 0$$

$$900$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x \neq 0, \log_5(2x) - 3 \log_5 5 = \log_5 625 - 3$$

$$\log_5(2x) - 3 \log_5 5 = \log_5 5^4 - 3$$

$$\log_5(2x) - 3 \log_5 5 = \frac{4}{3} \log_5 5 - 3$$

$$\log_5 2x = \frac{13}{3} \log_5 5 - 3$$

$$\log_5 2x = \frac{13}{3} \log_5 5 - 3 \quad | - 3 \log_5 2x$$

$$3 \log_5 2x + 9 \log_5 2x - 13 = 0$$

$$\log_5 2x = t$$

$$3t^5 + 9t - 13 = 0$$

1/3



$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$y \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

$$\log_5 4 = \log_5 2^2 = 2 \log_5 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4+5+4+5+5+5+6=34$$

$\alpha \beta \gamma$

$$2A+3B=63$$

$$a+b=24$$

$$E_{\text{max}}=240$$

$$a_{\text{max}}=24$$

$$a-b=12$$

$$a+b=24$$

$$a_{\text{max}}=24$$

$$a_{\text{max}}=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

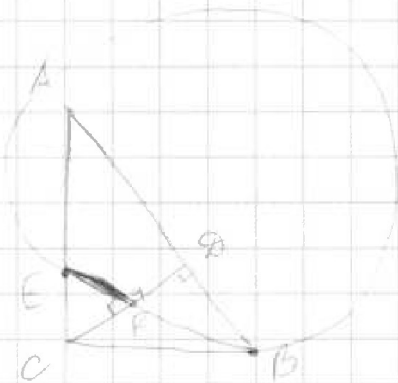
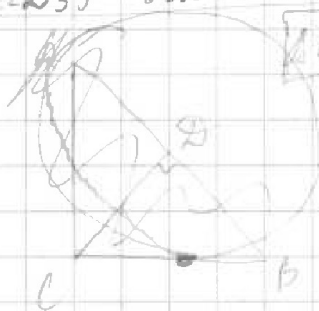
$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

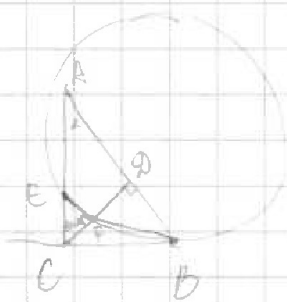
$$a+b=24$$

$$a+b=24$$

$$a+b=24$$



АВНЕР



$$\frac{AE}{EB} = \frac{5}{2}$$

$$\triangle ADE \sim \triangle ACB \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\triangle ADC \sim \triangle EPC$$

$$\frac{AD}{EP} = \frac{CD}{CP}$$

$$AD^2 = 5 \cdot 7$$

$$\triangle BCD \sim \triangle CEP$$

$$\frac{CD}{EP} = \frac{BD}{CP}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$13. 10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\sin t = x$$

$$\arcsin 0 = 0$$

$$\cos x$$

$$\arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin(\cos x) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi - 2x}{10}$$

$$\frac{\pi - 2x}{10} > -\frac{\pi}{2}$$

$$\pi - 2x > -5\pi$$

$$x < 3\pi$$

$$\frac{\pi - 2x}{10} < \frac{\pi}{2}$$

$$\pi - 2x < 5\pi$$

$$x > -2\pi$$

$$\frac{\pi - 2x}{10} - \arcsin(\cos x)$$

$$\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$D(y) : \text{for } \frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$E(y) : \text{for } \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$D(y) \cap E(y) = \emptyset$$

$$\frac{\pi - 2x}{10}$$

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 0$$

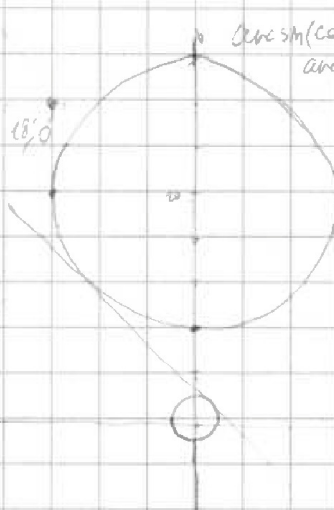
$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 0$$

$$(x_2 - x_1) + \frac{y_2 - y_1}{5} = 0$$

$$\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\arcsin(\cos \frac{\pi}{3}) = \arcsin(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{6}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$BE^2 = 100^2 + 200^2 - 150^2$$

$$\frac{BE}{AB} = \frac{150}{200} = \frac{3}{4}$$

$$\angle C = \angle K = \angle F = \angle D$$

$$CF = 200 \cdot \frac{3}{4}$$

$$100 \cdot \frac{3}{4}$$



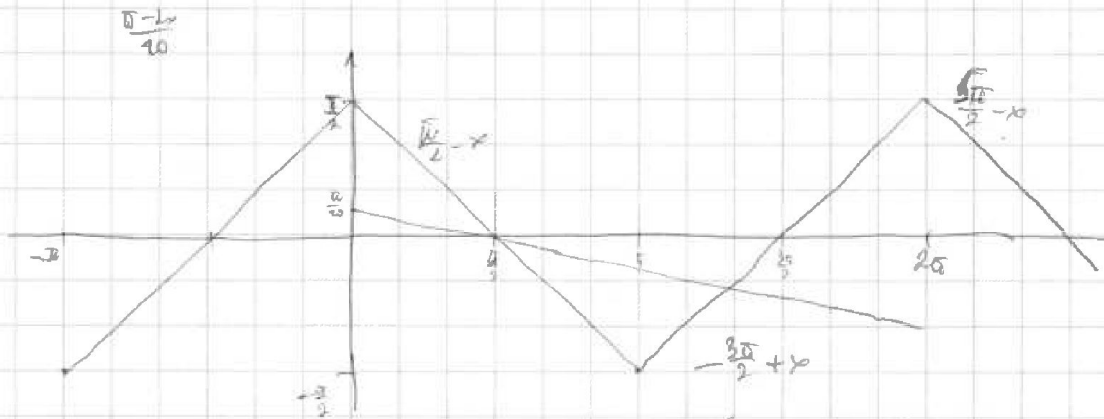
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5^5 x + \log_5 x$$
$$25^{2^5+2}$$

$$\log_5 x = 1$$

$$\log_5^2 x + \log_5 x$$
$$0 + 0$$

$$\log_5^2 x - 1$$

$$\frac{1}{2} = 0$$

$$0.9 = 9$$
$$9.9 = 18$$

$$0.9 = 9$$

$$x_1$$

$$x_2$$

$$y_1 - y_2$$

$$80 + 16$$

$$18$$

$$80$$
$$16^2 - 5^2 + 16^2$$
$$416 - 26$$