



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

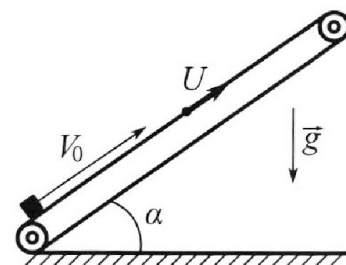
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ус корение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

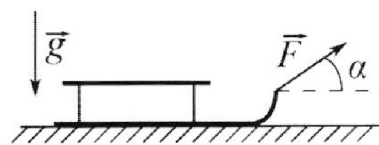
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



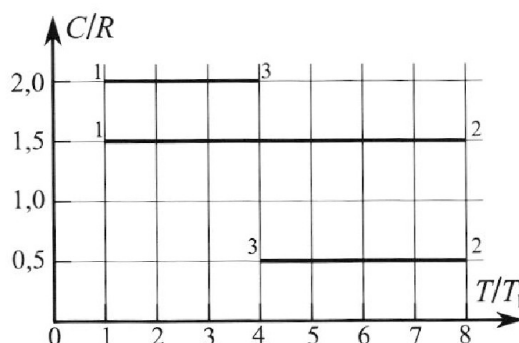
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

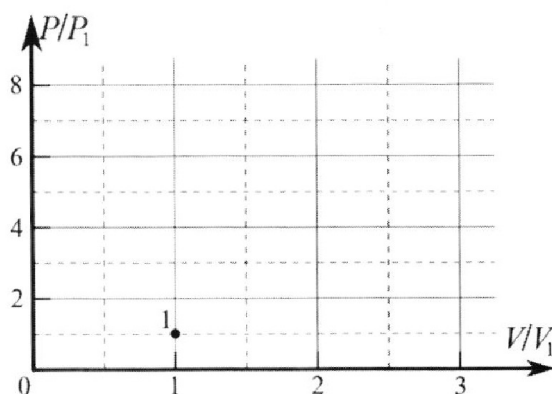
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

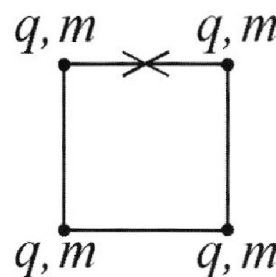


- 1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
- 2) Найдите КПД η цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

- 1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика. Одну нить пережигают.
 - 2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
 - 3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?
- Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

реш

$$1) L = V_0 \cos \alpha \cdot t = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin(2\alpha)}} = 10\sqrt{2} \left(\frac{м}{с}\right)$$

2) Пусть β - некоторый произвольный угол, ~~для~~ который составляем V_0 в горизонтальном, а h - совм. ему высота направлена по вертикали, м. е.
 $h_{max} = H$.

$$t = \frac{S}{V_0 \cos \beta}$$

$$\Rightarrow h(\beta) = V_0 \sin \beta \cdot \frac{S}{V_0 \cos \beta} - \frac{g}{2} \frac{S^2}{V_0^2 \cos^2 \beta} = S \tan \beta - \frac{g S^2}{V_0^2 (1 + \cos(2\beta))}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{d\beta} h(\beta) = \frac{S}{\cos^2 \beta} - \frac{2g S^2 \sin(2\beta)}{V_0^2 (1 + \cos(2\beta))^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{g S}{V_0^2} = \frac{1 + \cos(2\beta)}{\sin(2\beta)} \Rightarrow \cos^2 \beta - \frac{g S}{V_0^2} \sin \beta \cos \beta = 0$$

$$\cos \beta \text{ не равен нулю, т.е.} \Rightarrow \tan \beta = \frac{V_0^2}{g S}, \quad \cos^2 \beta = \frac{g^2 S^2}{g^2 S^2 + V_0^4}$$

$$\Rightarrow H = S \cdot \frac{V_0^2}{g S} - \frac{g S^2}{2 V_0^2 \cdot \frac{g^2 S^2}{g^2 S^2 + V_0^4}}$$

$$\Rightarrow S = \frac{V_0}{g} \sqrt{V_0^2 - 2gH} = 16 \text{ (м)}$$

Ответ: 1) $L = 1) V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2} \left(\frac{м}{с}\right)$

2) $S = \frac{V_0}{g} \sqrt{V_0^2 - 2gH} = 16 \text{ (м)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

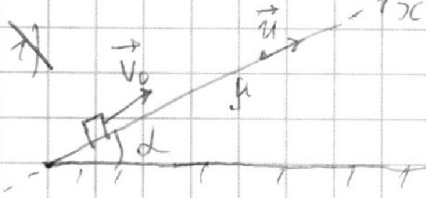
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Показать обозначения производные по времени.



$$1) \ddot{x} = V_0 + t(-g \sin \alpha - g \mu \cos \alpha) = V_0 - g t (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

до остановки: $|\Delta x| = \frac{V_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$; Δ

после: $|\Delta x| = \frac{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) t^2 (\dot{x} = 0) \cdot (T - t(\dot{x} = 0))^2}{2} =$

$$t(\dot{x} = 0) = \frac{V_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = 0,6 \text{ (с)}$$

$$\Rightarrow |\Delta x_{\text{после}}| = \frac{10 \cdot 0,2 \cdot 0,6^2}{2} = 0,76 \text{ (м)}$$

$$|\Delta x_{\text{до}}| = 1,8 \text{ (м)} \Rightarrow S = |\Delta x_{\text{после}}| + |\Delta x_{\text{до}}| = 1,96 \text{ (м)}$$

2) Угелюк 1 означает до относительной остановки скорости и длины,

2 - после

$$\ddot{x}_1 = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \Rightarrow \dot{x} = V_0 - g t (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \neq$$

$$\Rightarrow \dot{x}(T_1) = u = V_0 - g T_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \Rightarrow T_1 = \frac{V_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} =$$

$$= 0,5 \text{ (с)}$$

$$3) \ddot{x}_2 = -g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow \dot{x}_2 = u - g t (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$\dot{x}_2(T_3) = -u = u - g T_3 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow T_3 = \frac{2u}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$\Rightarrow x_2 = x_1(T_1) + u t - \frac{g t^2}{2} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$x_1(T_1) = \frac{V_0^2 - u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} \Rightarrow x_2(T_3) = L = \frac{V_0^2 - u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = 1,45 \text{ (м)}$$

Ответ: 1) 1,96 м; 2) $\frac{V_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = 0,5 \text{ с}$ 3) $\frac{V_0^2 - u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = 1,45 \text{ м}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

Длина l - участок пути, на котором санки разогнались.

$$k = \frac{p^2}{2m}$$

1) ~~ма~~ для первого участка: $ma_1 = F \cos \alpha - (mg - F \sin \alpha) \mu$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{F \cos \alpha - (mg - F \sin \alpha) \mu}{m}$$

$$\Rightarrow l = \frac{\frac{p^2}{m^2}}{2 \cdot \frac{F \cos \alpha - (mg - F \sin \alpha) \mu}{m}} = \frac{k}{F \cos \alpha - (mg - F \sin \alpha) \mu}$$

для второго: $l = \frac{\frac{p^2}{m^2}}{2 \cdot \frac{F - mg \mu}{m}} = \frac{k}{F - mg \mu}$

$$\Rightarrow F - mg \mu = F \cos \alpha + F \mu \sin \alpha - mg \mu \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$2) k = A_{\text{уп}} = mg \mu S \Rightarrow S = \frac{k}{mg} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$, 2) $S = \frac{k \sin \alpha}{mg(1 - \cos \alpha)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

$$1) \quad 3-1: \quad Q_{37} = 2VR \cdot (-3T_7) = -6T_7 VR \Rightarrow 6T_7 = \frac{9}{2} VR$$

$$Q_{37} = \frac{3}{2} VR \cdot (-3T_7) - A_{37}$$

$$\Rightarrow 6VRT_7 = \frac{9}{2} VRT_7 + A_{37} \Rightarrow A_{37} = \frac{3}{2} VRT_7 = 2493 \text{ (Дж)}$$

$$2) \quad Q_{12} = A_{12} + \frac{3}{2} VR \cdot 4T_7 = \frac{3}{2} VR \cdot 4T_7 \Rightarrow A_{12} = 0$$

$$Q_{23} = A_{23} + \frac{3}{2} VR \cdot (-4T_7) = \frac{1}{2} VR (-4T_7)$$

$$\Rightarrow A_{23} = -4T_7 VR \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) = 4VRT_7$$

$$A = A_{23} + A_{12} - A_{37} =$$

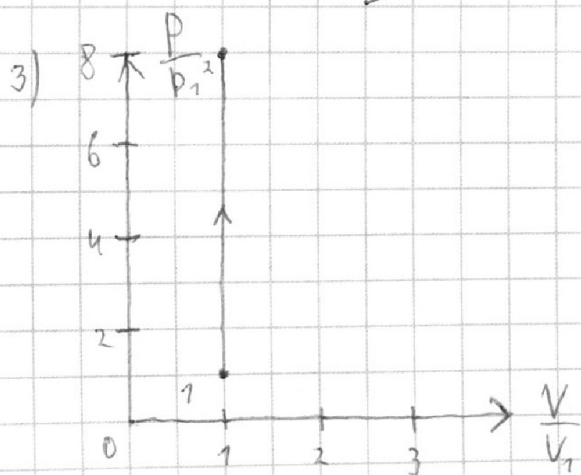
$$= 4VRT_7 + \frac{3}{2} VRT_7 =$$

$$= \frac{11}{2} VRT_7 = \frac{11}{2} \cdot 18,31 \cdot 200 = 831,11 = 831 \text{ Дж}$$

$$Q = Q_{12} = \frac{21}{2} VRT_7$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{11}{2} VRT_7}{\frac{21}{2} VRT_7} = \frac{11}{21}$$

- A_{37} и к. вкл. это работа вкл.
мк, а не тока.



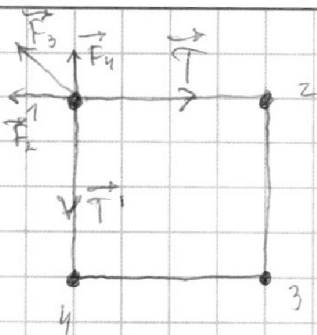
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5 $\|\vec{T}\| = \|\vec{T}'\| = T, K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

1) $\vec{T} + \vec{T}' + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$

$$T = F_4 + F_3 \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{K|q|^2}{a^2} + K \frac{|q|^2}{2a^2} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{K|q|^2}{a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$$

$$\Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{a^2 T}{K \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)}} =$$

$$= 2a \sqrt{\frac{\pi \epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}}$$

Ответ: 1) $|q| = 2a \sqrt{\frac{\pi \epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$E = \frac{2m\vec{v}_\delta^2}{2} + \frac{2m\vec{v}_n^2}{2} + E_n = m(\vec{v}_\delta^2 + \vec{v}_n^2) + E_n$$

для одного из крайних: $E_n = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} = \frac{kq^2}{a} \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3} \right) =$
 $= \frac{11}{6} \frac{kq^2}{a}$

для одного из внутренних: $E_n = \frac{2kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} =$
 $= \frac{5}{2} \frac{kq^2}{a}$

$$\Rightarrow \frac{4kq^2}{a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = m(\vec{v}_\delta^2 + \vec{v}_n^2) + 2 \left(\frac{11}{6} \frac{kq^2}{a} + \frac{5}{2} \frac{kq^2}{a} \right) +$$

$$\Rightarrow \frac{4kq^2}{a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = m(\vec{v}_\delta^2 + \vec{v}_n^2) + 2k_n + 2k_\delta + \frac{26}{3} \frac{kq^2}{a}$$

$$0 = 2m\vec{v}_\delta + m\vec{v}_\delta' + m\vec{v}_n + m\vec{v}_n' \Rightarrow -(\vec{v}_\delta + \vec{v}_\delta') = \vec{v}_n + \vec{v}_n'$$

$\vec{v}_\delta$ и $\vec{v}_\delta'$ сонаправлены, $\vec{v}_n$ и $\vec{v}_n'$ тоже в одну сторону

$$\Rightarrow -4v_\delta^2 = 4v_n^2$$

~~н 4~~

$$\vec{v}_n' + \vec{v}_\delta' = -(\vec{v}_n + \vec{v}_\delta) \Rightarrow v_n^2 + v_\delta^2 + 2\vec{v}_n' \cdot \vec{v}_\delta' = -(v_n^2 + v_\delta^2 + 2\vec{v}_n \cdot \vec{v}_\delta)$$

н 4

$$1) Q = 2\sqrt{3}RT = -6\sqrt{RT_1}$$

$$\Rightarrow -6\sqrt{RT_1} = -\frac{9}{2}\sqrt{RT_1} \cdot A_{31}$$

$$Q = -\frac{3}{2}\sqrt{RT_1} \cdot A_{31}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}\sqrt{RT_1} = A_{31} =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 1.8,31 \cdot 200 = 831.3 = 2493 \text{ (J)}$$

$$2) A_{31} = -\frac{3}{2}\sqrt{RT_1} \cdot Q_{12} = A_{12} + \frac{3}{2}\sqrt{RT_1} \cdot 4T_1 = \frac{3}{2}\sqrt{RT_1} \cdot 4T_1$$

$$\Rightarrow A_{12} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$F_{\text{нр. макс}} = mg \mu \cos \alpha = 10 \cdot 0,5 \cdot 0,8 \text{ м} = 4 \text{ м}$$

$$mg \sin \alpha = 10 \cdot 0,6 \text{ м} = 6 \text{ м} > 4 \text{ м} \Rightarrow \text{замедление и максимальная скорость будет отрицательной}$$

$$\Rightarrow \ddot{x}_1 = 0 \rightarrow \ddot{x}_2 = -g \sin \alpha + g \mu \cos \alpha \Rightarrow \ddot{x}_2 = -g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$\ddot{x}_2 = -a = a - g T_3 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow T_3 = \frac{2a}{g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$L = |\Delta x_1| - |\Delta x_2| \neq |\Delta x_1| = \frac{V_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow x_2 = x_1(T_1) + at - \frac{g}{2} t^2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$x_1(t) = V_0 t - \frac{g}{2} t^2 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

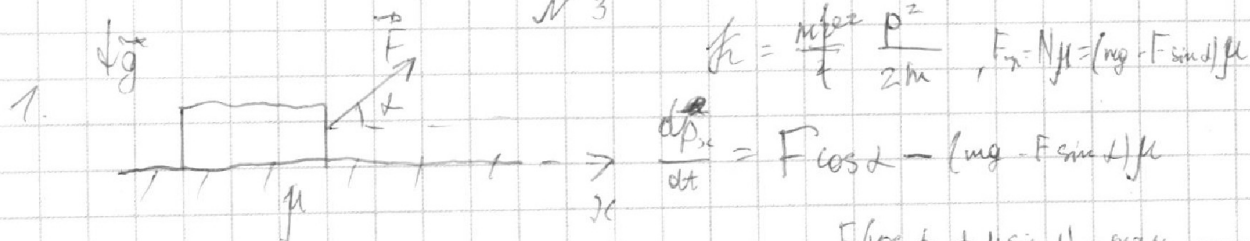
$$\Rightarrow x_1(T_1) = x_1 \left(\frac{V_0 - a}{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} \right) = V_0 \frac{V_0 - a}{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - \frac{g}{2} \frac{(V_0 - a)^2}{g^2 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)^2} =$$

$$= \frac{2V_0(V_0 - a) - (V_0 - a)^2}{2g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{2V_0^2 - 2aV_0 + V_0^2 - 2aV_0 + a^2}{2g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{V_0^2 - 2aV_0 + a^2}{2g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$\Rightarrow x_2(T_3) = \frac{V_0^2 - a^2}{2g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{2a^2}{g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} - \frac{g}{2} \frac{2a^2}{g^2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)^2} =$$

$$= \frac{V_0^2 - a^2}{2g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = L = \frac{36^2 - 1}{20 \cdot 7} = \frac{35}{20} = \frac{7}{4} = 1,75 \text{ (м)}$$

N 3



$$\Rightarrow p = (F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg \mu) t_1, \quad a_1 = \frac{F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg \mu}{m}$$

$$= \frac{p^2}{2m (F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg \mu)} = \Rightarrow l = \frac{p^2}{2 \frac{F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg \mu}{m}} =$$

$$= \frac{p^2}{2 (F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg \mu)}$$

$$l = \frac{p^2}{2 \cdot \frac{F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg \mu}{m}} = \frac{p^2}{2 (F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg \mu)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$F - mg\mu = F\cos\alpha + F\mu\sin\alpha - mg\mu \Rightarrow 1 = \cos\alpha + \mu\sin\alpha$$

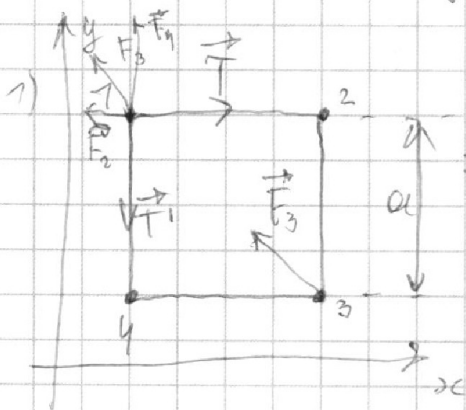
$$\Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$$

2) ~~$K = A_{\text{упр}} = mg$~~ Правильнее выраж: $K = A_{\text{упр}} = (mg - F\sin\alpha)\mu S$

$$\Rightarrow S = \frac{K}{(mg - F\sin\alpha)} \cdot \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}$$

то же

2) $K = A_{\text{упр}} = mg\mu S \Rightarrow S = \frac{K}{mg\mu} = \frac{K}{mg} \cdot \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}$



$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\vec{T} + \vec{T}' + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$$

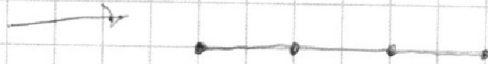
$$\text{по } y: T' = F_4 + F_3 \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$= k \frac{|q|^2}{a^2} + k \frac{|q|^2}{2a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{k|q|^2}{a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) =$$

$$\text{или: } T = F_2 + F_3 \frac{1}{\sqrt{2}} = k \frac{|q|^2}{a^2} = T \Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{a^2 T}{k \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}} =$$

$$= a \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}} = 2a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}}$$

2)



$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{12}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\vec{F}_n = \frac{kq^2}{r}$$

по принципу суперпозиции:

$$\text{Условно: } E_n = \frac{2Kq^2}{a} + \frac{Kq^2}{\sqrt{2}a} = \frac{Kq^2}{a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow E = \frac{4Kq^2}{a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

после в числитель, когда они на одной прямой:

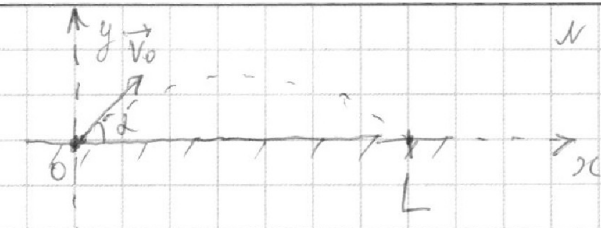
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 1

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$L = 20 \text{ м}$$

$$1) L = V_0 \cos \alpha \cdot t = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{1}} = 10\sqrt{2} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$



$$h_{\max} = H = 3,6 \text{ м}$$

$$h = V_0 \sin B \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$t = \frac{S}{V_0 \cos B}$$

$$\Rightarrow h(B) = V_0 \sin B \cdot \frac{S}{V_0 \cos B} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{V_0^2 \cos^2 B} = S \tan B - \frac{gS^2}{2V_0^2 \cos^2 B}$$

$$\frac{dh(B)}{dB} = \frac{S}{\cos^2 B} - \frac{gS^2}{2V_0^2} \cdot \left(-2 \cdot \frac{1}{\cos^3 B}\right)$$

$$= S \tan B - \frac{gS^2}{2V_0^2} \cdot \frac{2}{1 + \cos(2B)} = S \tan B - \frac{gS^2}{V_0^2 (1 + \cos(2B))}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dB} h(B) = \frac{S}{\cos^2 B} - \frac{gS^2}{V_0^2} \cdot \left(-\frac{2 \sin(2B)}{(1 + \cos(2B))^2}\right) = \frac{S}{\cos^2 B} - \frac{2gS^2 \sin(2B)}{V_0^2 (1 + \cos(2B))^2} = 0$$

$$\Rightarrow S = \frac{2gS^2 \sin(2B)}{V_0^2 (1 + \cos(2B))^2} \cdot \frac{1 + \cos(2B)}{2} = \frac{gS^2}{V_0^2} \frac{\sin(2B)}{1 + \cos(2B)}$$

$$\Rightarrow \frac{gS}{V_0^2} = \frac{1 + \cos(2B)}{\sin(2B)} \xrightarrow{k = \frac{gS}{V_0^2}} k \sin(2B) = 1 + \cos(2B)$$

$$\Rightarrow 2k \sin B \cos B = 1 + 2 \cos^2 B - 1 \Rightarrow \cos^2 B - k \sin B \cos B = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos B = 0$$

$$\Rightarrow H = S \cdot \frac{V_0^2}{gS}$$

$$2) \cos B = k \sin B$$

$$\Rightarrow \tan B = \frac{1}{k} = \frac{V_0^2}{gS} \Rightarrow \frac{1 + \cos^2 B}{\cos^2 B} = \frac{V_0^4}{g^2 S^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 B} - 1 = \frac{V_0^4}{g^2 S^2}$$

$$\Rightarrow \cos^2 B = \frac{1}{1 + \frac{V_0^4}{g^2 S^2}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos^2 \beta = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{g^2 S^2}} = \frac{g^2 S^2}{g^2 S^2 + V_0^2}$$

$$\Rightarrow H = S \cdot \frac{V_0^2}{g S^2} - \frac{g S^2}{2 V_0^2 \cdot \frac{g^2 S^2}{g^2 S^2 + V_0^2}} = \frac{V_0^2}{g} - \frac{g S^2 (g^2 S^2 + V_0^2)}{2 V_0^2 \cdot g^2 S^2} =$$

$$= \frac{V_0^2}{g} - \frac{g^2 S^2 + V_0^2}{2 V_0^2 g} = \frac{V_0^2}{g} - \frac{\frac{g^2 S^2}{V_0^2} + \frac{V_0^2}{g}}{2}$$

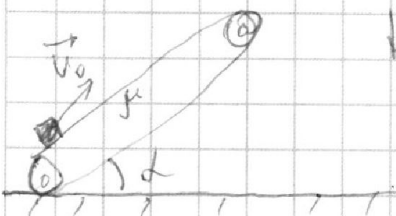
$$\Rightarrow 2H - 2 \frac{V_0^2}{g} = - \frac{g S^2}{V_0^2} - \frac{V_0^2}{g}$$

$$\frac{V_0^2}{g} - 2H = 2H - \frac{2V_0^2}{g} + \frac{V_0^2}{g} = - \frac{g S^2}{V_0^2} \Rightarrow 2H - \frac{V_0^2}{g} = \frac{g S^2}{V_0^2}$$

$$\Rightarrow S^2 = \frac{V_0^4}{g^2} - \frac{2H V_0^2}{g} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2} - \frac{2H V_0^2}{g}} = \mu + \mu = \frac{1}{\mu} \cdot \mu^2$$

$$= V_0 \sqrt{\frac{V_0^2 - 2gH}{g^2}} = \frac{V_0}{g} \sqrt{V_0^2 - 2gH}$$

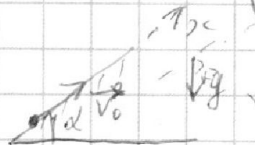
$$= \frac{20\sqrt{2}}{10} \sqrt{100 \cdot 2 - 2 \cdot 10 \cdot 3,6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 \cdot 64} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ (m)}$$



$$S: \ddot{x} = V_0 - g t \sin \alpha$$

перемещение будет равно нулю

$$\Rightarrow x = V_0 t - \frac{g t^2 \sin \alpha}{2}$$



$$= 6 \cdot 1 - 5 \cdot 1^2 \cdot 0,6 =$$

$$= 3 \text{ (m)}$$

$$x(T) = \frac{V_0^2}{2} - \frac{g T^2}{2} \sin \alpha =$$

$$2) \text{ in } \ddot{x} = -mg \sin \alpha - mg \cos \alpha \mu \Rightarrow \ddot{x} = -g \sin \alpha - g \mu \cos \alpha = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow \dot{x} = V_0 - g t (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 0$$

$$\text{т.к. } \dot{x}(T_1) = 0 = V_0 - g T_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \Rightarrow T_1 = \frac{V_0 - 0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} =$$

$$= \frac{5}{10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{1}{2 \cdot 1} = 0,5 \text{ (с)}$$

3) Показаны значения максимальной и минимальной скорости танка и составляющих силы трения, направленной вдоль линии траектории.