



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Реш. Т.к. мы хотим сделать abc минимальным,
то кресты 2 и 7 в разложениях a, b, c
никаких других множителей брать не будем.

Пусть $a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1}$; $b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2}$; $c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3}$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in \mathbb{Z}$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \geq 0$

$ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 14 \\ \beta_1 + \beta_2 \geq 10 \end{cases} \quad \& \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 17 \end{cases}$

$ac : 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_3 \geq 20 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 37 \end{cases}$

$\{abc = 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \Rightarrow \begin{aligned} &\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \rightarrow \min \\ &\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \rightarrow \min \end{aligned}$

$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 14 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &2\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 \geq 51, \text{ а т.к. } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{Z}, \\ &\text{то } \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 26 \end{aligned} \quad (\text{оценка})$

Возьмем $\alpha_1 = 8$; $\alpha_2 = 6$; $\alpha_3 = 12$ $\begin{cases} 14 \geq 14 \\ 18 \geq 17 \\ 20 \geq 20 \end{cases}$ Удовлетворяет (пример)

$\beta_1 + \beta_3 \geq 37 \Rightarrow \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 37 \quad (\text{оценка})$

Пусть $\beta_1 = 14$; $\beta_2 = 0$; $\beta_3 = 23$

$\beta_1 + \beta_2 = 14 \geq 10$; $\beta_2 + \beta_3 = 23 \geq 17$; $\beta_1 + \beta_3 = 37 \geq 37$.
Удовлетворяет (пример)

$\Rightarrow abc_{\min} = 2^{26} \cdot 7^{37} = \underbrace{(2^8 \cdot 7^{14})}_a \cdot \underbrace{(2^6 \cdot 7^0)}_b \cdot \underbrace{(2^{12} \cdot 7^{23})}_c$

Ответ: $abc_{\min} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{2}$.

$$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab},$$

$$(a, b) \text{ ~~не~~ НОД}(a, b)$$

означает

Т.к. $\frac{a}{b}$ - несократима, то $(a, b) = 1$, но тогда
и $(a+b, b) = 1$, $(a+b, a) = 1$. (согласно по алгоритму Евклида)

Но тогда и $(a+b, ab) = 1$,
т.к. $a+b$ не имеет общих прост. множит.
ни с b , ни с a .

Пусть $a+b = mk$.

Если мы можем сократить $\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ на m ,
то a и b , и ab . : m

Пусть $a+b = mk$.

$$\frac{mk}{m^2k^2-8ab}$$

$$\# (mk): m$$

$$(m^2k^2-8ab): m$$

(если можем
сократить)

$$\Rightarrow 8ab: m \text{ т.к. } m^2k^2: m$$

$$8ab: m, (a+b): m, \text{ но } (ab, a+b) = 1 \Rightarrow 8: m$$

$$m = 1, 2, 4 \text{ или } 8 \Rightarrow m_{\max} = 8 \text{ (оценка)}$$

Пусть $a=4; b=4$.

$$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2} = \frac{8}{16-96+16} = \frac{8}{8(2-12+2)} = \frac{8}{8 \cdot (-8)} \leftarrow \text{можно сократить}$$

Пусть $a=1; b=7$. ~~(1,7)~~ $(1,7) = 1$ - подходит.

$$\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab} = \frac{1+7}{(1+7)^2-8 \cdot 1 \cdot 7} = \frac{8}{8^2-8 \cdot 7} = \frac{8}{8(8-7)} = \frac{8}{8} \leftarrow \text{можно сократить на 8}$$

(пример)

Ответ: при $m=8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

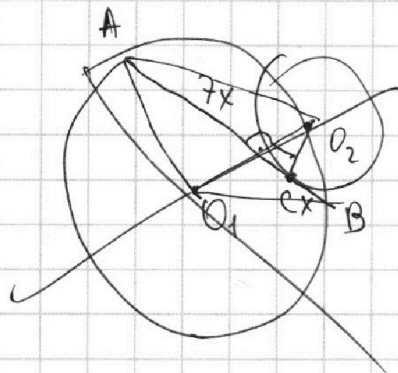
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

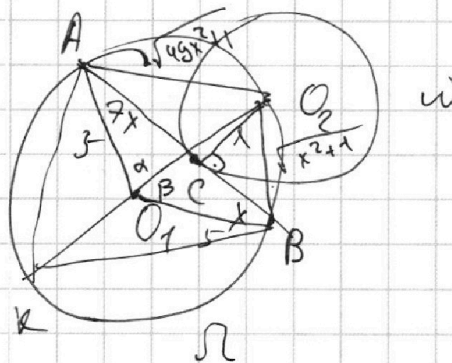
МФТИ



ω_3



Найти: AB



Решение:

- 1) Д.п.: отрезки $O_1A, O_1B, O_2C, AO_2, O_2B$.
- 2) O_2C - радиус к точке касания $\Rightarrow O_2C \perp AB$.
- 3) по тг Пифагора: в $\triangle AO_2C$: $O_2A = \sqrt{49x^2 + 1}$
в $\triangle BO_2C$: $O_2B = \sqrt{x^2 + 1}$.

- 4) Пусть $\angle O_2O_1A = \alpha$,
 $\angle O_2O_1B = \beta$.

- 5) По тг син гус Δ . Д.п.: $O_2O_1 \cap \Omega = K$.

По обобщ. тг син гус $\triangle AKO_2$: $\frac{KO_2}{\sin \angle AKO_2} = 2R = 10$.

$$\sin \angle AKO_2 = \frac{AO_2}{10} = \frac{\sqrt{49x^2 + 1}}{10}$$

Аналогично гус $\triangle O_2KB$: $\sin \angle O_2KB = \frac{O_2B}{10} = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{10}$

6)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Пусть $\sqrt{2x^2-5x+3} = a \geq 0$
 $\sqrt{2x^2+2x+1} = b \geq 0 \Rightarrow$ *линейная часть ур-ния:*
 $a-b$

Тогда $a^2 = 2x^2-5x+3$
 $b^2 = 2x^2+2x+1$

$$a^2 - b^2 = 2x^2-5x+3 - 2x^2-2x-1 = 2-7x$$

$$\Rightarrow a-b = a^2 - b^2$$

$$a-b = (a-b)(a+b)$$

$$(a-b) - (a-b)(a+b) = 0$$

$$(a-b)(1-a-b) = 0$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$$\begin{cases} a-b=0 \\ a+b-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=b \\ a+b=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1} \\ \sqrt{2x^2+2x+1} + \sqrt{2x^2-5x+3} = 1 \end{cases}$$

$$1) \sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1}$$

на ОДЗ: $2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1$

$$2-7x=0$$

$$7x=2; \boxed{x=\frac{2}{7}} \in \text{ОДЗ}, \text{ т.к. } \frac{2}{7} < 1,5$$

$$2) \sqrt{2x^2+2x+1} + \sqrt{2x^2-5x+3} = 1$$

$$2x^2+2x+1 + 2\sqrt{(2x^2+2x+1)(2x^2-5x+3)} - 2x^2-5x+3 = 1$$

$$2\sqrt{(2x^2+2x+1)(2x^2-5x+3)} = 1 - 4x^2 + 3x - 3 - 1$$

$$2\sqrt{(2x^2+2x+1)(2x^2-5x+3)} = -4x^2 + 3x - 3$$

$$\begin{cases} -4x^2 + 3x - 3 \geq 0; D = 9 - 48 = -39 < 0 \Rightarrow \text{Корней нет} \\ 4(2x^2+2x+1)(2x^2-5x+3) = (-4x^2+3x-3)^2 \end{cases}$$

Решений ~~нет~~ $x \in \emptyset \Rightarrow$ ~~корней нет~~
 $a+b=1$ нет.

Ответ: $x = \frac{2}{7}$

Ответ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \end{cases} \Rightarrow y = ax + 10b.$$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$

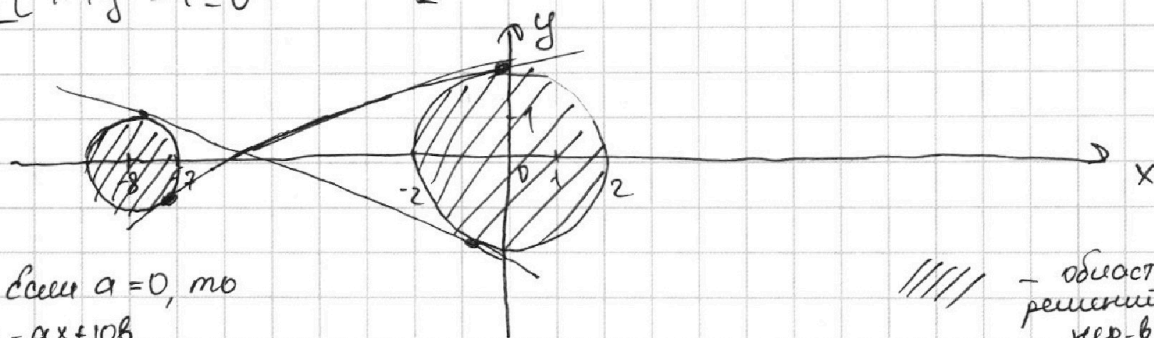
$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 4 \leq 0$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \leftarrow \text{внутри окр.} \\ x^2 + y^2 \geq 4 \leftarrow \text{за окр.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \leftarrow \text{за окр.} \\ x^2 + y^2 \leq 4 \leftarrow \text{внутри окр.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \leftarrow \text{за окр.} \\ x^2 + y^2 \leq 4 \leftarrow \text{внутри окр.} \end{cases}$$



Если $a = 0$, то

$$y = ax + 10b$$

$y = 10b$ — горизонт. прямая,

имеет с окр. или 0, или 1, или бескон. много общих точек (в случае касания)

Если нам нужно 2 решения, то она должна касаться обеих окр., что невозможно

Если $a \neq 0$, то $y = ax + 10b$ — наклонная прямая. Аналогично имеет 0, или 1 (в случае касания), или бескон. много общих точек с кругами.

Нужно 2 общие точки $\Rightarrow 2 = 1 + 1$ — должна касаться обеих окр.

Если прямая касается окр., то подставив $y = ax + 10b$ в уравнение окр., должны получить один корень (т.е. $D = 0$)

Нужно найти такие a , что найдется к нему такое b , что оба дискриминанта будут равны 0.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 (продолжение)

I $\begin{cases} y = ax + 10b \\ (x+b)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

$$(x+b)^2 + (ax+10b)^2 = 1$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$(a^2+1)x^2 + x(20ab+16) + 100b^2+63 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 4(a^2+1)(100b^2+63) = 0$$

$$100a^2b^2 + 160ab + 64 - (a^2+1)(100b^2+63) = 0$$

$$100a^2b^2 + 160ab + 64 - 100a^2b^2 - 63a^2 - 100b^2 - 63 = 0$$

$$-63a^2 - 100b^2 + 160ab - 63 = 0$$

$$D = (160a)^2 - 4 \cdot (-100) \cdot (-63a^2+1) \geq 0$$

$$25600a^2 - 25200a^2 + 400 \geq 0$$

25600

$$100a^2 - 4 \cdot (-100) \cdot (-63a^2+1) \geq 0$$

$$100a^2 - 25200a^2 + 400 \geq 0$$

$$1600a^2 - 1575a^2 - 25 \geq 0$$

$$25a^2 \geq 25$$

$$a^2 \geq 1$$

$$a \in [-1, 1], \text{ но } a \neq 0$$

$$a \in [-1, 0) \cup (0, 1]$$

$$a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

II $\begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$

$$x^2 + (ax+10b)^2 = 4$$

$$(a^2+1)x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 - 4(100b^2-4)(a^2+1) = 0$$

$$100a^2b^2 - (25b^2-1)(a^2+1) = 0$$

$$100a^2b^2 - 25a^2b^2 - (25b^2-1)(a^2+1) = 0$$

$$75a^2b^2 - (25b^2-1)(a^2+1) = 0$$

$$75a^2b^2 - 25b^2a^2 - 25b^2 - a^2 - 1 = 0$$

$$50a^2b^2 - 25b^2 - a^2 - 1 = 0$$

$$25b^2 = a^2 + 1$$

$$b^2 = \frac{a^2+1}{25}$$

Найдется b , удовлетворяющее
и еще условию, только если

$$a^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow a \in [-1, 1]$$

$$\text{Но так как } a \neq 0, \text{ то } a \in [-1, 0) \cup (0, 1]$$

$$a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$a \in [-1, 0) \cup (0, 1] \quad \begin{cases} a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \\ a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \end{cases}$$

$$a \in [-1, 0) \cup (0, 1] \quad \begin{cases} a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \\ a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \end{cases}$$

$$a \in [-1, 0) \cup (0, 1] \quad a \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

Осталось понять, при каких
и вторую уравнений
Реша этого подставим
Если в из этого ур-ния
ур-ния, то все ур-ния обратятся в тожд.

используя в первом
уравнении $b^2 = \frac{a^2+1}{25}$, $b = \pm \sqrt{\frac{a^2+1}{25}} = \pm \frac{\sqrt{a^2+1}}{5}$ в I ур-ии.



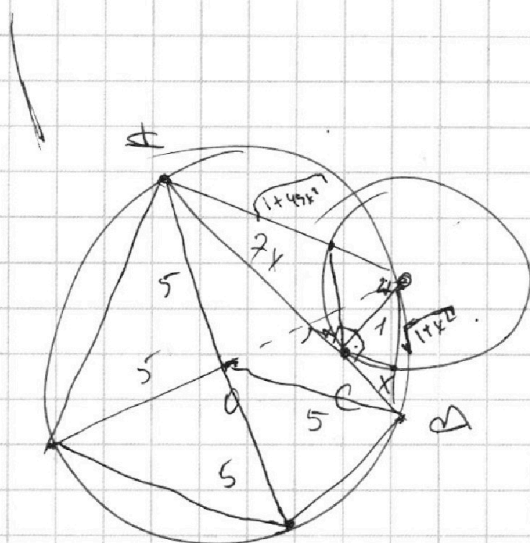
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

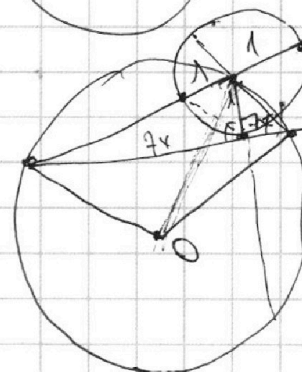
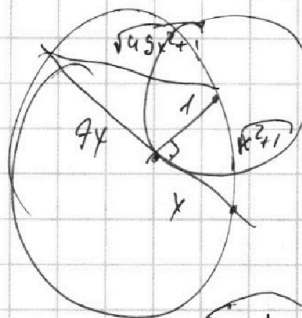
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2 \cdot 50x^2 -$$



$$(\sqrt{49x^2 + 1} - 1)$$

$$7x^2 = 1 \cdot 7x^2$$

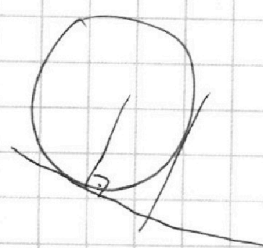
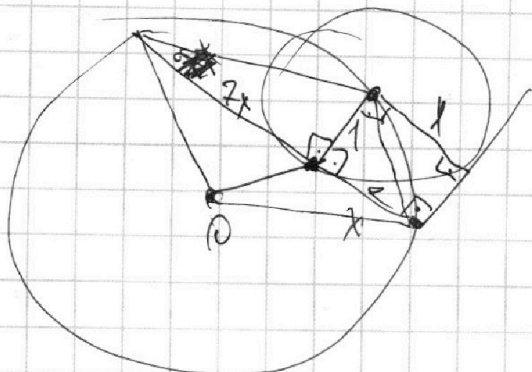
$$49x^4 + 49x^2$$

$$49x^4 + x^2$$

$$50 - 14x^2 \cos \alpha$$

$$49x^4 + 49x^2 + 49x^4 + x^2 - 2 \cdot 7x \cdot \sqrt{1+x^2} \cdot x \sqrt{49x^2 + 1}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha - 1$$
$$\cos^2 \alpha =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Проверит
на абзр.ур

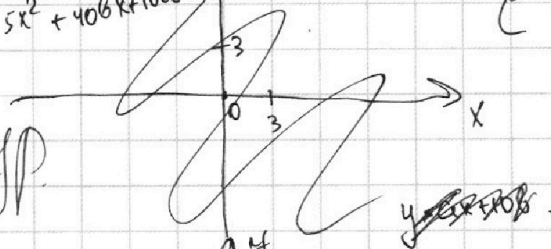
$$y = 2x + 10b$$

$$x^2 + 4x^2 + 40bx + 100b^2 = 4$$

$$5x^2 + 40bx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

$$1600b - 2000b^2 + 80 = a^2 - 25b^2 + 1 = 0$$



$$25b^2 - 1$$

$$25b^2 = a^2 - 1$$

$$b^2 = \frac{a^2 - 1}{25}$$

$$a^2 \geq 1$$

$$-4(a^2 - 1) + 16a\sqrt{a^2 - 1} - 63a^2 + 1 = 0$$

$$-67a^2 + 32a\sqrt{a^2 - 1} + 5 = 0$$

$$\sqrt{a^2 - 1} = t$$

$$t^2 + 1 = a^2 \quad a = \sqrt{t^2 + 1}$$

$$-67(t^2 + 1) + \sqrt{t^2 + 1} \cdot t + 5 = 0$$

$$-252a^2 + 640ab + 4 - 400b^2 = 0$$

$$63a^2 - 160a\sqrt{\frac{a^2 - 1}{25}} - 1 + 4a^2 - 4 = 0$$

$$67a^2 - 32a\sqrt{a^2 - 1} - 5 = 0$$

$$67a^2 = 32a\sqrt{a^2 - 1} + 5$$

$$32a\sqrt{a^2 - 1} + 5 \geq 0$$

$$32a\sqrt{a^2 - 1} = 67a^2 - 5$$

$$32^2 a^2 (a^2 - 1) = 67^2 a^4 - 670a^2 + 25$$

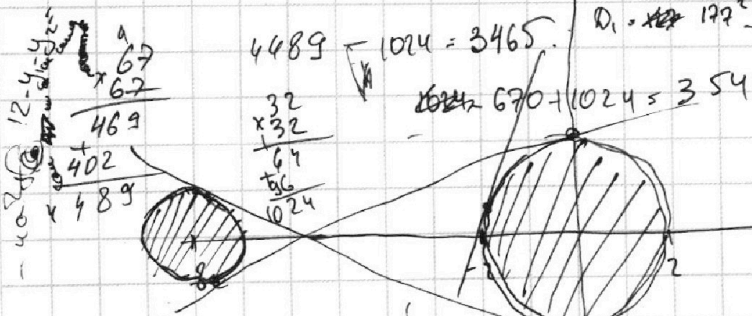
$$32^2 a^4 - 32^2 a^2 = 3465a^4 + 354a^2 + 25$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 + (ax + 10b)^2 = 4$$

$$(a^2 + 1)x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 0$$



$$(x+10b/a)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$\frac{63}{252}$$

$$y = ax + 10b$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1 = 0$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (20ab + 16)x + 100b^2 + 63 = 0$$

$$D_1 = 400a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(100b^2 - 4)$$

$$D_2 = 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 4(a^2 + 1)(100b^2 + 63)$$

$$D_1 = 400a^2b^2 - 4(100a^2b^2 - 4a^2 + 100b^2 - 4) = 16a^2 - 400b^2 + 16$$

$$D_2 = 640ab + 256 - 4(252a^2 - 400b^2 - 252 + 640ab + 4 - 400b^2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2-4ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$(a;b) = 1$$

$$(a+b; ab) \neq K$$

$$(a+b; ab) = (a+b; ab)$$

$$a(1-b) + b(1-a) + a$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(135^\circ) = \cos(90^\circ+45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

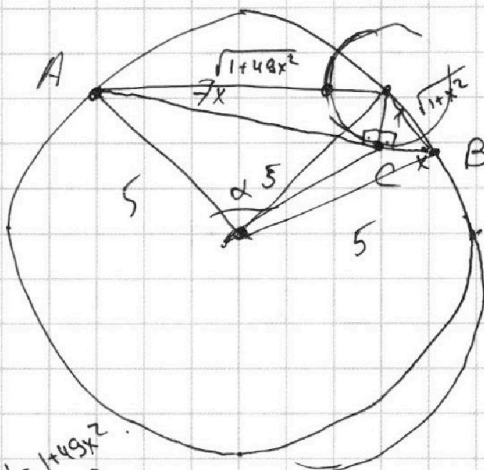
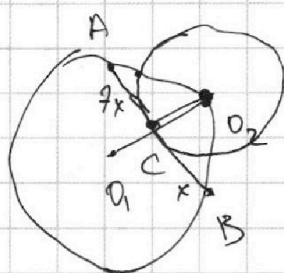
$$a+b = mK$$

$$\frac{mK}{m^2K^2-8ab}$$

$$8ab : m$$

$$ab : m$$

$$8 : m$$



$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$4x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 4x^3 - 10x^2 + 6x + 2 - 5x + 3 = 4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$50 - 50\cos\beta = 1 + x^2$$

$$50\cos\beta = 49 - x^2$$

$$\cos\beta = \frac{49}{50} - \frac{x^2}{50} = \frac{49}{50} - \frac{1}{50}x^2$$

$$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{49}{50} + 2 \cdot \frac{49}{50}x^2 - \frac{1}{50}x^4}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{49}{50} + \frac{49}{25}x^2 - \frac{1}{50}x^4} = \sqrt{1 - \left(\frac{49}{50} - \frac{1}{50}x^2\right)^2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} ab &: 2^{14} 7^{10} \\ bc &: 2^{17} 7^{17} \\ ac &: 2^{20} 7^{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^{\alpha_1} 7^{\beta_1} \\ b &= 2^{\alpha_2} 7^{\beta_2} \\ c &= 2^{\alpha_3} 7^{\beta_3} \end{aligned}$$

$$ac = 2^{20} 7^{37} K$$

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 14 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \geq 10 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 17 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 37 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2\beta_1 + 2\beta_2 + 2\beta_3 &\geq 64 \\ \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 &\geq 32 \end{aligned}$$

$$2\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 \geq 51$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 26$$

$$\begin{cases} \beta_3 - \beta_1 \geq 7 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 37 \end{cases}$$

$$2\beta_3 \geq 44$$

$$\beta_3 \geq 22$$

$$\beta_1 - \beta_2 \geq 20$$

$$abc_{\min} = 2^{26} 7^{32}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^{10} \\ b &= 2^{10} 6 \\ c &= 2^{10} 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^{20} \\ b &= 2^{17} \\ c &= 2^{17} \end{aligned}$$

$$a = 2$$

$$2^{26}$$

$$\begin{aligned} c &= 2^{12} \\ a &= 2^8 \\ b &= 2^6 \end{aligned}$$

$$w_4$$

$$\sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 3}{a}} - \sqrt{\frac{2x^2 + 2x + 1}{b}} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{\frac{a}{a}} - \sqrt{\frac{b}{b}} = a - b$$

$$a - 2ab + b = 2a^2 - 2ab + b^2$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$(a - b)(a + b) = (a - b)$$

$$\frac{(\sqrt{49x^2 + 1} - 1)(\sqrt{49x^2 + 1} + 1)}{49x^2}$$

