



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



✓ 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$ab : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} ; bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$$

$$(abc)^2 : 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$$

Т.к. $(abc)^2$ — точный
множитель

кв., то все множители должны быть в
четных степенях $\Rightarrow (abc)^2 : 2^{42} \cdot 3^{42} \cdot 5^{54}$,

отсюда $abc : 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$, но т.к. $ac : 5^{30}$,

то abc тоже должен делиться на 5^{30} ,

получается $abc : 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30} \Rightarrow abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

↑
оценка

Пример:
$$\begin{cases} a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{15} \\ b = 2^2 \cdot 3^3 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{15} \end{cases}$$

Ответ: $abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

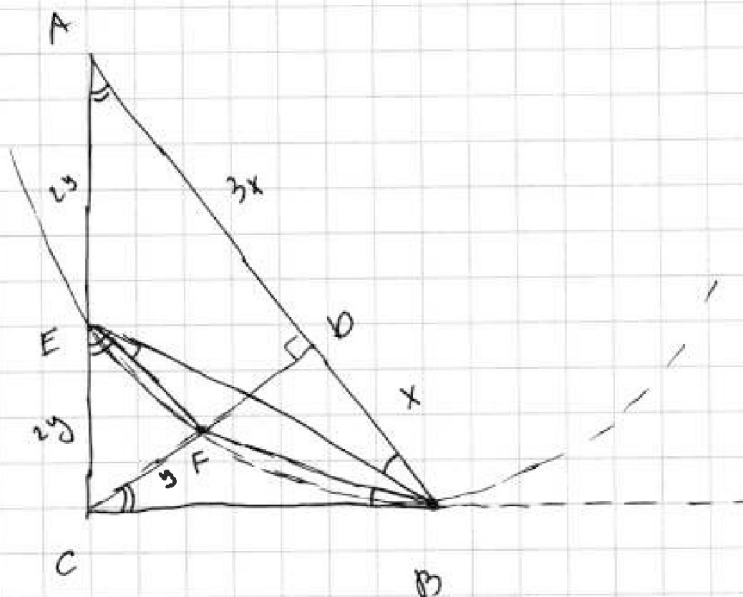
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!



- 1) Пусть $BD = x$, тогда $AD = 3x$, откуда
 $CD^2 = AD \cdot DB$ (высота в прямоуг. тр.)
 $CD = \sqrt{3}x$

- 2) По т. Пифагора в $\triangle CDB$: $CD^2 + DB^2 = CB^2$
 $CB = 2x$

- По т. Пифагора в $\triangle ACB$: $AC^2 + CB^2 = AB^2$
 $AC = 2\sqrt{3}x$

- 3) Пусть $S_{CDB} = S$, тогда $S_{ACD} = 3S$,
 $S_{ABC} = 4S$

- 4) $\angle FBC = \angle FEB$ (по св-ву касательной
 и хорды) $\angle FEB = \angle EBA$ (так как $BE \perp AB$ по
 ст. 1.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$EF \parallel AB$ и сек EB

5) $\angle BCB = \angle CAD = \alpha$ (по св-ву высоты прямоугол.)

6) $\triangle BEA \sim \triangle BFC$ (по двум углам)

1) $\angle BCB = \angle CAD$ 2) $\angle FBC = \angle EBA$

$$\frac{AE}{CF} = \frac{AB}{CB} = \frac{4x}{2x} = 2$$

Пусть $AE = 2y$, тогда $CF = y$

7) Из $\triangle ABC$: $\sin \angle CAD = \frac{CB}{AB} = \frac{1}{2} = \sin \alpha$

8) В прямоугол. $\triangle ECF$ ($\angle EFC = \angle ADC = 90^\circ$,
т.к. $EF \parallel AB$) $\sin \angle CEF = \angle CAD$ - так

соответ $EF \parallel AB$ и сек $EA \Rightarrow$

$$\sin \angle CAD = \sin \angle CEF = \frac{CF}{CE} \text{ (из } \triangle ECF) = \frac{1}{2}$$

$$\text{Отсюда } CE = 2CF = 2y$$

9) $\triangle CEF \sim \triangle CAD$ (т.к. $EF \parallel AB$ и оба соответ угла равны)

$$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle CAD}} = k^2 = \left(\frac{CE}{CA}\right)^2 = \left(\frac{2y}{4y}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$S_{\triangle CEF} = \frac{1}{4} S_{\triangle CAD} = \frac{1}{4} \cdot 3S = \frac{3}{4} S$$

$$10) \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{4S}{\frac{3}{4}S} = \frac{16}{3}$$

Ответ: $\frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$\uparrow$ в инт. оп.

$$\sin(\arcsin(\cos x)) = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)\right)$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right) + 2\pi k \\ x = -\frac{\pi}{2} + \left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right) + 2\pi n \end{cases}, k, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \frac{5}{3}\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi n, k, n \in \mathbb{Z}$$

Отсюда с учетом оп. $x = \frac{\pi}{3}, 2\pi, -\frac{4\pi}{3}, -3\pi, -\frac{\pi}{2}$; проверкой убеждаемся, что это решения.

1) $5 \arcsin(\cos \frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ - верно

2) $5 \arcsin(\cos 2\pi) = 2\pi + \frac{\pi}{2}$

$\frac{5\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$ - верно

3) $5 \arcsin(\cos -\frac{4\pi}{3}) = -\frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$

$-\frac{5\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6}$ - верно

4) $5 \arcsin(\cos -\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$

$0 = 0$ - верно

5) $5 \arcsin(\cos -3\pi) = -3\pi + \frac{\pi}{2}$

$-\frac{5\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$ - верно

Ответ: $x = -\frac{4\pi}{3}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, 2\pi, -3\pi$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 & (4) \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 & (3) \end{cases}$$

В):

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

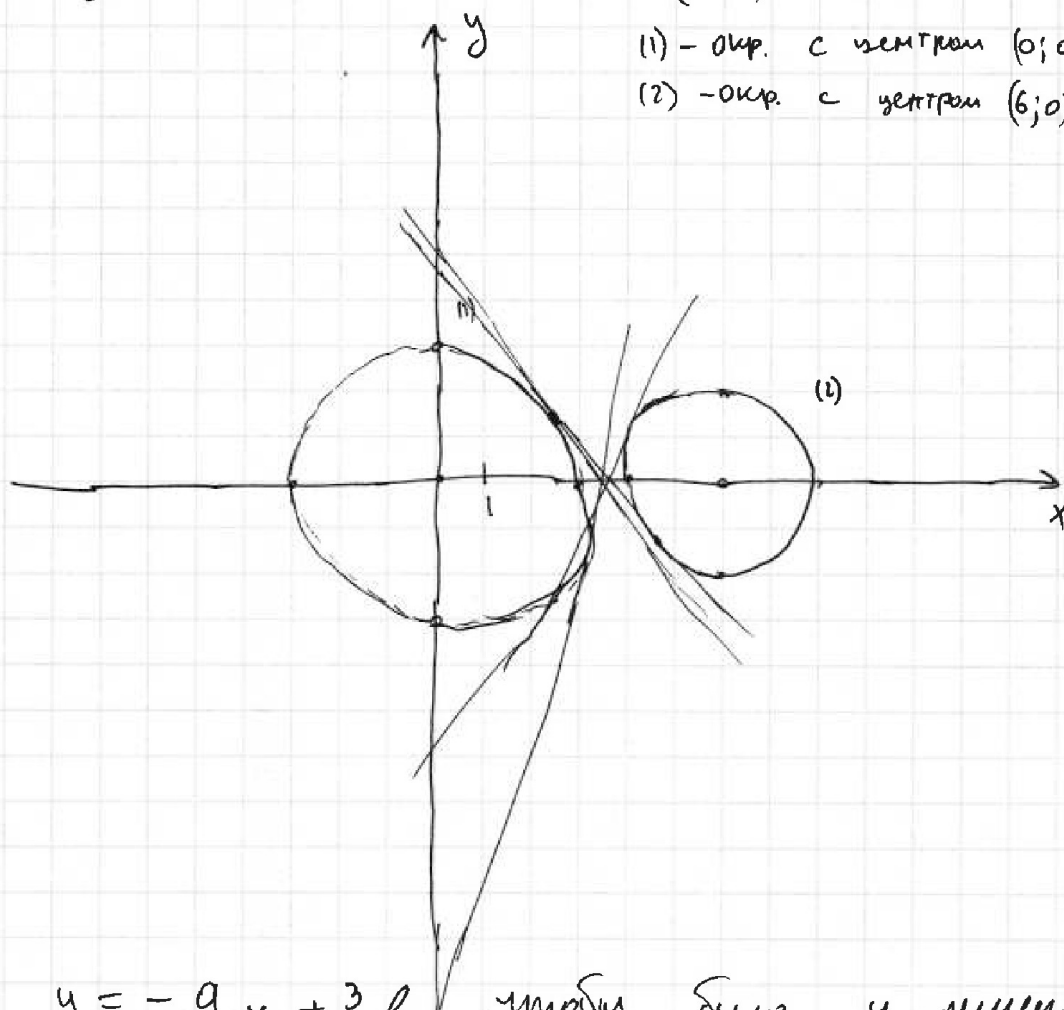
$$\begin{cases} x^2 - 12x + y^2 = -32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3^2 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-6)^2 + y^2 = 2^2 & (2) \end{cases}$$

(1) - окр. с центром $(0; 0)$, $r=3$

(2) - окр. с центром $(6; 0)$, $r=2$



(4): $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b$, чтобы было и решение
эта прямая должна пересекать каждую окр.
в двух точках.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

1 см. $a = 0$, тогда при $b = 0$ - 4 решения

2 см. $a > 0$, ~~чтобы мы не имели~~

В ответе за свитением прямой Веркс
Визу. Будем изобразим прямую до
касания с (1) оуп, если до этого
не было касания где было 4 решения
и сейчас прямая касается (2) оуп
или не имеет ~~никакого~~ пересечения, но
для этого a не может быть.

3 см. $a < 0$ Аналогично второму случаю,
только касание с оуп (2).

На рисунке эти случаи. Для двух сл.

параметры a которые не подходят,
затронули все остальные - ОК

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8 \\ \log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{(5y)^2} (3^4) - 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8 \\ \log_3^4 (5y) + \frac{2}{\log_3 5y} = \frac{11}{2 \log_3 5y} - 8 \end{cases} \quad \text{ОДЗ:} \quad \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x \neq \pm 1 \\ y \neq \pm \frac{1}{5} \end{cases}$$

Положим $\log_3 x = n$, $\log_3 5y = m$, тогда

$$xy = \frac{3^{n+m}}{5} \quad (n+m = \log_3 5xy \Rightarrow xy = \frac{3^{n+m}}{5})$$

$$\begin{cases} n^4 + \frac{6}{n} = \frac{5}{2n} - 8 \quad | \cdot 2n \neq 0 \\ m^4 + \frac{2}{m} = \frac{11}{2m} - 8 \quad | \cdot 2m \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n^5 + 12 = 5 - 16n \\ 2m^5 + 4 = 11 - 16m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n^5 + 16n + 7 = 0 & (1) \\ 2m^5 + 16m - 7 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n \overset{0}{\underset{0}{\downarrow}} (n^4 + 8) = -7 \\ 2m \overset{0}{\underset{0}{\downarrow}} (m^4 + 8) = 7 \end{cases}$$

$$(1) + (2): \quad n^5 + m^5 + 8n + 8m = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)(m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4 + 8) = 0$$

$$\begin{cases} m+n=0 \\ m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4 + 8 = 0 \end{cases}$$

Т.к. $m > 0$ $n < 0$, то $-m^3n > 0$ и $-mn^3 > 0$

$$\underbrace{m^4}_{>0} - \underbrace{m^3n}_{>0} + \underbrace{m^2n^2}_{>0} - \underbrace{mn^3}_{>0} + \underbrace{n^4}_{>0} + 8 > 0$$

По лемме $m-n=0$, значит $xy = \frac{3^0}{5} = \frac{1}{5}$

при $m=3$, $n=-3$

$$\log_3 5y = 3$$

$$5y = 27$$

$$y = \frac{27}{5}$$

$$\log_3 x = -3$$

$$x = \frac{1}{27}$$

— ур. 0D3.

$$\text{Ответ: } xy = \frac{1}{5}$$

* Т.к. $n^4 + 8 > 0$, а произв. с $2n < 0$,
то $n < 0$. Т.к. $m^4 + 8 > 0$ и произв.
с $2m > 0$, то $m > 0$

Ст. 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^3 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$14 + 9 + 19 = 28 + 14 =$$

$$(abc)^2 : 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$$

$$= 2^{42}$$

$$abc : 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{24}$$

$$x = p_1^{\alpha} \cdot p_2^{\beta} \quad 13 + 10 + 8 = 28 + 13 = 41$$

$$abc \geq 2^4 \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$y = p_1^{\beta} \cdot p_2^{\beta}$$

$$53$$

ac

$$xy = p_1^{\alpha} \cdot p_2^{\beta} = p_1^{\alpha} \cdot p_2^{\beta}$$

$$ac : (5^{30})$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{12} \cdot 5^{15}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^{15}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^{15}$$

$$a : 5$$

$$b : 3$$

$$ab : 15$$

$$a : 2 \quad b : 4$$

$$\frac{4}{5}x = -\frac{4\pi}{10} + 2\pi n$$

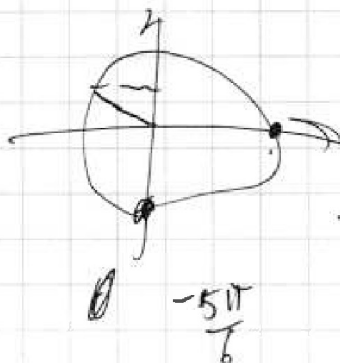
$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{10\pi n}{4} + \frac{5\pi n}{2}$$

$$-\frac{4\pi}{3} \quad -\frac{8\pi}{3} \quad \frac{4}{2}$$

$$\cos -\frac{4\pi}{3}$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$-8\pi + 3\pi$$



$$-\frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \alpha = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin 5\alpha = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$\arcsin \cos x = x$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq 5 \arcsin(\cos x) \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{x}{5} - \frac{\pi}{10} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} + 2\pi k$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{5} - \frac{\pi}{10} \right)$$

$$\frac{6x}{5} = \frac{4\pi}{10}$$

$$12x = 4\pi$$

$$x = \frac{1}{3}\pi = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{4x}{5} = -\frac{4\pi}{10}$$

$$5 \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{6} = \frac{5x}{6}$$

$$8x = -4\pi$$

$$x = -\frac{1}{2}\pi = -\frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{10}$$

$$-\frac{6x}{10}$$

$$\frac{4x}{10}$$

$$x = \frac{\sqrt{6}\pi}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10}$$

$$\frac{5x}{10}$$

$$\frac{6x}{5} = \frac{4\pi}{10} + 2\pi k$$

$$\frac{\pi}{3} + \frac{5}{3}\pi k \quad x = \frac{4\pi}{12} + \frac{10\pi k}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

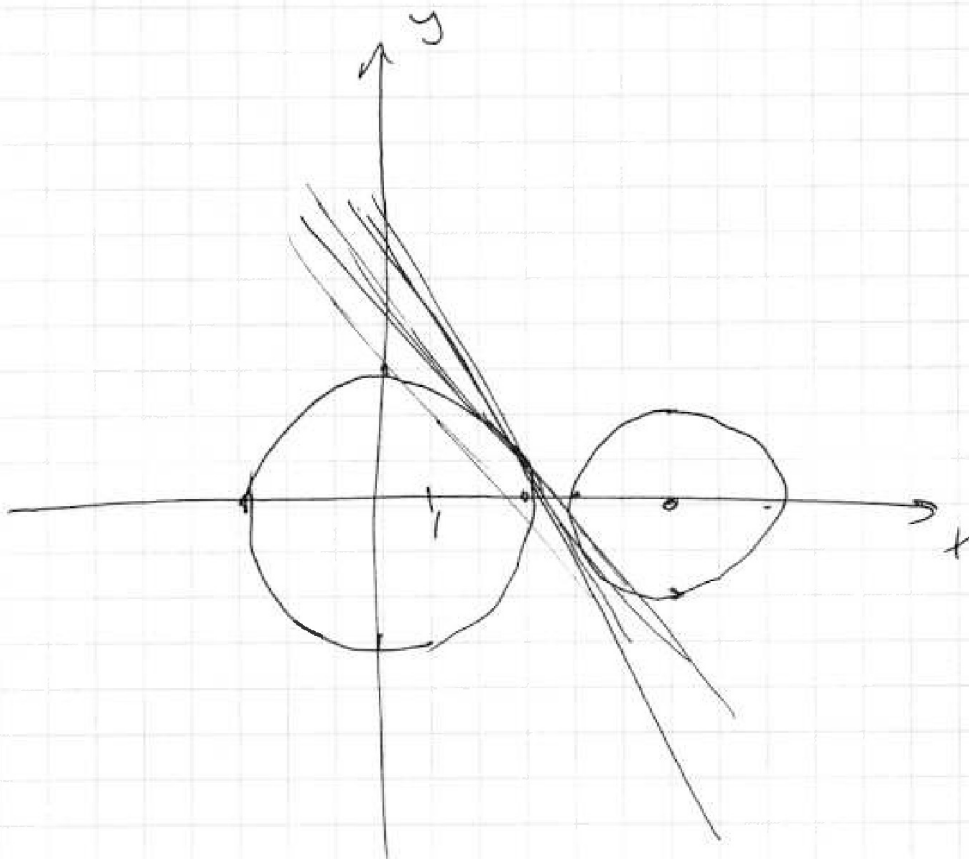


МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + 2y - 3b = 0$$
$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

Р.31





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$m^5 + n^5 = (m+n) (m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4)$$

$$m+n=0$$

$$= m^5 - m^4n + m^3n^2 - m^2n^3 + n^4m + m^4n - m^3n^2 + m^2n^3 - mn^4 + n^5$$

$$m^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + n^4 + 8 = 0$$

$$(m^4 + n^4) + 2m^2n^2 - mn(m^2 + n^2) + 8$$

$$m^2n^2 + (mn)^2 + mn + 8$$

$$(m^2 + n^2)mn \leq 8$$

$$mn(m^2 + n^2 + 2mn)$$

$$(m^2 + n^2)^2 + m^2n^2 \neq mn(m^2 + n^2)^2 + 8$$

$$(m-n)^2(m^2 + n^2 + mn) + m^2n^2 + 8$$

$$2m(m^4 + 8) = 7$$

$$m > 0$$

$$n < 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\frac{AD}{BD} = \frac{3}{1}$
 $\frac{S_{ADE}}{S_{DEF}} = ?$
 $\sqrt{8x^2 + 4x^2} = \sqrt{12}x$
 $8x^2 + 3x^2 = 12x^2$
 $2\sqrt{3}x$
 $AC = \sqrt{16x^2 + 5x^2} = \sqrt{21}x$
 $AB : AC = 16 : 5$
 $AB : AC = 16 : 5$
 $CE \cdot CA = 5x^2$
 $CE = \frac{5}{\sqrt{21}}x$
 $\frac{CE}{\sqrt{5}x} = \frac{EF}{2x}$
 $\frac{AD}{\sqrt{5}}$
 $5 \arcsin(4) = -$
 $\frac{5\pi}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{\frac{4}{2} \log_x 3 - 8}{\log_3 x}$$

$$x > 0$$

$$x \neq 1$$

$$x \neq 1$$

$$y = \pm \frac{1}{5}$$

$$t^4 + \frac{8}{t} + 8 = 0$$

$$t^5 + 8t + 8 = 0$$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{10\pi}{3}$$

$$- \frac{9\pi}{3}$$

$$2\pi \cdot 3$$

$$3^4$$

$$n = \log_3 5y$$

$$n+m = \log_3 5xy$$

$$\frac{3^{n+m}}{5} = xy$$

$$n^4 + \frac{2}{n} = \frac{11}{2n} - 8$$

$$n^4 - \frac{7}{2n} + 8 = 0$$

$$n^5 + 8n - \frac{1}{2} = 0$$

$$-\frac{5\pi}{10}$$

$$\frac{6\pi}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10}$$

$$-\frac{6\pi}{2}$$

$$\frac{4\pi}{2}$$

$$f(n) = x$$

$$-\frac{5\pi}{2}$$

$$t^5 + n^5 + 8(t+n) + \frac{1}{2} = 0$$

$$-\frac{5\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{10}$$

$$-\frac{6\pi}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10}$$

$$-2\pi$$

$$3\pi$$

$$-\frac{3\pi}{2}$$