



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

① Пусть $a = 2^x \cdot 7^y$, $\{x; y\} \in \mathbb{N}$

Тогда $c = 2^{20-x} \cdot 7^{34-y}$

$b = 2^{14-x} \cdot 7^{10-y}$

$cb = 2^{34-2x} \cdot 7^{44-2y}$

Мы знаем, что $cb : 2^{14} \cdot 7^{14}$

Тогда $\begin{cases} 34-2x \geq 14 \\ 44-2y \geq 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 8,5 \\ y \leq 15 \end{cases}$

$\begin{cases} 14-x \geq 0 \\ 10-y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 14 \\ y \leq 10 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-x \geq 0 \\ 34-y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 20 \\ y \leq 34 \end{cases}$

$\begin{cases} 34-2x \geq 0 \\ 44-2y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 17 \\ y \leq 22 \end{cases}$

$\begin{cases} 34-2x \geq 0 \\ 44-2y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 17 \\ y \leq 22 \end{cases}$

$\begin{cases} 34-2x \geq 0 \\ 44-2y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 17 \\ y \leq 22 \end{cases}$

$\begin{cases} 34-2x \geq 0 \\ 44-2y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 17 \\ y \leq 22 \end{cases}$

$abc = 2^{(x+20-x+14-x)} \cdot 7^{(y+34-y+10-y)}$

$abc = 2^{34-x} \cdot 7^{44-y}$ — значит $\Rightarrow \{x; y\} \in \text{max}$

max. x и y — $x=8$
 $y=10$

$abc = 2^{26} \cdot 7^{34}$

Ответ $2^{26} \cdot 7^{34}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(2) \quad \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} =$$

Пусть $x = a+b$
 $y = ab$

$$\frac{x}{x^2 - 8y}$$

$$\text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 8ab) = \max$$

Тогда $a+b : 8$ $\frac{a}{b} = \text{целое}$
 ~~$a+b : 8$~~

Есть такие пары. Подходят $a=1$
 $b=7$

$$\text{НОД}(1+7; (1+7)^2 - 8 \cdot 1 \cdot 7) = \text{НОД}(8; 64 - 56) = 8$$

След, максимальное $m=8$.

Ответ 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

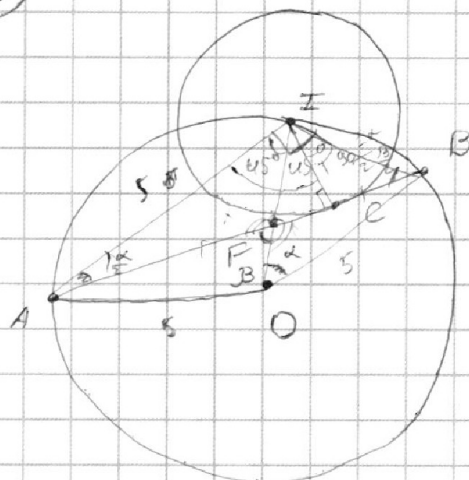
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3



1) $\angle AIB$

$\angle AIB$

$\angle AIB = \angle IOB$ (откр. мо. ~~одной дуги~~)

Пусть $\angle IOB = \alpha$
 $\angle IOA = \beta$

Тогда $\angle AIB = \alpha + \beta$
 $\alpha = \beta$

$\angle AIB = \frac{\alpha}{2}$
 $\angle IOB = \frac{\alpha}{2}$ (в 2 раза меньше α .)

2) $\angle AIB = \frac{1}{2} \angle AOB$ (откр. на одну дугу)

$B \in AIB$:

сумма углов 180°

$$180^\circ = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \alpha + \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$$

3) $\angle AIO = 45^\circ$ (т.к. откр. на радиус.)

$\angle OIB = 45^\circ$ (т.к. откр. на радиус.)

след., $\angle AIB = 90^\circ$

$AI = 5$

$\frac{IB}{AI} = \frac{BF}{FA}$ (т.к. $IF \perp AB$)

По т. Пифагора $AC = \sqrt{25 - 1} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

Тогда $BC = \frac{AC}{\sqrt{4} \cdot 8} = \frac{2\sqrt{6}}{4 \cdot 8} = \frac{\sqrt{6}}{16}$

Ответ $\frac{\sqrt{6}}{4}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(4) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

Заменим $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$, $a \geq 0$

$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$, $b \geq 0$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a^2 - a - b^2 + b = 0$$

$$D = 1 - 4(b - b^2) = 1 - 4b + 4b^2 = 4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$$

$$a = \frac{1 \pm (2b - 1)}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1 + 2b - 1}{2} \\ a = \frac{1 - 2b + 1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ a = 1 - b \end{cases}$$

Обр. заменим

$$1) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 2 = 0 \\ (x - 1)(x - \frac{3}{2}) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{4} \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

$$2) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-1 = 2\sqrt{2x^2+2x+1} \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

$$4x-1 = 2\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$4x-1 \geq 0$$

$$4x \geq 1$$

$$x \geq \frac{1}{4}$$

$$(4x-1)^2 = 4(2x^2+2x+1)$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$8x^2 - 16x - 3 = 0$$

$$D = 16^2 + 3 \cdot 8 = 256 + 24 = 280$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{280}}{16} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{16 + 2\sqrt{70}}{16} \\ x = \frac{16 - 2\sqrt{70}}{16} \\ x \geq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{16 + 2\sqrt{70}}{16}$$

Ответ: $\frac{2}{4}; \frac{16 + 2\sqrt{70}}{16}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

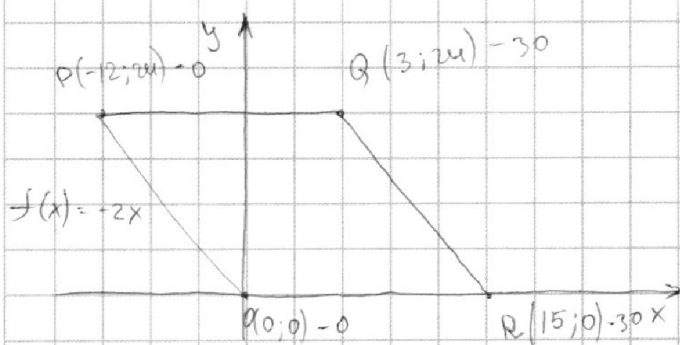
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

Пусть $f(P) = 2x + y$
Р-точка



$$\begin{aligned} f(P) &= 0 \\ f(O) &= 0 \\ f(R) &= 30 \\ f(Q) &= 30 \end{aligned}$$

Значения f увеличиваются на 2
с каждым шагом от Р к парал.

Вправо, т.е.:

	$P_0 O_0$	$P_1 O_1$	$P_2 O_2$	$P_3 O_3$	$P_4 O_4$
P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
$f(P_0)$	0	2	4	6	8
$f(P_5)$	12	14	16	18	20
$f(O_0)$	20	22	24	26	28
$f(O_4)$	28	30			

Все целые чис. точки на

$O_n P_n$ имеют $f(P) = 30 + 2 \cdot n$

Тогда для каждой точки O_n на
прямой $P_n O_n$ будет подходить
пара $P_n + O_{n+1}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной прямой лежит 13 целочисл.
точек. т.к. ур-ие прямой - $y = -2x$
то для каждого целого x , будет целое y .

След., каждая точка на прямой ~~и~~ имеет
13 подходящих для нее "друзей".

$13 \cdot 13 = 169$ пар точек $\circ$ на каждой
прямой. Всего прямых, подходящих
нам - 10 (от $P_0 O_0$ до $P_9 O_9$).

След., всего пар точек - $169 \cdot 10 = 1690$

Ответ 1690.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

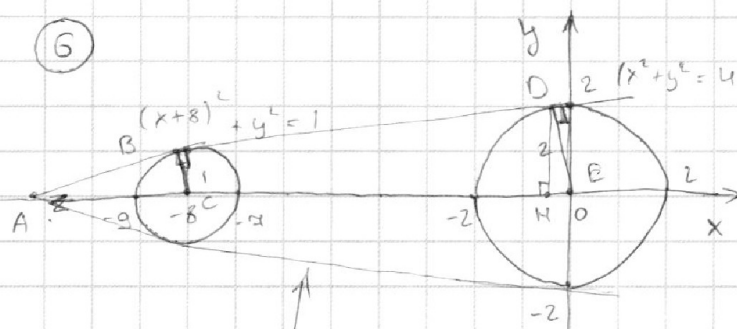
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

нам подходит все т.
внутри окр.

Нужные нам прямые - это касательные
к этим окр.

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ по двум угл.

След., $\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Пусть $AC = x \Rightarrow \frac{x}{8+x} = \frac{1}{2}$

$$8+x = 2x$$

$$x = 8$$

След., координ. т. A $\rightarrow (-16; 0)$

Найдем координ. т. D.

По т. Пифагора в $\triangle ADE$

$$AD = \sqrt{16^2 - 2^2} = \sqrt{252} = 2\sqrt{63}$$

DM - высота.

$$\frac{AD \cdot DE}{AE} = \frac{2\sqrt{63} \cdot 2}{16} = \frac{\sqrt{63}}{4}$$

По т. Пифагора в $\triangle ADH$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DM^2} = \sqrt{252 - \frac{63}{16}} = \sqrt{\frac{4032 - 63}{16}} = \sqrt{\frac{3969}{16}} = \frac{3969}{4}$$

$$-16 + \frac{63}{4} = -\frac{1}{4}$$

След., координ. D $(-\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{63}}{4})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Составим ур-ие прямой

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = -16k + b \\ \frac{\sqrt{63}}{4} = \left(\frac{3 + \sqrt{105}}{4} - 16 \right)k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 16k \\ k = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} \end{cases}$$

$$\sqrt{63} + (3 + \sqrt{105} - 64)k + 16k$$

$$\sqrt{63} = (\sqrt{105} - 61)k + 16k$$

$$\sqrt{63} = k\sqrt{105} - 45k$$

$$k = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45} = \frac{\sqrt{63}(\sqrt{105} + 45)}{105 - 45^2}$$

Или получаем 2 прямые

$$(1) y = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45}x + \frac{16\sqrt{63}}{\sqrt{105} - 45}$$

(это и есть эти 2 кас.)

$$(2) y = \frac{\sqrt{63}}{45 - \sqrt{105}}x + \frac{16\sqrt{63}}{45 - \sqrt{105}}$$

Подставим в наш параболу

$$y = ax + 10b$$

Составим ур-ие прямой

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = -16k + b \\ \frac{\sqrt{63}}{4} = -\frac{1}{4}k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 16k \\ k = -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{16\sqrt{63}}{63} \\ k = -\frac{\sqrt{63}}{63} \end{cases}$$

$$\sqrt{63} = -k + 64k \Rightarrow \sqrt{63} = 63k \Rightarrow k = -\frac{\sqrt{63}}{63}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Или получаем 2 решения:

$$(1) y = -\frac{\sqrt{63}}{63}x - \frac{16\sqrt{63}}{63}$$

(Это наши 2 рас.)

$$(2) y = \frac{\sqrt{63}}{63}x + \frac{16\sqrt{63}}{63}$$

Подставим в параметр.

$$ax + 10b = y$$

При $a = \frac{\sqrt{63}}{63}$

$$b = \frac{1,6\sqrt{63}}{63}$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$$

$$a = \frac{-\sqrt{63}}{63}$$

$$b = -\frac{1,6\sqrt{63}}{63}$$

Ответ $a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$()$ - mod

$$\text{mod} \neq a+b; a^2+b^2=1$$

$[1]$ - mod

$$\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab} \cdot \text{mod}(a; b)$$

$$\text{MOD}(a; b) = 1$$

$$a \cdot b : 8$$

$$\text{mod} \cdot \text{mod} = a \cdot b$$

$$\text{mod}(a; b) = a \cdot b$$

$$\text{mod}(a+b; a^2-6ab+b^2) =$$

$$\text{MOD}(a+b; a^2-6ab+b^2) = m$$

$$\text{MOD}(a+b; (a+b)^2-8ab) =$$

=

$$\text{MOD}(a+b; (a+b)^2-8ab) \cdot m =$$

36

m =

$$\frac{14}{(14)^2-8 \cdot 12} = \frac{14}{196-96} = \frac{14}{100} = \frac{32}{5}$$

$$(a; b) = (a; b)$$

$$x = a+b$$

$$y = ab$$

$$\frac{63}{4} = 15 \frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4}$$

$$\times \frac{12}{8}$$

$$\frac{1}{a}$$

$$\frac{1+a}{a^2-6a+1} =$$

$$= \frac{a+1}{(a+1)^2-8a}$$

$$289$$

$$546$$

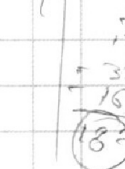
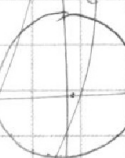
$$289$$

$$289$$

$$63$$

$$\frac{13}{184}$$

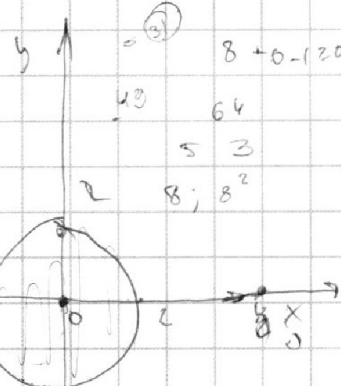
$$-184 =$$



$$\begin{array}{r} 256 \\ \times 24 \\ \hline 1024 \\ 512 \\ \hline 6144 \end{array}$$

$$3969$$

$$60^2 - 8 \cdot 59 = 60^2$$



$$(x+8)^2+y^2-1 \geq 0$$

$$x^2+y^2-1 \leq 0$$

$$(x+8)^2+y^2-1 \leq 0$$

$$x^2+y^2-4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 123 \overline{) 13^2-8 \cdot 42=3969} \\ 1323 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 42} \\ 48 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 42} \\ 48 \\ \hline 42 \end{array}$$



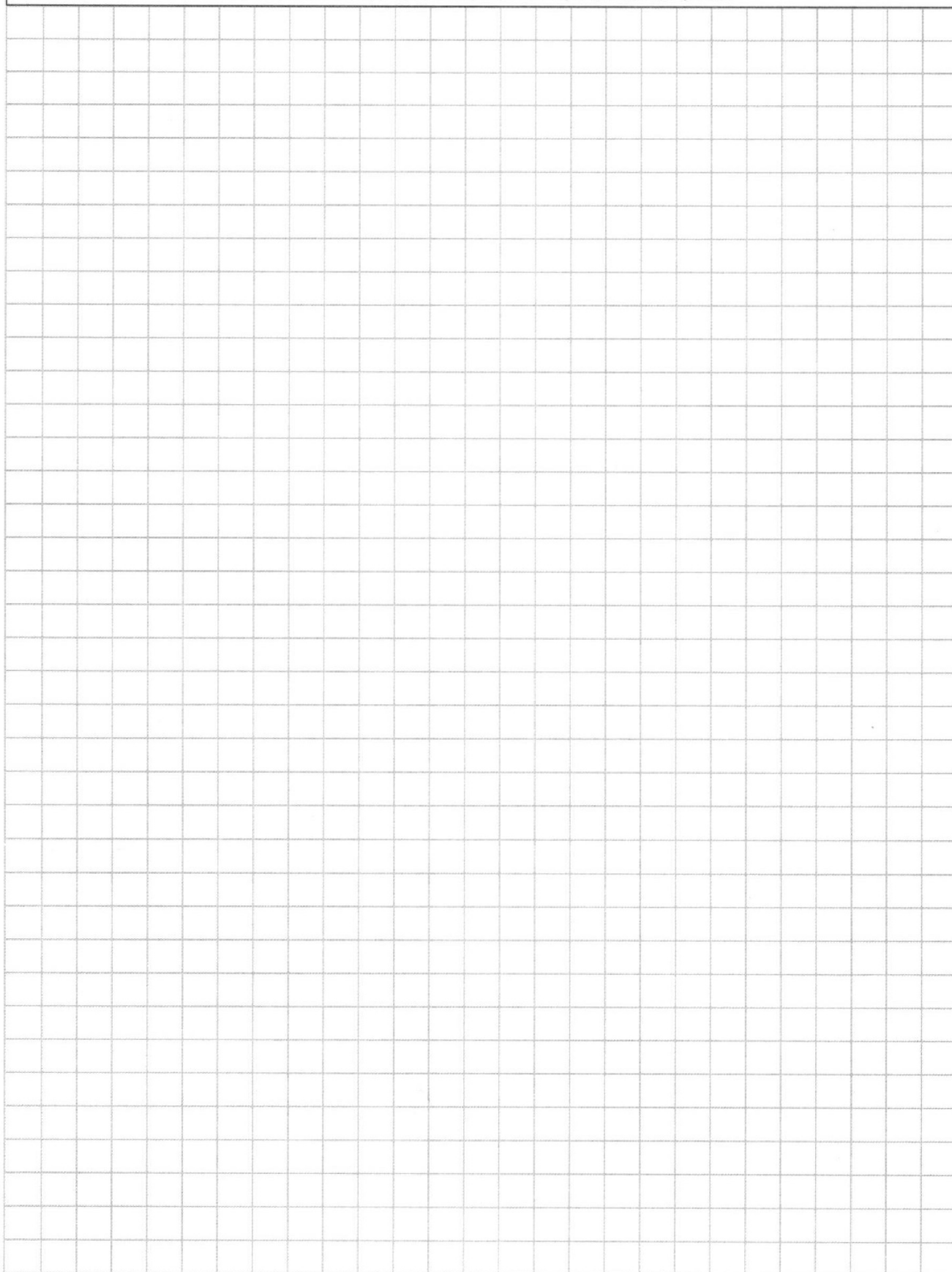
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





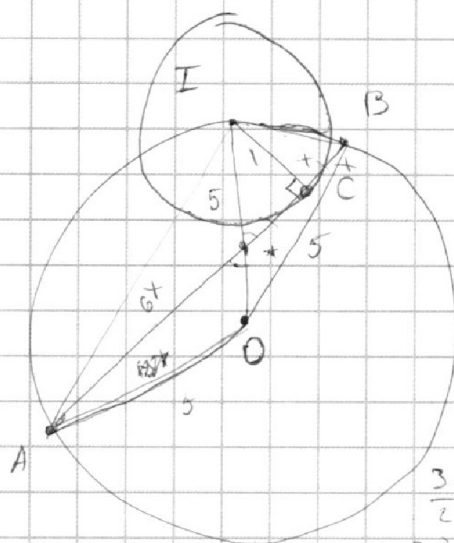
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

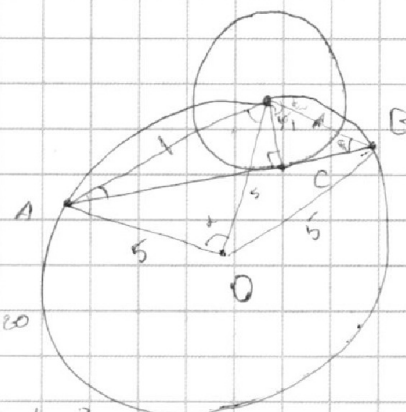
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x^2 - 1}$$



$$\frac{3\alpha}{2} + \frac{3\beta}{2} = 180$$

$$3\alpha + 3\beta = 360$$

$$\alpha + \beta = 120$$

$$120 = \alpha + \beta$$

$$x^2 + 1 + 49x^2 + 1 = 64x^2$$

$$49x^2 + 2 = 64x^2$$

$$2 = 14x^2$$

$$\frac{1}{4} = x^2$$

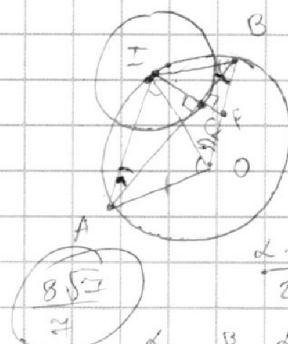
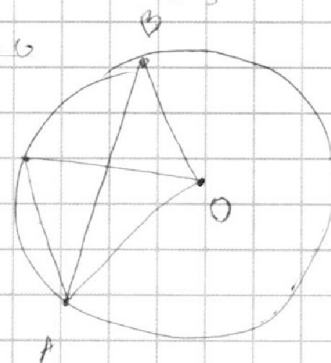
$$x = \frac{1}{\sqrt{4}}$$

$$\frac{\sqrt{4}}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

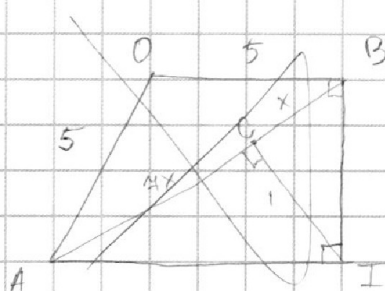
$$\sqrt{x^2 + 1}$$

$$\sqrt{49x^2 + 1}$$



$$\frac{\alpha + \beta}{2}$$

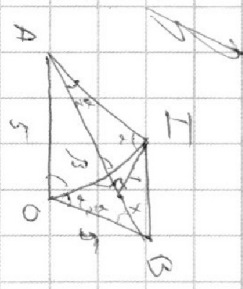
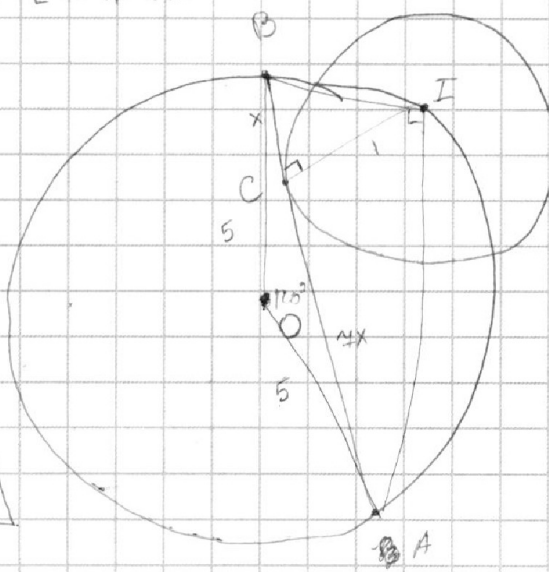
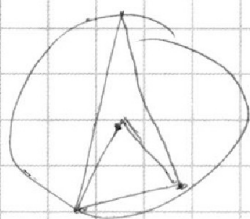
$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$$



$$S_{BIA} = \frac{1}{2} a \cdot h = 4x$$



$$2\alpha + 2\beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2

$$a+b = mx$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = my$$

$$(a+b)^2 - 8ab = my$$

$$mx^2 - 8ab = my$$

$$mx^2 - my = 8ab$$

$$m(mx^2 - y) = 8ab$$

Замечание $v = a+b$

$$v = ab$$

$$v^2 - 8b = my$$

$$v = mx$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{a=1}{b=2}$$

$$\frac{3}{1-12+4} = \frac{3}{-8} = -\frac{3}{8}$$

$$w^2x^2 - my - 8ab = 0$$

$$D = y^2 + 4x^4 - 8ab$$

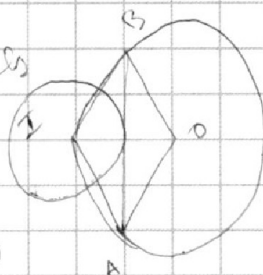
$$= y^2 + 32x^4ab$$

$$4 - 2 \cdot 4 = -4$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{(x-1)(2x-3)} = \sqrt{\quad}$$



4

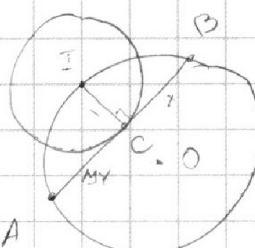
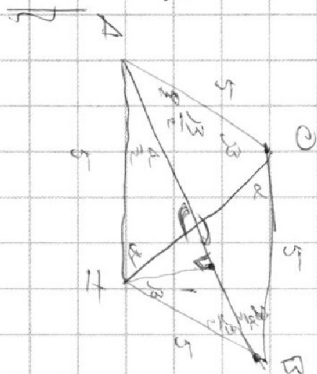
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

Замечание $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$, $a \geq 0$

$$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$
, $b \geq 0$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = a^2 - b^2$$



$$\frac{1008}{63} = 16$$

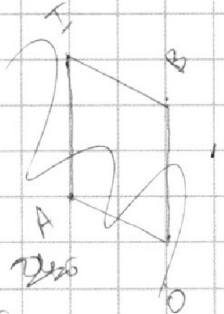
$$16 \cdot 5 = 80$$

$$25 - 1 = \sqrt{24}$$

$$11 + 15,6 = 26,6$$

$$\frac{246}{41} = 6$$

$$DM = \sqrt{61} \approx 7,8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1

$$ab = 2^{14} \cdot 4^{10} \cdot n$$

$$bc = 2^{14} \cdot 4^{14} \cdot z$$

$$ac = 2^{20} \cdot 4^{34} \cdot x$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = 2^{(14+14+20)} \cdot 4^{(10+14+34)} \cdot n \cdot z \cdot x =$$

$$= 2^{51} \cdot 4^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{51} \cdot 4^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

$$51 - \text{нечетное, след.}$$

$$\text{Взять корни из } 2^{51} \cdot 4^{64} \cdot n \cdot z \cdot x$$

Добавим в одну из множ.

Тогда ~~два~~ два из $\{n, z, x\}$ будут

равны единице, а третий двойке.

Тогда, $a^2 b^2 c^2$

$$\sqrt{a^2 b^2 c^2} = \sqrt{2^{51} \cdot 4^{64} \cdot n \cdot z \cdot x}$$

$$abc = 2^{25} \cdot 4^{32} \cdot \sqrt{2 \cdot n \cdot z \cdot x}$$

$$\frac{ac}{ab} = \frac{c}{b} = \frac{2^{20} \cdot 4^{34} \cdot x}{2^{14} \cdot 4^{10} \cdot y} = 2^6 \cdot 4^{24} \cdot \frac{x}{y}$$

$$c = 2^6 \cdot 4^{24} \cdot b$$

$$bc = 2^6 \cdot 4^{24} \cdot b^2 = 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$b^2 = 2^{11} \cdot 4^{10}$$

$$b =$$

$\{n, z, x\}$ - некие

$$x = 14$$

$$y = 10$$

числа.

$$a = 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$b = 1$$

$$c = 2^6 \cdot 4^{24} \cdot n \cdot z \cdot x =$$

$$a = 2^x \cdot 4^y$$

$$b = 2^z \cdot 4^d$$

$$14 - x \geq 0$$

$$10 - y \geq 0$$

$$20 - x - y \geq 0$$

мы можем

$$a = 2^x \cdot 4^y$$

$$b = 2^{14-x} \cdot 4^{10-y}$$

$$c = 2^{20-x-y} \cdot 4^{34-y}$$

будут

$$b = 2^6 \cdot 4^{24}$$

$$c = 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$a = 2^8 \cdot 4^{10}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 4^{34}$$

$$abc = 2^{34-x} \cdot 4^{44-y}$$

$$180 - x - y =$$

$$180 \cdot \frac{x}{2} + x + y = x + x + z$$

$$\frac{x}{2} = y - z$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 2^{15} \cdot 7^{10} \cdot x$$

$$bc = 2^{14} \cdot 7^{14} \cdot y$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot z$$

$$(a+b)^2 - 8ab = m \cdot y$$

$$m = \frac{y + 8ab}{x^2} \quad c = 2^3 \cdot 7 \cdot \frac{y}{x} a$$

$$ac = a \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot \frac{y}{x} a = 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot z$$

$$\frac{a^2 y}{x z} = 2^{14} \cdot 7^{30} \cdot x \cdot z$$

$$a^2 = \frac{2^{14} \cdot 7^{30} \cdot x \cdot z}{y}$$

$$a = 2^8 \cdot 7^{15} \cdot \sqrt{\frac{2xz}{y}}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot x$$

$$a^2 b^2 = 2^{28} \cdot 7^{20} \cdot x^2$$

$$b^2 = \frac{2^{14} \cdot 7^{30} \cdot x \cdot z}{y}$$

$$\frac{x z b^2}{y} = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot x$$

$$b^2 = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot \frac{xy}{z}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot z$$

$$2^{14} \cdot 7^{30} \cdot x \cdot z$$

$$\frac{x \cdot z}{y} c^2 = 2^{23} \cdot 7^{44} \cdot z$$

$$2^{15} \cdot 7^{10}$$

$$2^{18} \cdot 7^{14}$$

$$2^{21} \cdot 7^{34}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{10}$$

$$\frac{c}{a} = 2^7 \cdot 7^6$$

$$2$$

$$2$$

$$a^2 b^2 c^2 = \frac{2^{51} \cdot 7^{64} \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z^2}{xyz}$$

$$abc = 2^{25} \cdot 7^{32} \cdot \sqrt{2xyz}$$

$$\sqrt{2xyz} = \text{макс. } u \text{ и } v$$

$$xyz = 2$$

$$\sqrt{2 \cdot 16 \cdot 4} = \sqrt{128}$$

$$\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 4$$

$$8 \cdot 4 = 32$$

$$b = 2^5 \cdot 7^{24}$$

$$c = 2^5 \cdot 7^{24} \cdot b$$

$$b^2 = 2^{10} \cdot 7^{48}$$

$$c^2 = 2^{40} \cdot 7^{44}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 7^{14}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{34}$$

$$c^2 = \frac{2^{23} \cdot 7^{44} \cdot z \cdot y}{x}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a \cdot b = \text{НОК}$$

$$a + b = x$$

$$\text{НОК}(a, b) = ab$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

$$a^2 - 6ab + b^2 =$$

$$D = 36b^2 - 4b^2 = 32b^2$$

$$a = \frac{6b \pm 4\sqrt{2}b}{2} \Rightarrow a = 3b \pm 2b\sqrt{2} = b(3 \pm 2\sqrt{2})$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{x}{x^2 - 8y}$$

$$= a^2 - 3ab + b^2 - 3ab =$$

$$= a(a - 3b) + b(b - 3a)$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{x}{x^2 - 8y}$$

$$x = mf$$

$$x^2 - 8y = md$$

$$a = 3b - 2b\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{(a - b(3 + 2\sqrt{2})) (a - b(3 - 2\sqrt{2}))}$$

$$\frac{9}{8}$$

$$\frac{14}{14^2 - 64 \cdot 9} =$$

$$\frac{14}{-46} =$$

$$\frac{8}{8^2 - 8 \cdot 15} =$$

$$\frac{8}{-56} =$$

$$-\frac{1}{7}$$

$$x = a + b^2$$

$$x^2 - (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x^2 - a^2 - b^2 = 2ab$$

$$\frac{2ab}{2ab} = 1$$