



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

приведен пример

$$\begin{aligned} a &= 2^{11} \cdot 7 \\ b &= 2^{15} \cdot 7 \\ c &= 2^{12} \cdot 7 \end{aligned}$$

Заметим что abc делится
на $3 \cdot 34$ но a с делится на $3 \cdot 39$

$34 \nmid 39$ abc делится на

$$abc \geq 2^{28} \cdot 3 \cdot 39$$

приведен пример

$$\begin{aligned} a &= 2^{11} \cdot 3 \cdot 27 \\ b &= 2^{15} \\ c &= 2^{13} \cdot 3 \cdot 28 \end{aligned}$$

ab делится делится на $2^{16} \cdot 27$
но делится на $2^{15} \cdot 3 \cdot 27$

ac делится на $2^{19} \cdot 3 \cdot 28$
на $2^{14} \cdot 3 \cdot 28$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

В 1 пункте
а) даны 2^{28} и 2^{39} см
даны 2^{28} и 2^{39}

устанавливает границы

Ответ: количество abc
 ~~2^{28}~~ $- 2^{28} \cdot 2^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Заметим, что

$$ab \cdot bc \cdot ac \text{ делится на } 2^{125+17+23}, \text{ и } 2^{11+18+39}$$

$$abc = \sqrt{ab \cdot bc \cdot ac}$$

значит $ab \cdot bc \cdot ac$

делится целым
коэффициентом

$$ab \cdot bc \cdot ac \text{ делится на } 2^{55} \cdot 2^{68}$$

первоначально $ab \cdot bc \cdot ac$ - делится

$$/ \text{ но } 2 = \text{делит}$$

итак получим 1 стоит 2^{56}

(Потому что 55 - нечетное)

$$\text{значит } ab \cdot bc \cdot ac$$

$$\text{делится на } 2^{56} \cdot 2^{68}$$

значит abc делится

$$\text{на } 2^{28} \cdot 2^{34}$$

$$\text{то есть } abc \geq 2^{28} \cdot 2^{34}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что
 $\text{НОД}(a, b) = 1$ потому что

$\frac{a}{b}$ — не сократимая

и значит что
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 - 2ab$

Также заметим что

какое-то число $m =$

$\text{НОД}(a+b, a^2 - 2ab + b^2, m)$ то

$m = \text{НОД}(a+b, (a-b)^2 - 2ab)$

значит $a+b$ делит m и

так m , так $(a-b)^2$ делит m и $(a-b)^2 - 2ab$

делит m значит

$2ab$ делится на m

значит что m делит $2ab$

так как $\text{НОД}(a+b, m) = m$

и $m > 0$, то $2ab$ делит m

и $a+b$ делит m значит m делит $2ab$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

* Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 продолжим
значит

Но $A(a, b) \geq n$ ~~то~~
ит. продолжим
выбрав значение

$$НОД(a, m) = 1$$

$$НОД(b, m) = 1$$

поскольку a и b взаимно
просты

и b и m взаимно
просты, значит a, b и m

взаимно просты $\Rightarrow$

значит по теореме
значит $m \leq 9$

приведем примеры для $m=9$

$$a=2 \quad b=5$$

$$\begin{array}{r} a, b \\ \hline \text{и } a, b \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 4 - 7 - 2 - 5 - 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 45 \end{array}$$

- 5 - 45 делится на 5 и 9 делится



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Н. 9 продолжите

Но $A(9, 45) = 9$

пример

$A(2, 2) = 1$

пример

составляется

таблица

ответ: $m = 9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

из предметов

матр $S_{AO_1B} = \frac{AO_1 \cdot 0,7\pi \cdot \sin L}{2}$

$= \frac{AO_1 \cdot 0,7\pi}{2} = \frac{77\pi}{23}$

$h = \frac{2 \cdot 77\pi}{9}$

$AO_1 \cdot \sin B = \frac{77\pi}{23} = 2 \cdot 77\pi$

$AO_1 \cdot \sin B = \frac{2 \cdot 77 \cdot \pi}{23} = 77\pi$
 $= 782$

матр зонтике

корму конурд
 прирелит

ген

AO_1B

AB

$AO_1 = \sqrt{77\pi + 36}$

$AO_1B = \sqrt{77\pi + 36}$

779

1
 $\frac{77}{23}$
 $\frac{42}{11}$
 $\frac{11}{782}$

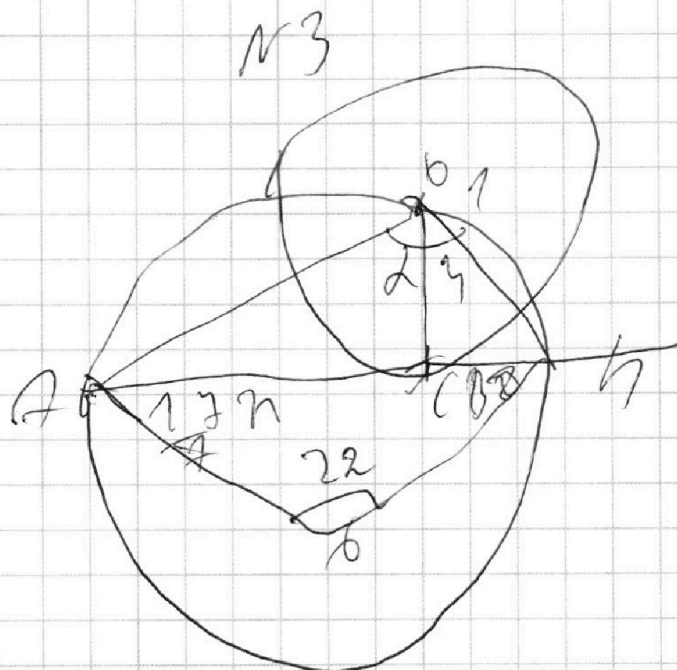
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~А. С. М. М. (1)~~
 пусть $\angle AOB = \angle AOB$
 пусть $A(=15^\circ)$
 $\angle B = 4^\circ$ пусть $A(=3^\circ)$
 ~~$A = 15^\circ$~~ - кор.
 $AB = 24^\circ$
 по теореме синусов
 $\frac{24^\circ}{\sin 2} = 26$
 $\sin 2 = \frac{26}{24} \quad \frac{24^\circ}{26} = \frac{18^\circ}{23}$

- 18 -

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3 программа

$$AO_1^2 + O_1B^2 = 2 \cos 2 \cdot AO_1 \cdot O_1B =$$

$$5(24n)^2$$

$$(15n^2 + 5n^2 + 2n^2 - 2 \cos 2 \cdot 162 =$$

$$5(24n)^2$$

$$338n^2 + 98 - 2 \cos 2 \cdot 162 =$$

$$2 \cos 2 \cdot 364 =$$

$$= 536n^2$$

$$98 - \cos 2 \cdot 364 =$$

$$= 1982n^2$$

$$338n^2 - \cos 2 \cdot 364 = 438$$

поэтому none correct
219 программа

OAB

$$(24n)^2 = 169.2 - 2 \cos 2 \cdot 169$$

$$(21n^2) = 169.2$$

$$169.2 - 2 \cos 2 \cdot 169$$

$$-2 \cos 2$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 15 \\ \hline 30 \\ 15 \\ \hline 45 \\ 15 \\ \hline 60 \\ 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 90 \\ 15 \\ \hline 105 \\ 15 \\ \hline 120 \\ 15 \\ \hline 135 \\ 15 \\ \hline 150 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н 3 продолжение

$$\left\{ \begin{aligned} 98 - 0.52 \cdot 364 &= 198 \pi^2 \\ 836 \pi^2 &= 338 - 338 \cos(1.102) \end{aligned} \right.$$

$$514 \pi^2 = 338.872 \cos^2$$

~~534~~

$$\frac{584 \pi^2}{646} = \cos^2$$

н.
6

$$\cos^2 = \frac{24}{26} \pi$$

~~98 - 0.52~~

negmativn

$$98 - 24 \cdot \pi \cdot 364 = 198 \pi^2$$

$$49 - 6 \cdot \pi \cdot 364 = 99 \pi^2$$

$$49 - 6 \pi \cdot 28 = 99 \pi^2$$

-21-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

из продажи
решение квадратного уравнения

$$99x^2 + 6.28x - 49 = 0$$

$$D = (6.28)^2 - 4 \cdot 99 \cdot (-49)$$

$$= 3^2 \cdot 8^2 \cdot 7^2 - 2^2 \cdot 4 \cdot 3^2 \cdot 7^2$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot (8^2 - 4 \cdot 3^2)$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot (64 - 36) =$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 28 =$$

$$= 2^2 \cdot 4 \cdot 7^2 \cdot 70$$

то решение

$$x_{1,2} = \frac{-6.28 \pm 42\sqrt{10}}{198}$$

$$x_1 > 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-6.28 + 42\sqrt{10}}{198}$$

$$x_2 = \frac{-6.28 - 42\sqrt{10}}{198}$$

$$= 12 -$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 задача

$$\pi = -28 + 9\sqrt{20}$$

$$33$$

решит

$$AB \leq \frac{24}{73} \cdot \frac{8}{71} (9\sqrt{20} - 28)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 4

записали на компьютере
и получили такое
число

$$a + \frac{(Va - Vb)(Va + Vb)}{(Va + Vb)} = a^2 - b^2$$

ОДЗ: $\sqrt{a} \neq \sqrt{b} \neq 0$

вообще, б.з. $3n^2 - 6n + 220$
 $3n^2 - 3n + 170$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 220} - \sqrt{3n^2 - 3n + 170} = 1 - 9n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3n^2 - 6n + 220 = 3n^2 - 3n + 170 - 2(1 - 9n) \\ \sqrt{3n^2 - 6n + 220} + \sqrt{3n^2 - 3n + 170} = 2 \\ \sqrt{3n^2 - 6n + 220} - \sqrt{3n^2 - 3n + 170} = 1 - 9n \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

мы продолжим

$$\text{если } 1 - 9n = 0$$

$$n = \frac{1}{9}$$

тогда

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1} =$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - \frac{6}{9} + 1} + \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + \frac{3}{9} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{27} - \frac{18}{27} + \frac{27}{27}} + \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{18}{27} + \frac{27}{27}}$$

$$= \sqrt{\frac{10}{27}} + \sqrt{\frac{46}{27}}$$

> 0 значит второй

случай не возможен

тогда

$$- 9n + 1 = 1 - 9n$$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1}$$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1} \neq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ну задача перенос

АМВ

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 1} + \sqrt{3n^2 + 3n + 1} = 1$$

$$1 - 9n = 0 \Rightarrow n = \frac{1}{9}$$

то

запишем что

$$\sqrt{3n^2 + 3n + 1} \geq \frac{1}{2}$$

перенесем что $3n^2 + 3n + 1 \geq \frac{1}{4}$

запишем что

$$3n^2 + 3n + 1 \geq 0 \quad D = 9 - 12 = -3 < 0$$

а то вернется

вершина

коробки $3n^2 + 3n + 1$

$$-\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

поскольку вершина $\frac{1}{2}$

$$n = -\frac{1}{3}$$

- 0 -

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



нч предположить
переход к каноническим

$$L_n = 3n^2 - 6n + 2$$

$$D = 36 - 24 = 12 > 0$$

$$n_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6}$$

$$n_{1,2} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Асимптоты $x \in (-\infty; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \cup [1 + \frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty)$

или $x \in (-\infty; 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}] \cup [1 + \frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$

на ОДЗ

Заметим, что

$$1 + \frac{1}{\sqrt{3}} > 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{и } 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} > 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$+ 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 3n^2 - 6n + 2 \geq 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} > 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

переходим к $\sqrt{3n^2 - 6n + 2} \geq 0$, что

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 2} \geq 0 \quad \text{на } n \in \mathbb{Z}$$

Отсюда следует, что

$$n \in \mathbb{Z} \setminus \{1\}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 Модуль

поча

радиусами второй

сферы

$$r \leq 1 - \frac{1}{n}$$

$$1 - \frac{1}{n} \leq 1$$

перенести

$$= \frac{1}{n}$$

$$r \leq 1 - \frac{1}{n} \Rightarrow r \leq 1$$

то то значение

$$\text{там } \sqrt{1 - \frac{1}{n}} > 0$$

значит $n \leq 6$

Рассмотрим случай $n \leq 6$

он равен нулю

Тогда значит что

$$1 - \frac{1}{n} =$$

представим
в виде
дробей



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 правильно

пусть

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 12} - \sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 1 - 9n$$

↓

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 12} = \sqrt{3n^2 + 3n + 11} + 1 - 9n$$

$$\sqrt{3n^2 - 6n + 12} + \sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 9n + 1$$

$$- 2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = -9n + 1$$

$$2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 9n - 1$$

$$\text{но } n \leq 0 \text{ значит}$$

$$9n - 1 < 0$$

$$\text{но } 2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} \geq 0 \Rightarrow$$

$$2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 0 = 9n - 1$$

$$\text{при } n = 3n^2 + 3n + 11 = 1 \Rightarrow$$

$$2\sqrt{3n^2 + 3n + 11} = 2, \text{ что}$$

$$\text{не выполняется}$$

$$\text{значит } \sqrt{3n^2 - 6n + 12} - \sqrt{3n^2 + 3n + 11} \neq 1 - 9n$$

-11- Ответ: $n = \frac{1}{9}$ является решением ОДЗ



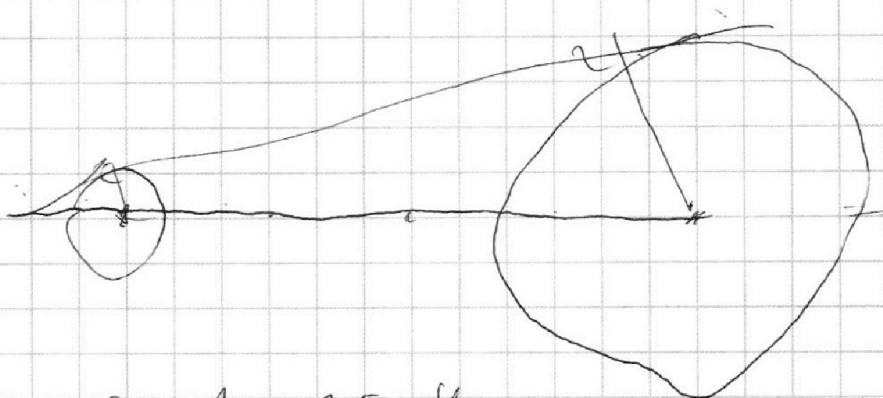
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$am Ay + b = -y$$

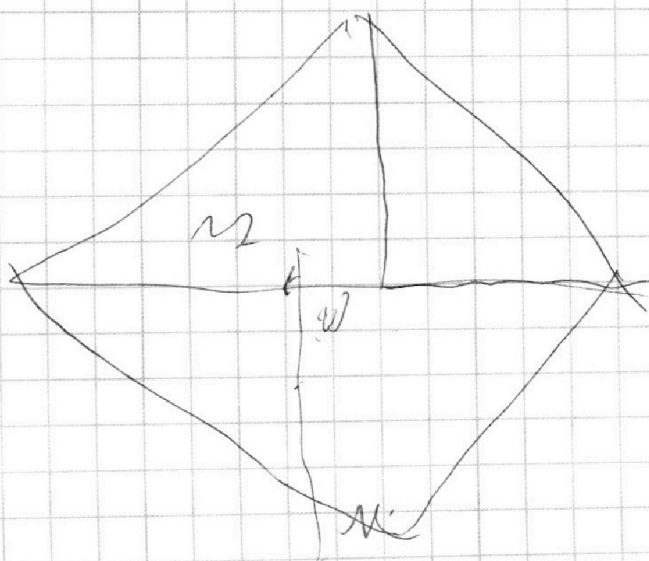
$$-4a + b =$$

$$-4a + 8b = 0$$

$$a = -\frac{8b}{4}$$

$$a = -2b$$

$$-2b + y + b = 0$$



$$165 - 45$$

$$120$$

$$(430 + 3,925)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

NS продукт

Заметим что

параллельны

и заметим что

сторона параллелограмма

можно поделить на

нашему семейству

красиво

и рассмотрим

для того чтобы

все i -е члены отменяются

$$-2 \left((1+3) \right) + 14 - 3 + 0$$

то мы

i -е члены

отменяются

то это равно

равно

-25 -

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5

расшифруем

оригинал

x, y
печки

каждый берет
сервизные
печки

$(x, x+4)$

линии с на предель
проходимой через них

$(x, (x+4))$ и $(x+4, y)$

печки для печки

$- (x-x_1) \cdot (y-x_1) + (x_1-x_2) \cdot (y_1-x_1)$

печки для печки

печки для печки

x, y углов

взрывает печки

печки печки на

печки $- (x-x_1) \cdot (y-x_1) + (x_1-x_2) \cdot (y_1-x_1)$

$- 2 \cdot 4 =$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 прогностике
пер 14.3.14

первое движение на ?
было и замечено, что
то тут еще что явилось
которые мы не ум
(а мы примерно
где правки адекватно
какой. Когда
где где переех на эту
и правки адекватно
какой, есть
я ищю везу ко
где перемещая правки
1 и 1 и 2
мы взяли модуль
пока ко 1 а модуль
пока на 2 что это
образуют пары все модуль
-27



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

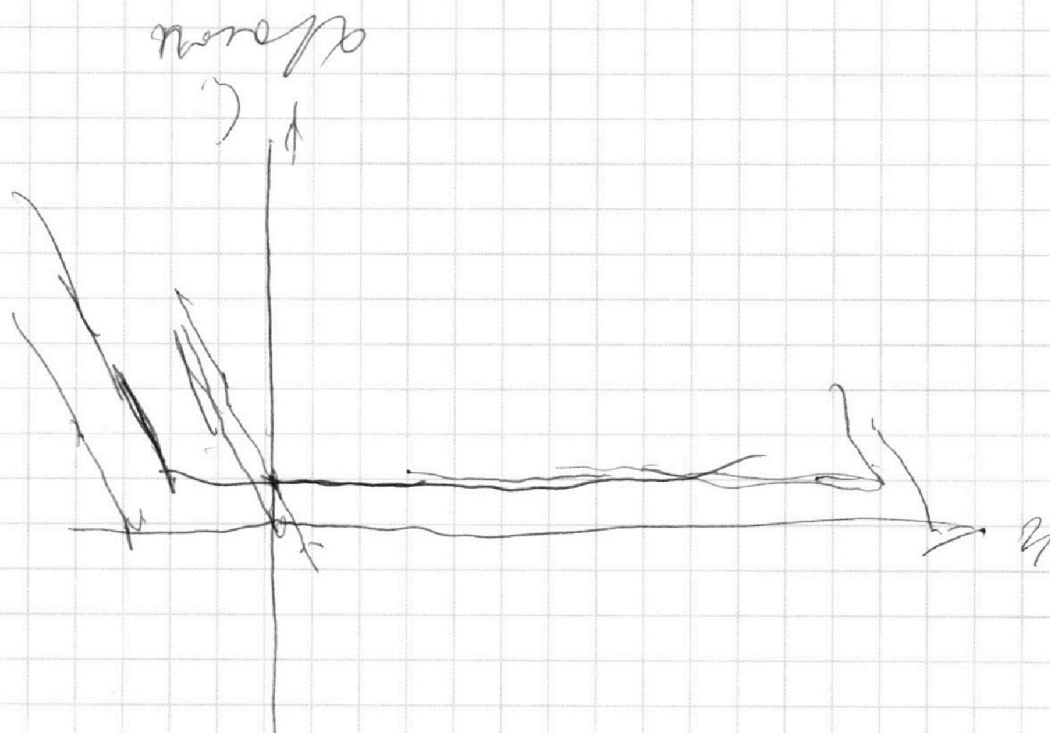
5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пер
но это может быть
ошибка или
по мнению автора
на гв и в вв
на гв не
указано что нужно
сделать
и не нужно 1.12.11
- 143

-23



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5 Предмет

Значит все пар

74-3-2

$14^2 \cdot 3 + 12^2$

= 340

Ответ: 340 пар точек

-29-



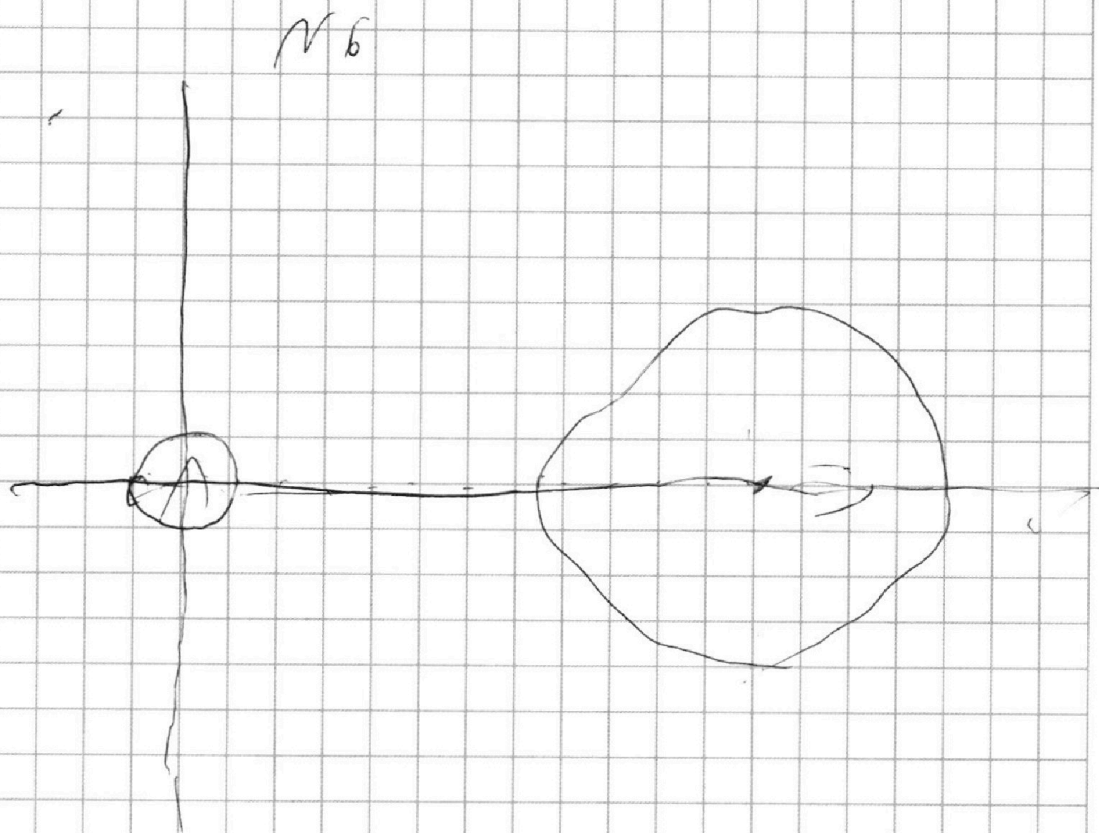
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Вектор A - горизонтален

и имеет $0,0$

и радиус 7

6 - $0,1$ единиц

Вектор A

$(2^2 - 1) / 6$

Вектор B

6 и 12

$(7-12) / 6$

- 17 -

и отсюда



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 проделаны
значит в ответе
только допустим

A и B
(модуль 1) и $2\sqrt{3}-17$ - 11
имеют разность значений

не от нуля
в ответе A и E
(модуль 1) | $(2\sqrt{3}-17)^2-16 \leq 0$
будет $a \approx 47.86$

задача решается
этими данными в ответе
матрица значений
что при замене
матрицы получается

только в одной строке или
значит декоративных

- 137

или 47.86 - сумма
каждого из
этих значений

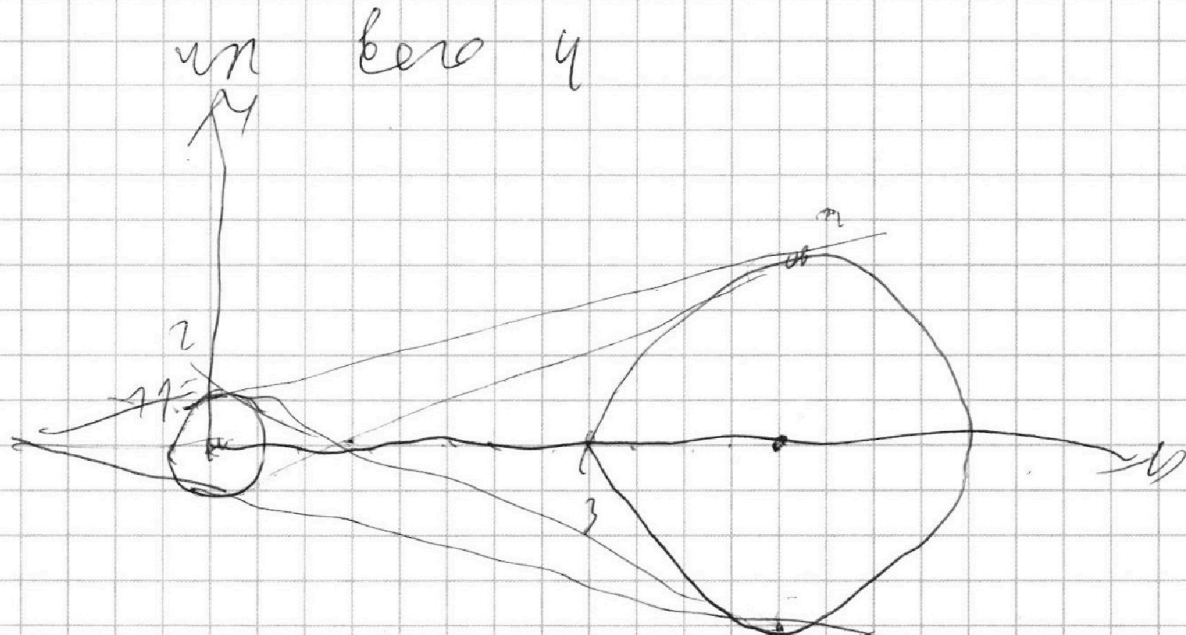
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



часть 1 дается

через точки $(0; 1)$, $(1; 0)$

Зачит гра проведет

и через точку

$(0, 0)$ а именно

и точка $(1, 0)$

~~Вывод: 1 а $16-86$~~

~~ит $86 = 1 \Rightarrow 86-1$~~

~~ит $86 = 0$
 $-4 \cdot 86 = 0$~~

~~$16 = 16$~~

14-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ задачи
проверка 1

проверка $(-4, 0)$ $(0, 1)$

$$\begin{cases} -4a + 0 - 8b = 0 \\ -4 - 8b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a - 8b = 0 \\ 8b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} b &= \frac{1}{8} \\ a &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

проверка $(-4, 0)$ $(0, 1)$
проверка 4

проверка $(-4, 0)$ $(0, 1)$

$$\begin{cases} 4a + 0 - 8b = 0 \\ -4 - 8b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} b &= -\frac{1}{8} \\ a &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

775-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

К6 представлено

стало же равно

$$n = 3$$

или провоз

человек $(\frac{n}{5}, b)$

ручная работа 2

$$(\frac{12}{5}, 0) (0, 1)$$

$$\frac{a \cdot n}{5} + n - 8b = 0$$

$$1 - 8b = 0$$

$$b = \frac{1}{8}$$

$$a = \frac{7}{n}$$

ручная работа

$$(\frac{12}{5}, 0) (0, 1)$$

$$\frac{a \cdot n}{5} + 0 - 8b = 0$$

$$1 - 8b = 0$$

$$b = \frac{1}{8}$$

$$a = -\frac{8}{n}$$

Ответ: $(a = \frac{7}{3}, b = \frac{1}{8}) (a =$

- 16 -



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ответ: ~~$a = \frac{1}{2}$~~

$$(a = -\frac{1}{2} \quad b = \frac{1}{2})$$

$$(a = \frac{1}{2} \quad b = -\frac{1}{2})$$

$$(a = \frac{5}{\pi} \quad b = \frac{1}{2})$$

$$(a = -\frac{5}{\pi} \quad b = -\frac{1}{2})$$

$$(a = -\frac{5}{\pi} \quad b = -\frac{1}{2})$$

поиск
через точку $(-4, 0)$

поиск через точку
 $(\frac{\pi}{2}, 0)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

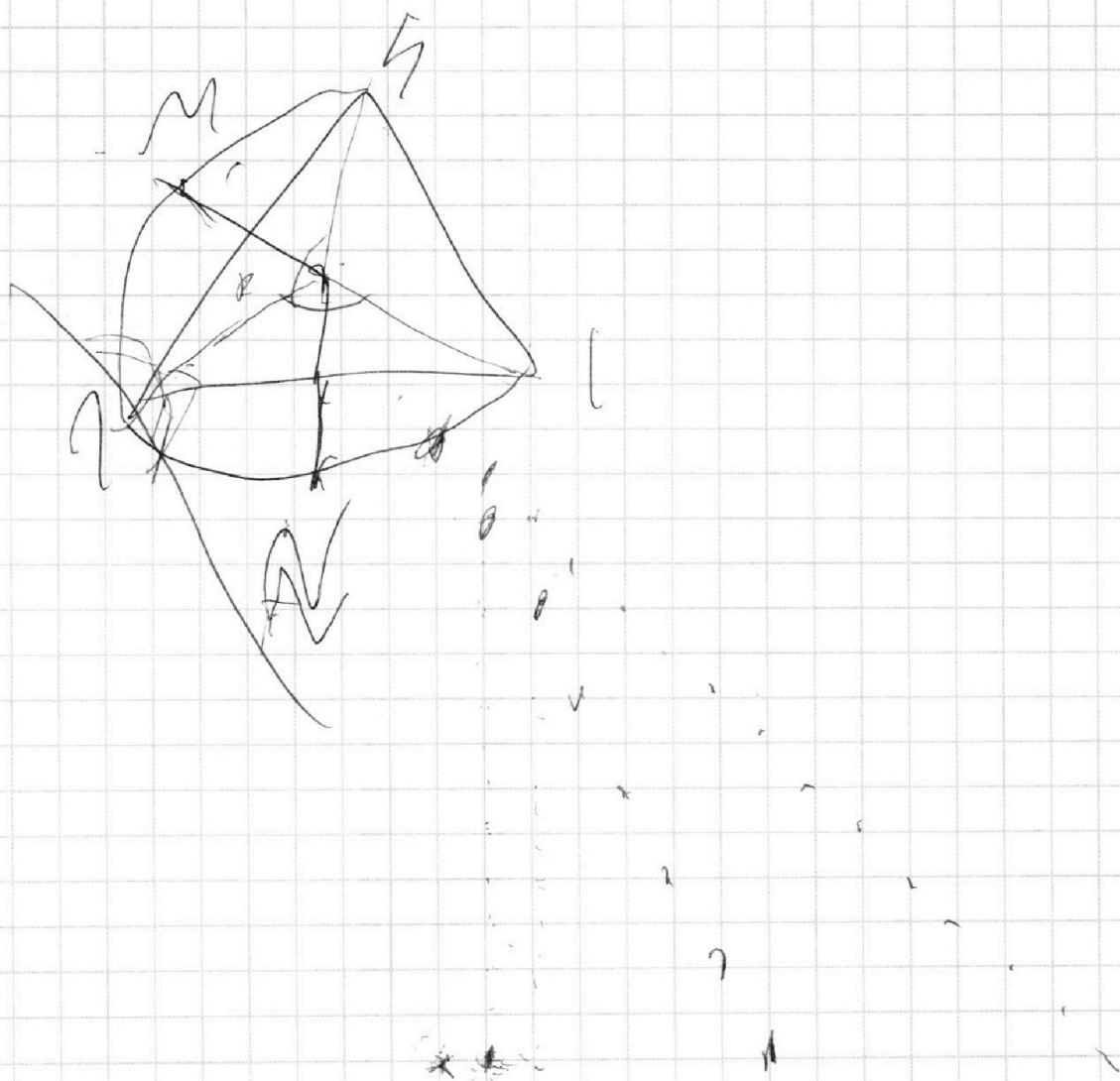
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☒

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 9 предмет

$$\frac{a}{2} - \frac{b}{2} = \frac{b^2 - a^2}{2}$$

$$\frac{b^2}{4} - \frac{a^2}{4} = 2,5^2$$

-37-

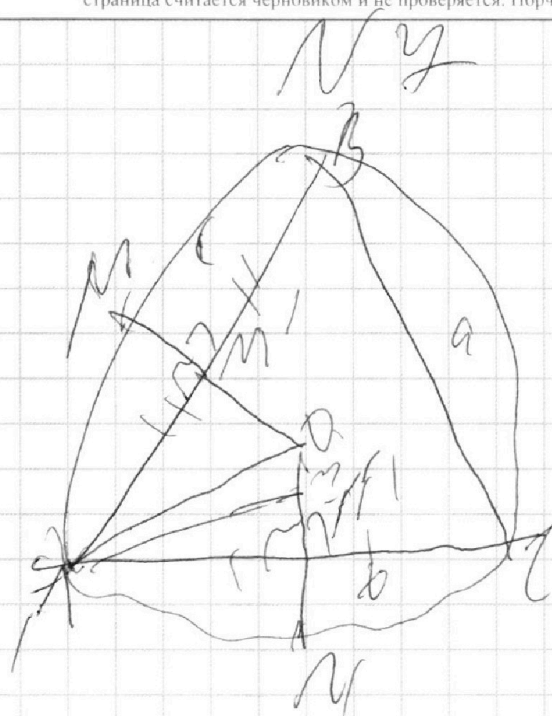
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O - центр описанной окружности

радиус R - радиус

$$OM = R = 5$$

$$ON = R = 7,5$$

нужно найти сторону

выражение для bc

R - радиус описанной

окружности

$$AO = R$$

$$(R - a)^2$$

O1 - точка пересечения медиан

$$R = \frac{a+b+c}{2} = 30$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = 2^{15} \cdot 3^{11}$$

$$AB = 2^{15} \cdot 3^{11}$$

$$BC = 2^{15} \cdot 7^{12}$$

$$AC = 2^{17} \cdot 3^{11}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 15 \\ 12 \\ 12 \\ 23 \\ \hline 55 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 11 \\ 39 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$= ABBCAC \cdot 2^{55} \cdot 3^{68}$$

$$ABC \cdot \sqrt{2^{55} \cdot 3^{68}}$$

$$ABC \cdot 2^{27} \cdot 3^{34}$$

$$a + b$$

$$a + c = 16$$

$$a + c = 13$$

$$a + b = 16$$

$$b + c = 13$$

$$a + 2 = 13$$

$$a + 10c = 28$$

$$c = 12$$

$$a = 17$$

$$b = 15$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

at
 $(abc)^2$ делит $a^2 - 25b^2$

at $(abc)^2$ делит $a^2 - 34b^2$
 $(abc)^2$ делит $a^2 - 28b^2$

at $(abc)^2$ делит $a^2 - 33b^2$

т.е.

$a = 17 - 28b$

$b = 5 - 28c$

$a^2 - 5ab + b^2$

$a = 17 - 28b$

$5 - 28(17 - 28b) + 17^2$

$5 - 476 + 784 + 152b = 313 + 152b$

at $(abc)^2$ делит $a^2 - 5ab + b^2$

$(abc)^2$ делит $313 + 152b$

$313 + 152b$ делит a^2

$313 + 152b$ делит a^2

$m = 152b + 313$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3n^2 + 3n + 1$$

$$D = 9 - 12 = -3$$

$$-\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} = -\frac{1}{1.67}$$

$$-\frac{3}{5} - \frac{3}{5} + 1$$

$$\frac{3}{5} - \frac{6}{5} + 1 = -\frac{3}{5} + 1 = \frac{2}{5}$$

$$\frac{n}{1} = 2, \quad \frac{6}{6} = 1$$

$$3 - 6 + 2 = -1$$

$$36 - 24 = 12$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{12}}{6}$$

$$1 \pm \frac{2\sqrt{3}}{6}$$

$$= 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 1 =$$

$$= 3\left(1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) + 3 - \sqrt{3} + 1 = 3 + 1 - 2\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} + 1 = 8 - 3\sqrt{3}$$



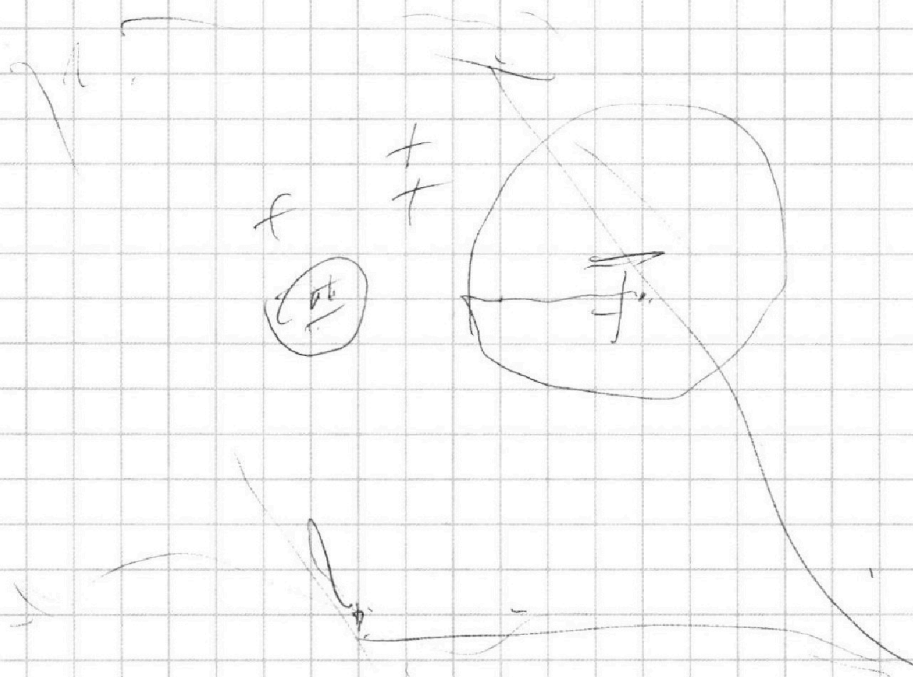
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



у 20 у 2 9 6

- 2

н 2 2 6 - 2

- 2 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cos 22^\circ \cdot 169 + 2 \cdot 169 &= 242^\circ \\ \cos 22^\circ \cdot \sqrt{15} \cdot 169 + \sqrt{15} \cdot 169 &= 242^\circ \\ \sqrt{15} \cdot 169 &= 242^\circ \end{aligned}$$

$$(1 - 2 \cos 22^\circ) \cdot 169 + 2 \cdot 169 = 242^\circ$$

$$-3 \cdot 169 - 2 \cos 22^\circ \cdot 169 = 242^\circ$$

$$\frac{1}{22} = \frac{\pi}{22} + \frac{24}{22}$$

$$\frac{24}{22}$$

$$\frac{24}{22} + 1 = \frac{48 + 22}{22} = \frac{70}{22}$$

$$638 = 2 \cdot 330 = 2 \cdot 169 \cdot (2 \cdot 73)^\circ$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ 24 \\ \hline 36 \\ 736 \end{array}$$



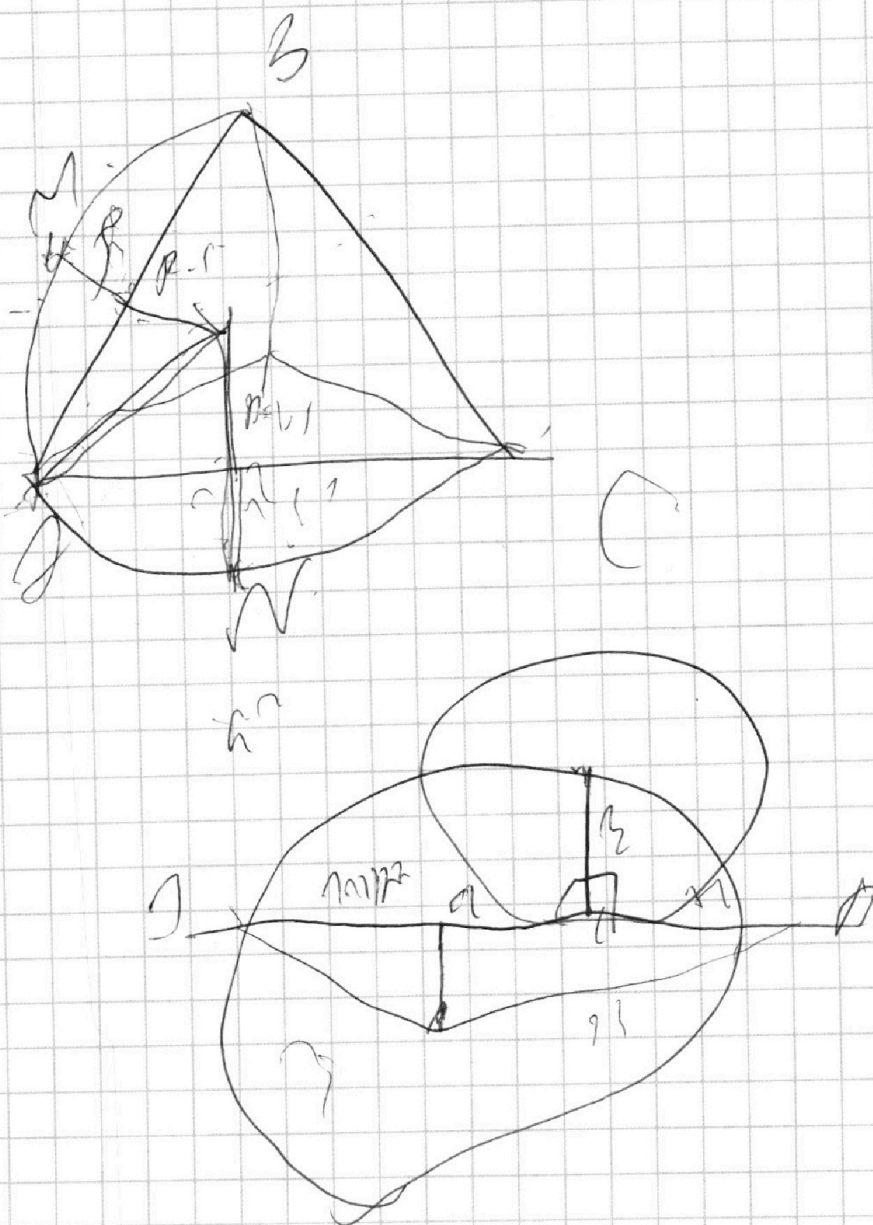
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



МФТИ

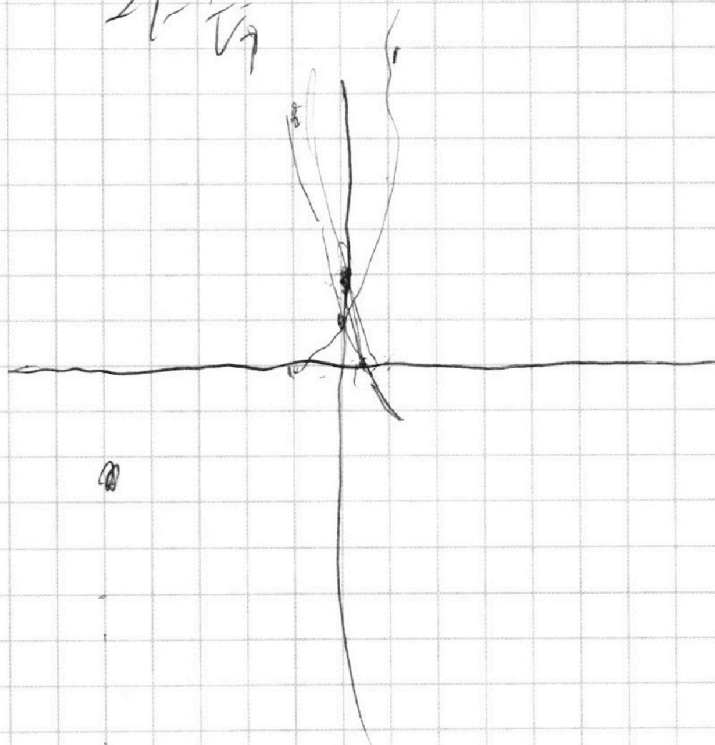
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3π

$$3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - 6\left(\pi - \frac{2}{3}\right)\pi$$

$$= 3 + 1 - \frac{6}{\sqrt{3}} - 6 + \frac{4}{\sqrt{3}}\pi$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☒ 1
 ☒ 2
 ☐ 3
 ☐ 4
 ☐ 5
 ☐ 6
 ☐ 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{25x^2 + 13^2}$$

$$25x^2 + 13^2 = 2052 \sqrt{1}$$

$$(13x)^2 + 13^2 + 13^2 = 2052 \sqrt{(13x^2 + 13^2)}$$

$$= (25x)^2 + 13^2$$

$$289x^2$$

$$336x^2 + 13^2 = 2052 \sqrt{3(x^2 - 2x + 1/3)}$$

$$\sqrt{(289x^2 - 13^2)(45x^2 - 13^2)} = 3(x^2 - 1 + 1/3)$$

$$= 336x^2 + 13^2 - 2052 \sqrt{3(x^2 - 1 + 1/3)}$$

$$17 = 36 - 24 = 12 \quad 3(x^2 - 1 + 1/3)$$

$$10 - 9 = 11 = -3$$

$$3(x^2 - \frac{6 + 2\sqrt{3}}{6})(x^2 - \frac{6 + 2\sqrt{3}}{6})$$

$$3(x^2 - \frac{3 + \sqrt{3}}{3})(x^2 - \frac{3 + \sqrt{3}}{3})$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 13 \\ \hline 27 \\ 28 \\ \hline 55 \\ 28 \\ \hline 83 \\ 83 \\ \hline 166 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 225 \\ 449 \\ \hline 2064 \\ 216 \\ \hline 2280 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☒ 1
 ☐ 2
 ☐ 3
 ☐ 4
 ☐ 5
 ☐ 6
 ☐ 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

12

$20^2 + 65^2 = 73^2$

$\sqrt{45^2 + 65^2}$
 $\sqrt{45^2 + 65^2}$
 $\sqrt{117}$

17?

$\cos 12 = 1.76 \cos 12$

12?
 7.7
 13.7
 13
 7.7
 13.7
 13
 7.7
 13.7

1
 24
 24
 48
 48
 48

$7 + 13 = 24$

169
 338
 338-2

$\sqrt{28^2 + 45^2}$

$69^2 - 2 \cos 12 \cdot 169 = 554$

$10 = 2 \cdot \cos 12 \cdot 169$

$\cos 12 = \frac{5}{169}$

$\cos 12 = \frac{1}{17}$

$\cos 50 = 0$

24

$(24)^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cos 12 \cdot 13^2$

$(24)^2 = 2 \cdot 13^2 \cdot 17 \cos 12$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$T = 265 + 14t = \left(\frac{119-t}{24} \right)^2 + \frac{119-t}{24} \cdot t + \frac{63}{4}$$

$$\begin{array}{r} 119 \\ 36 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$\left(\frac{119}{24} \right)^2 + 2 \cdot \frac{63}{4} \cdot t \div 172$$

$$\begin{array}{r} 119 \\ 36 \\ \hline 63 \\ 496 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6xx - 3x^2 - 5x - 1}$$

$$-5x + 1 = 1 - 9x$$

$$\sqrt{(3x^2 - 6xx) + (3x^2 - 5x - 1)}$$

$$(3x^2 - 6xx)(3x^2 - 5x - 1)$$

$$\sqrt{3x^2 - 6xx + \sqrt{3x^2 - 5x - 1}} = 0$$

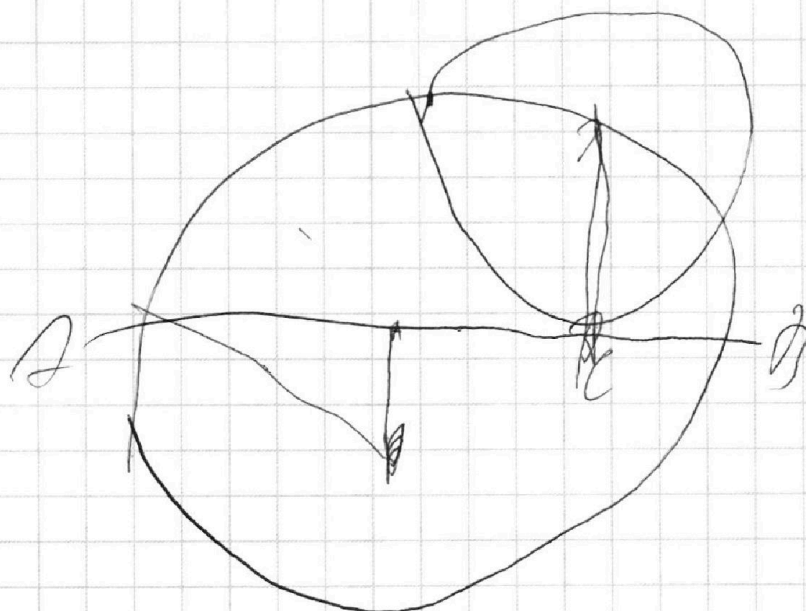
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 73^2 - (22\pi)^2 &= 769 - 144\pi^2 \\
 \sqrt{769 - 144\pi^2} + 25\pi^2 &= 165 \\
 769 - 144\pi^2 + 49\pi^4 + 25\pi^2 + 2\sqrt{769 - 144\pi^2} \cdot 25\pi^2 &= 165 \\
 -144\pi^2 + 49\pi^4 + 25\pi^2 + 2\sqrt{769 - 144\pi^2} \cdot 25\pi^2 &= 0 \\
 24\sqrt{769 - 144\pi^2} &= 479\pi^2 - 49 \\
 \sqrt{769 - 144\pi^2} &= \frac{479\pi^2 - 49}{24} \\
 \pi^2 &= 4
 \end{aligned}$$