



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} p$, $bc = 2^{14} \cdot 7^{14} q$, $ac = 2^{20} \cdot 7^{34} t$,

где $p, q, t \in \mathbb{N}$, тогда

$$ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} p q t$$

П.к. $a^2 b^2 c^2$ — полный квадрат, то все простые множители входят в четной степени.

П.к. степень вхождения 2 в $a^2 b^2 c^2$ кратна 51,

тогда степень вхождения должна быть кратна 52.

П.к. в $a^2 b^2 c^2$ 2 входит кратна 51 в 52 степени,

а 7 — кратна 64, то в abc 2 входит кратна

62 в 26 степени, а 7 кратна 32. Но так

в ac 7 входит кратна 34 степени, то и

в abc 7 входит кратна 32 степени. Тогда

$$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32} \quad (\text{т.к. } 2 \text{ и } 7 \text{ взаимнопросты})$$

Пример: Если $a = 2^9 \cdot 7^{10}$, $b = 2^5 \cdot 7$, $c = 2^{12} \cdot 7^{24}$,

то условие задачи выполняется и $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$.

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{32}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если $\frac{a}{b}$ - несократ, то $(a; b) = 1$ (в кружках скоб-
кам будем обозначать НОД чисел)

$$(a+b; a^2-6ab+b^2) = (a+b; a^2-6ab+b^2 - (a+b)^2) = \\ = (a+b; -8ab) = (a+b; 8ab)$$

Мы по алгоритму Евклида можем оставить
меньшее число и сколько-то раз его вычитать
из большего (мы вычли $(a+b)$ раз число $(a+b)$)
Докажем, что $(a+b, ab) = 1$.

Предположим, что это не так, тогда пусть
 $a+b : r, ab : r$, где r - простое число.

Так $ab : r \Rightarrow a : r$ или $b : r$. Пусть $b : a : r$.

Так $a : r, a+b : r$, то $b : r$, тогда $a : r, b : r$,
тогда $(a, b) \geq r$ - противоречие, так $(a, b) = 1$.

Тогда наше предположение неверно, а верно, что
 ab и $(a+b)$ взаимнопросты

Тогда $(a+b; 8ab) = (a+b; 8) \leq 8$. Ие. $m \leq 8$

Пример Если $a=3, b=5$, то $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{8}{9-6 \cdot 15+25} =$
 $= -\frac{8}{56}$. Тогда $m=8$.

Ответ: 8.

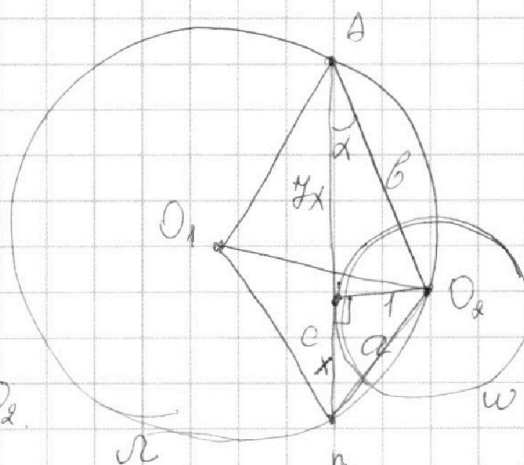
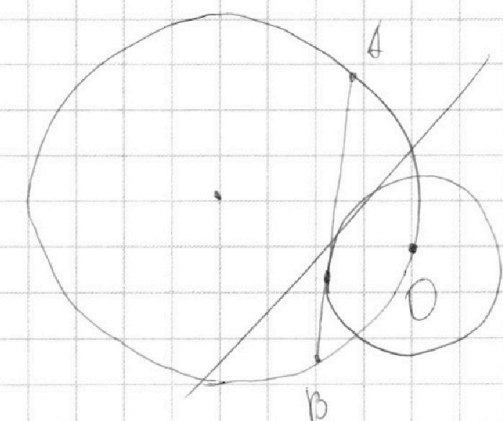
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть центр окр. ω O_2 .

Пк AB — касательная к ω и касается ω в C , то

$$O_2C \perp AB, \quad O_2C = 1.$$

Пусть $\angle O_2AB = \alpha$, $O_2B = a$, $O_2A = b$, тогда

$BC = x$, тогда $AC = 7x$, тогда

$$S_{ABO_2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8x = 4x \quad (\text{п.к. } S_{ABO_2} = \frac{1}{2} O_2C \cdot AB)$$

С другой стороны, $S_{ABO_2} = \frac{4R}{ab \cdot 8x}$, где R — радиус

описанной около $\triangle ABO_2$ окружности, т.е. $R = 5$.

Из т-мы синусов $\triangle ABO_2$: $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$

И из $\triangle AO_2C$: $\sin \alpha = \frac{1}{b}$, тогда $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{a}{\frac{1}{b}} = ab = 2R = 10$, т.е. $ab = 10$

Тогда $S_{ABO_2} = \frac{4 \cdot 5}{10 \cdot 8x} = \frac{1}{4x}$ или $S_{ABO_2} = 4x$, т.е.

$$\frac{1}{4x} = 4x \Leftrightarrow 16x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}. \quad \text{Пк } AB = 8x, \text{ то}$$

$$AB = 2.$$

Ответ: 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a$, $\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b$, тогда

$$a - b = 2 - 4x$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = -4x + 2 = a - b$$

$$\text{т.е. } a^2 - b^2 = a - b$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ a + b - 1 = 0 \end{cases}$$

$$1) \underline{a = b} \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow 4x = 2 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{2}{4} \quad (\text{входит в ОДЗ})$$

$$2) \underline{a = 1 - b} \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

П.к обе части ~~положительные~~ не отрицательные, то
можно возвести в квадрат равносильно. Получим

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x + 1$$

П.к обе части ~~положительные~~ положительные, возведем
равносильно в квадрат, получим

$$8x^2 + 8x + 4 = 16x^2 - 14x + 1 \Leftrightarrow 41x^2 - 22x - 3 = 0$$

Решим квадратное уравнение, получим $x_1 = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$,

$$x_2 = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

каждое из которых входит в ОДЗ.

$$\text{Ответ: } x_1 = -\frac{2}{4}, x_2 = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}, x_3 = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Посчитаем, сколько пар A и B , если $x_1 \neq x_2$,
тогда если $x_1 \neq x_2 \geq 0$, то всего 90 пар,
если $x_1 \neq x_2 \geq 1$, то 10, если $x_1 \neq x_2 \geq 2$, то
9, и т.д. то в этом случае
всего $10+10+9+9+\dots+4+4 \geq 2 \cdot (4+\dots+90) =$
 $= 2 \cdot 49 = 98$. Аналогично, если $y_1 \neq y_2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

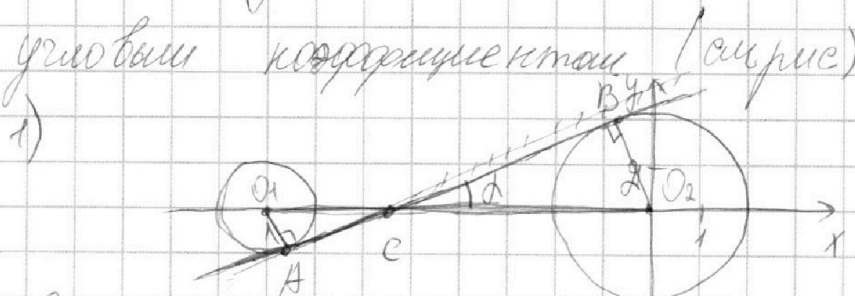
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

т.к. решением 2-го ур-я является вся внутренняя область окружности. Так всего должно быть ровно 2 решения, то это возможно только, если прямая касается первой и второй окружности одновременно, т.е. является общей касательной.

У 2-х непересекающихся окружностей могут быть всего 4 общие касательные. Так линии центров окружностей лежат на ^{оси} прямой Ox , то у 2-х из этих 4 общих касательных разбиваются на 2 пары, в каждой из которых касательные имеют противоположные по знаку, но одинаковые по модулю угловые коэффициенты и свободный член. Каждой паре угловых коэффициентов у ^{общих} касательных с положительными угловыми коэффициентами (см. рис.)



Отметим точки касания A и B , точку пересечения с осью Ox C (см. рис.) Пусть центры окр. O_1 и O_2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

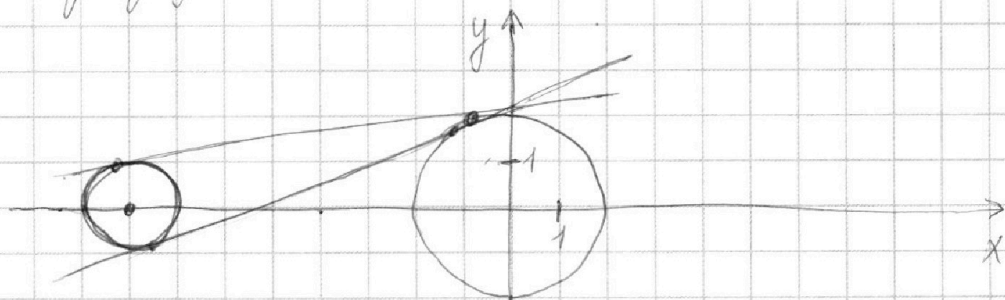


Решим задачу графически

Изобразим ур-е 2 на графике

Каждая из енобок - это ур-е окружности.

Когда всеи быи бы знак равенства, то гради-
ком быи бы совокупность двух окружностей с
ради с центрами с координатами $(-8; 0)$, $(0; 0)$
и радиусами 1 и 2 соответственно



Когда решеиии 2-го ур-я являются внутренние
области окружностей (метод продных точек)

Первое уравнение задает прямую, где a - угловой
коэффициент прямой, $10b$ - свободный член.

Если прямая касается окружностей, то она
образует решение, если не имеет общих
точек, то нет решений (с этой окружностью),
если пересекает, то образует бесконечно много решений,

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$O_1 A \perp AB, O_2 B \perp AB$$

Пусть упр-е этой касательной $y = kx + b$, тогда $C(-\frac{b}{k}; 0)$

Тогда $CO_2 = \frac{b}{k}$, $CO_1 = 8 - \frac{b}{k}$. Пусть угол наклона α .

$$\sin \alpha = \frac{1}{8 - \frac{b}{k}} = \frac{2}{\frac{b}{k}} \Leftrightarrow \frac{b}{k} = 16 - 2 \frac{b}{k} \Leftrightarrow 3 \frac{b}{k} = 16$$

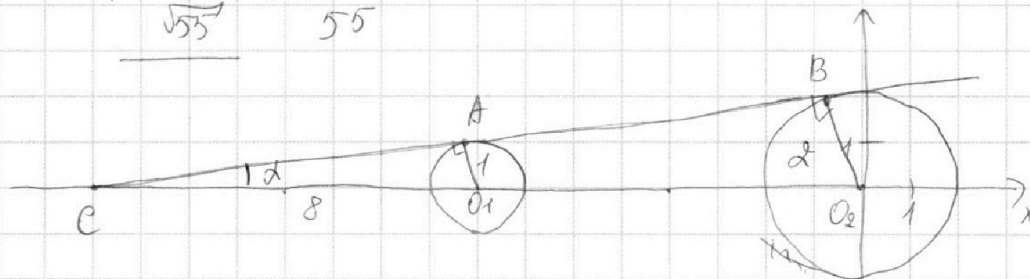
$$\Leftrightarrow \frac{b}{k} = \frac{16}{3}. \text{ Тогда } O_1 C = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}$$

По т-ме Пифагора $\triangle ACO_1$: $AC = \sqrt{\frac{64}{9} - 1} = \frac{\sqrt{55}}{3}$

$$k = \tan \alpha = \frac{1}{\frac{\sqrt{55}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

$$\text{П.с. } a_1 = \frac{9^9}{\sqrt{55}} = \frac{9\sqrt{55}}{55}$$

2)



Аналогично отметим точки касания A и B

Точку пересечения с осью OX C.

$\triangle AO_1 C \sim \triangle BO_2 C$ с коэф. подобия $\frac{1}{2}$, тогда

$$O_1 C = \frac{1}{2} O_2 C \Leftrightarrow O_1 C = O_2 O_1 = 8$$

По т-ме Пифагора $\triangle AO_1 C$: $AC = \sqrt{64 - 1} = \sqrt{55}$,

$$\text{тогда } \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{55}}, \text{ т.е. } a_2 = \frac{1}{\sqrt{55}}$$

$$\text{Ответ! } a = \pm \frac{9}{\sqrt{55}}, a = \pm \frac{1}{\sqrt{55}}.$$

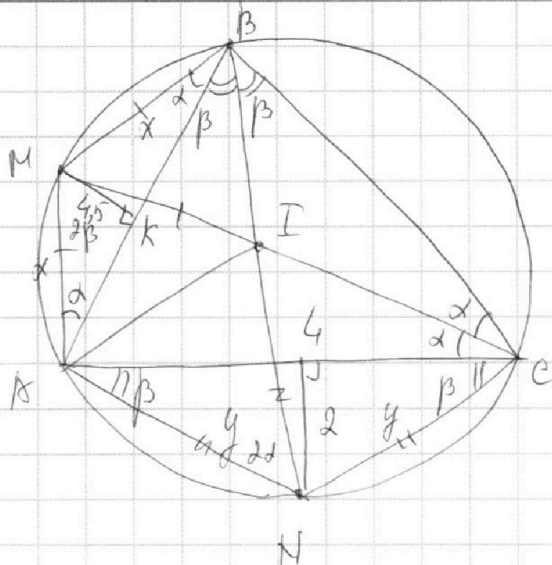
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Т.к. M — середина AB ,
 N — середина AC , то
 $MB = MA$, $NA = NC$, CM —
 биссектриса $\angle BCA$, BN — биссектриса
 $\angle ABC$

Пусть $\angle ACM = \angle BCM = \alpha$, $\angle ABN = \angle CBN = \beta$

Из вписан. $\triangle AMB$ $\angle MBA = \angle MAB = \alpha$, из

вписан. $\triangle ABCN$ $\angle CAN = \angle ACN = \beta$

Также $\angle AMC = 2\beta$, $\angle ANB = 2\alpha$

Пусть $\rho(M; AB) = MK$, $\rho(N; AC) = NL$

Пусть $AM = MB = x$, $AN = NC = y$

Из прямоугол. $\triangle AMK$ и $\triangle ANL$: $\sin \alpha = \frac{4,5}{x}$, $\sin \beta = \frac{2}{y}$

Из $\triangle CMN$ Пусть $CM \cap BN = I$, тогда I — центр впис. окр.

Из леммы о трезубце $MI = MA = MB$, $NI = AN = NC$.

Из т.к. $\triangle AMI$ — равноб., то $\angle MAI = \angle MBA = 90^\circ - \beta$; т.к. $\triangle AIN$ — равноб., то $\angle IAN = 90^\circ - \alpha$
 Из т.к. синусов $\triangle AIM$: $\frac{AI}{\sin 2\beta} = \frac{x}{\cos \sin(90^\circ - \beta)} = \frac{x}{\cos \beta}$

$$AI = \frac{x \cdot 2 \sin \beta \cos \beta}{\cos \beta} = 2 \sin \beta \cdot x = 2x \cdot \frac{2}{y} = \frac{4}{y} \quad (1)$$

Из т.к. синусов $\triangle AIN$: $\frac{AI}{\sin 2\alpha} = \frac{y}{\sin(90^\circ - \alpha) \cos \alpha}$

$$AI = \frac{y \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha} = 2y \cdot \sin \alpha = 2y \cdot \frac{4,5}{x} = 9 \frac{y}{x} \quad (2)$$

$$\text{Из (1) и (2): } 4 \frac{x}{y} = 9 \frac{y}{x} \Rightarrow 4x^2 = 9y^2 \Rightarrow 2x = 3y$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \quad \text{Тогда из (1) } AI = 4 \cdot \frac{3}{2} = 6$$

Ответ: 6.



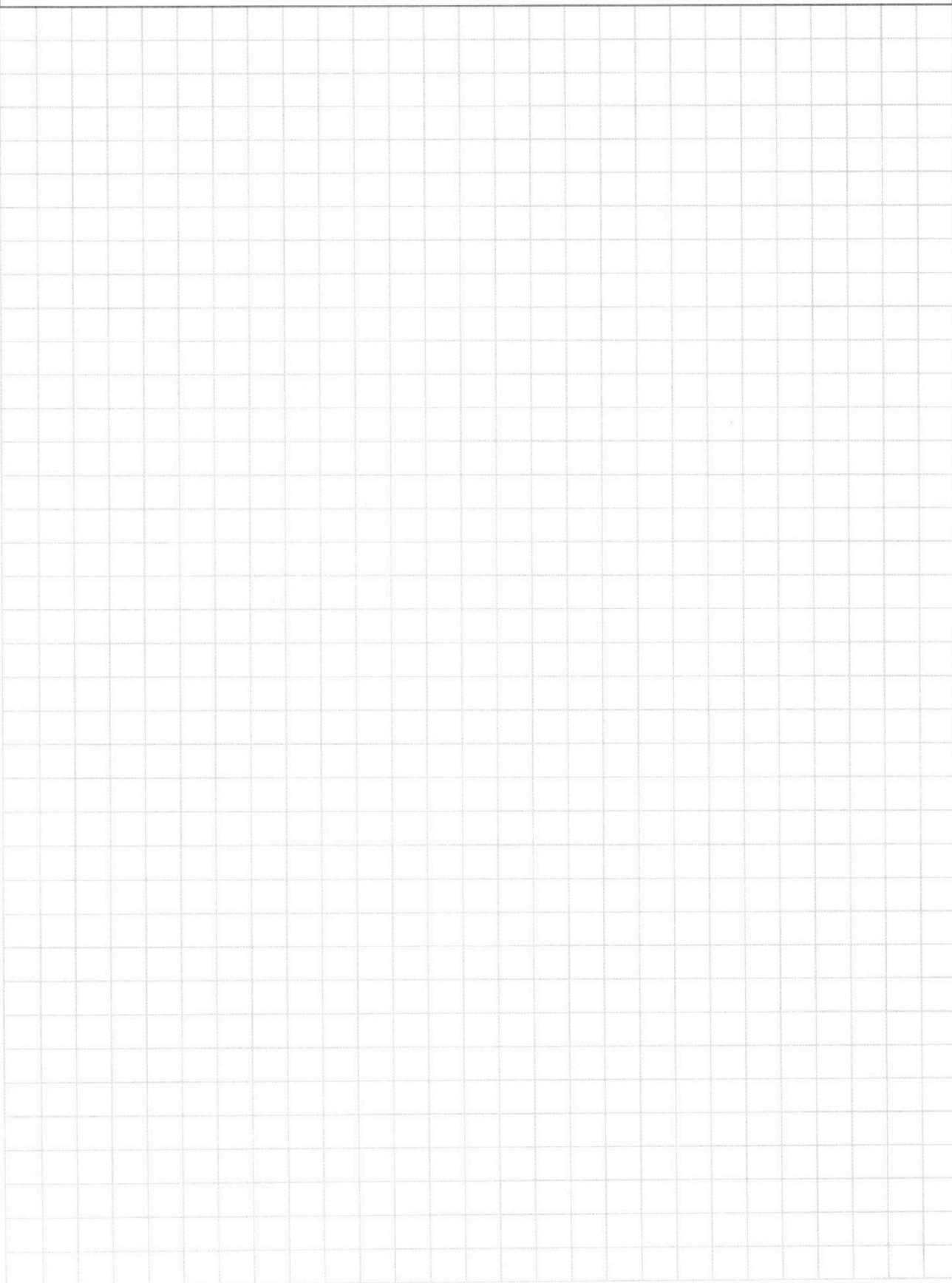
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



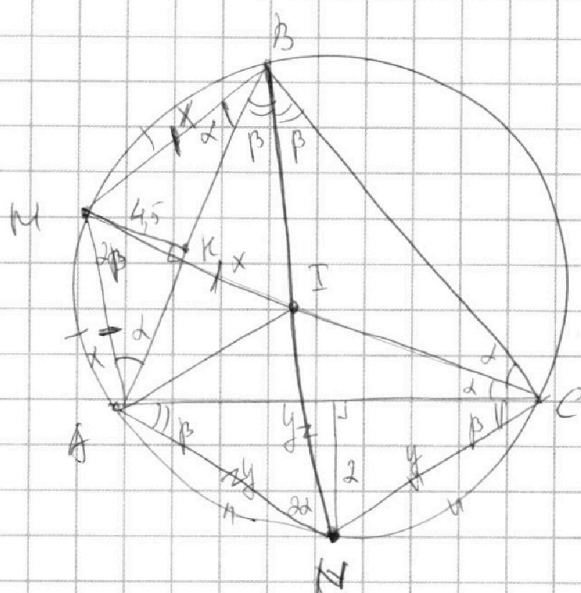
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



AI = ?

$$\sin \alpha = \frac{4.5}{x}$$

$$\sin \beta = \frac{2}{y}$$

$$\frac{AI}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{y}{\cos \alpha}$$

$$AI = 2y \cdot \sin \alpha = 2y \cdot \frac{4.5}{x} = \frac{9y}{x}$$

$$\frac{AI}{2 \sin \beta \cos \beta} = \frac{x}{\cos \beta}$$

$$AI = 2x \sin \beta = 2x \cdot \frac{2}{y} = \frac{4x}{y}$$

$$\frac{9y}{x} = \frac{4x}{y} \quad / \cdot xy$$

$$9y^2 = 4x^2$$

$$3y = 2x \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{3}$$

$$AI = \frac{9}{1} \cdot \frac{2}{3} = \boxed{6}$$

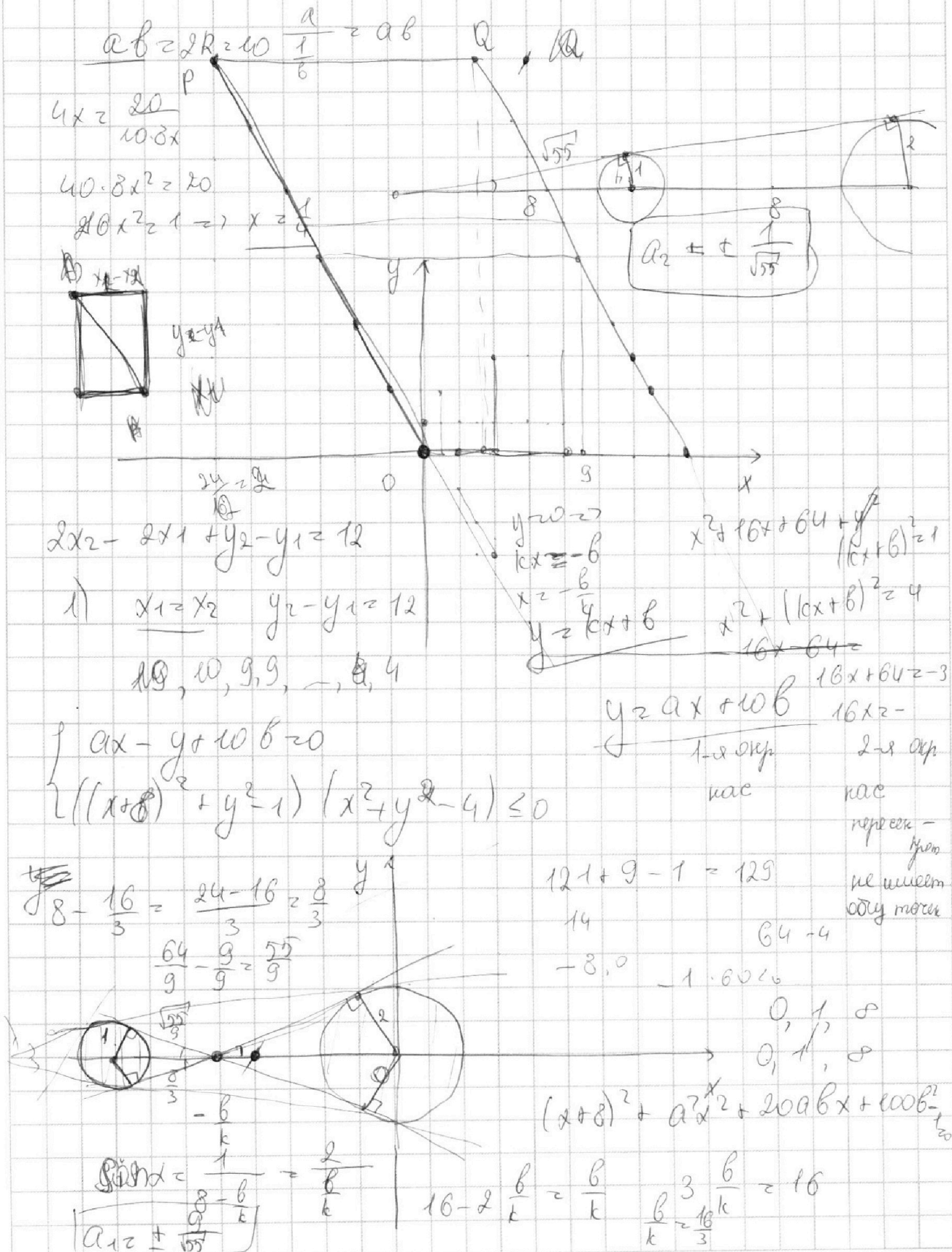
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



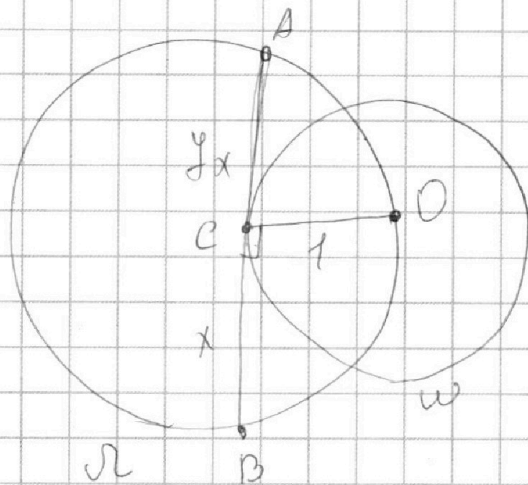
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

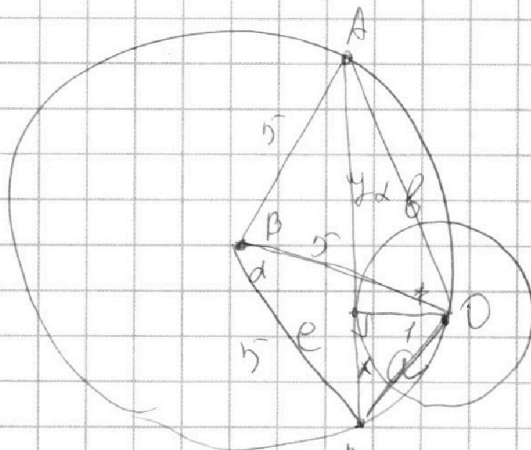
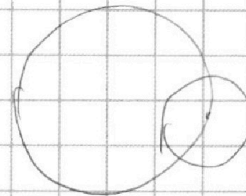
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



AB-?

$$\begin{aligned} r &= 1 \\ R &= 5 \end{aligned}$$



$$a^2 = x^2 + 1$$

$$b^2 = 49x^2 + 1$$

$$\begin{aligned} a^2 &= 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot \cos \alpha = \\ &= 50(1 - \cos \alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot \cos \beta = \\ &= 50(1 - \cos \beta) \end{aligned}$$

$$x^2 + 1 = 50(1 - \cos \alpha)$$

$$49x^2 + 1 = 50(1 - \cos \beta)$$

$$64x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot \cos(\alpha + \beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$64x^2 = 50(1 - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha = \frac{-x^2 + 1 + 50}{2 \cdot 25} = \frac{-x^2 + 49}{50} = \frac{(-x + 7)(x + 7)}{50}$$

$$\cos \beta = \frac{-49x^2 + 1 + 50}{2 \cdot 25} = \frac{-49x^2 + 49}{50} = \frac{(7 - 7x)(7 + 7x)}{50}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 7^{14}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{34}$$

abc миним. - ?

$$\Rightarrow ac \geq 2^{20} \cdot 7^{34}$$

$$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{14} \cdot 7^{14} \cdot 2^{20} \cdot 7^{34} = 2^{51} \cdot 7^{64}$$

$$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{52} \cdot 7^{64}$$

$$\Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$$

Пример.
 $a = 2^9 \cdot 7^{10}$

$$b = 2^5 \cdot 7^8$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{24}$$

$$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$$

② $\frac{a}{b}$ - несократ. $\Rightarrow (a, b) = 1$

$a, b \in \mathbb{N}$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$a+b : m$$

$$1+2 \geq 3$$

$$5-6 \cdot 2 \geq -7$$

m-наиб

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$

$$5$$

$$5^3 - 6 \cdot 14 = 5^3 - 84 = -31$$

$$m \mid (a+b, a^2 - 6ab + b^2) \Rightarrow (a+b, -6ab - 2ab) = (a+b, 8ab)$$

$$\Rightarrow (a+b, 8)$$

$$m_{\text{наиб}} = 8$$

$$(a+b, ab) = 1$$

$(a, b) = 1, p$ - простое число

$$ab : p \Rightarrow a : p, b : p$$

$$\text{НОД: } a : p \Rightarrow b : p \Rightarrow (a, b) \geq p$$

$$a \geq 3, b \geq 5$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{8}{9+25-0 \cdot 15} = \frac{8}{34-90} = \frac{8}{-56} = -\frac{1}{7}$$

$$= -\frac{8}{56} = -\frac{1}{7}$$

③

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

a b

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - (2x^2 + 2x + 1) = 2 - 4x + 2$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0$$

1) $a = b \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$

2) $a + b = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 49 \times 3 \\ \hline 16138 \\ 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 3x + 4 \\ 2 \\ \hline 8x^2 - 6x + 8 \end{array} \geq 1$$

$$8x^2 - 6x + 4 \geq 0$$

$$\frac{D}{4} = \frac{9}{4} < 0 \quad 2\sqrt{61} < 30 \quad 49x^2 - 48x + 4 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$\frac{32}{49} - \frac{140}{49} + \frac{137}{49} = \frac{29}{49}$$

$$\frac{32}{49} + \frac{56}{49} + \frac{49}{49} = \frac{137}{49}$$

$$\sqrt{29} - \sqrt{137} = -2$$

$$22 + 4\sqrt{61} < 123$$

$$4\sqrt{61} < 101$$

$$16 \cdot 61 < 101^2$$

$$\sqrt{29} - \sqrt{137} = -14$$

$$\sqrt{29} = \sqrt{137} - 14$$

$$29 = 137 - 196 =$$

ОДЗ: $2x^2 - 5x + 3 > 0$
 $2x^2 + 2x + 1 > 0$
 $D = 25 - 24 = 1$
 $x_1 = \frac{5-1}{4} = 1$
 $x_2 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$
 $\frac{D}{4} = 1 - 2 = -1 < 0$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$4x - 4 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$49x^2 - 48x + 4 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 56x = 0$$

$$\begin{array}{r} 41x^2 - 56x = 0 \\ x(41x - 56) = 0 \\ x = 0 \text{ or } x = \frac{56}{41} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \\ x_2 = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \end{array}$$

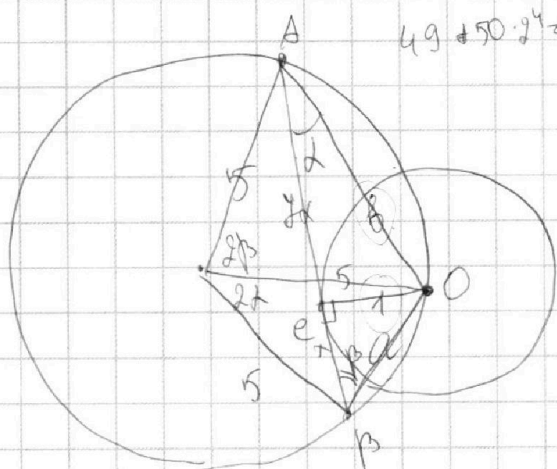
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$49 + 50 \cdot 2^4 + 99 \cdot 2^8 + \frac{49x^2}{b^2} - \frac{1}{b^2} = \frac{49x^2 - 1}{b^2}$$

$$Q^2 = x^2 + 1$$

$$b^2 = 4gx^2 + 1$$

$$a^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot \cos 2\alpha =$$

$$= 50(1 - \cos 2\alpha) =$$

$$= 50(x - \cancel{\cos x} + 2 \sin^2 x) =$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= 1 - 2\sin^2$$

$$x^2 + 1 = 100 \cdot \frac{1}{49x^2 + 1}$$

$$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 20x^2 - 99 = 0$$

$$\frac{K}{4} = 625 + 48512$$

$$x^2 + 1 = 50 - 50 \cdot \frac{49x^2 - 1}{49x^2 + 1} =$$

$$= 50 \cdot \frac{2}{49x^2 + 1}$$

$$P = 4x = \frac{1}{2} \cdot \frac{45}{ab \cdot 8x}$$

$$\sin(x+\beta) = \sin x \cos \beta + \sin \beta \cos x$$

$$06.8x^2=5 \quad 80x^2=5 \Rightarrow x^2=\frac{1}{16} \Rightarrow x=\frac{1}{4} \Rightarrow \begin{array}{r} 5446 \\ 1389 \end{array}$$

$$ab = \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{(49x^2 + 1)(49x^2 + 1)} = \boxed{AB = 2}$$

$$2 \sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} = 10$$

$$z = 150 \cdot \sinh^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{6^2}$$

$$\begin{array}{r} \times 99 \\ 49 \\ \hline 891 \\ + 396 \\ \hline 4851 \\ + 625 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$2500 + 4.49.99 =$

$$\begin{array}{r} 256 \\ \times 96 \\ \hline 1536 \\ 2304 \\ \hline \end{array}$$

245762.2

24546

$$\begin{array}{r} 49 \\ 28 \end{array} + \begin{array}{r} 50 \\ 28 \end{array} = 99$$

$$\begin{array}{r} 255 \\ + 51 \\ \hline 2601 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \times 33 \\ \underline{588} \\ 5880 \\ \hline 6468 \end{array}$$

5446
1389
463