



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

№ 1

1) Пусть $a:2^d$; $b:2^{\beta}$; $c:2^{\gamma}$, причём d, β, γ — max степеней 2 на которые делятся a, b и c . Тогда нужно, чтобы $d+\beta+\gamma$ было min для min произведения abc .

$$\begin{cases} ab:2^8 \\ bc:2^{12} \\ ac:2^{14} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d+\beta \geq 8 \\ \beta+\gamma \geq 12 \\ d+\gamma \geq 14 \end{cases} \text{ (*) сложим.}$$

$$2(d+\beta+\gamma) \geq 34 \Rightarrow \underline{d+\beta+\gamma \geq 17} \text{ — req.}$$

при $\begin{cases} d=5 \\ \beta=3 \\ \gamma=9 \end{cases}$ — система (*) выполняется и $d+\beta+\gamma=17$ (достигается)

$abc:2^{17}$ и делится на 2^{18} .

2) Аналогично $a:3^d$; $b:3^{\beta}$; $c:3^{\gamma}$
Рассуждая так же, получим:

$$\begin{cases} d+\beta \geq 14 \\ \beta+\gamma \geq 20 \\ d+\gamma \geq 21 \end{cases} \text{ (*)} \Rightarrow 2(d+\beta+\gamma) \geq 55 \text{ (сложим)}$$

ЛИСТ 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha, \beta, \gamma \geq 0 - \text{целые} \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma \geq \frac{55}{2} \Rightarrow$$

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 28 > \frac{55}{2} > 27$$

$\alpha + \beta + \gamma = 28$ - равенство достигается при $\gamma = 14; \beta = 6; \alpha = 8. \Rightarrow abc : 3^{28}$ и может
и совм. истинно (*) быть не кратна 3^{29} .

3) Аналогично $a : 5^4; b : 5^8; c : 5^4$

$$\begin{cases} \alpha + \beta \geq 12 (*) \\ \beta + \gamma \geq 17 \\ \alpha + \gamma \geq 39 \end{cases}$$

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 39 \text{ (п.к. } \beta \geq 0)$$

Равенство $\alpha + \beta + \gamma = 39$ достигается при $\beta = 0; \alpha = 12; \gamma = 27$ и совм. истинно (*).
 $\Rightarrow abc : 5^{39}$, но может быть не
кратно 5^{40} .

Значит $abc : (2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39})$ и может
быть не кратно большим степеням 2, 3, 5.

Других ограничений на простые множители нет.
 $\Rightarrow$ Ответ: $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ - наименьшее

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

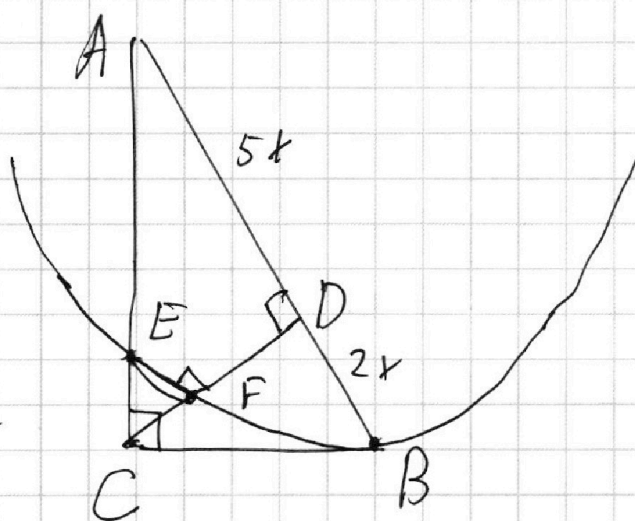
Дано: $\triangle ABC$ $\angle C = 90^\circ$

CD - высота $\frac{AD}{BD} = \frac{5}{2}$

Оx - ось касается
CB в точке B и не
пересекает CD в F и

AC в E. $S_0 = S_{CEF}$

Найти: $\frac{S_{APC}}{S_0} = ?$



Пусть $AD = 5x$, тогда $BD = 2x$.

По ср. геом для прямог. $\triangle$:

$$CD^2 = AD \cdot BD \Rightarrow CD = x\sqrt{10}$$

По т.-ме Пифагора для $\triangle BCD$ и $\triangle ACD$

$$CB^2 = x^2 \cdot 10 + 4x^2 \Rightarrow CB = x\sqrt{14}$$

$$AC^2 = 10x^2 + 25x^2 \Rightarrow AC = x\sqrt{35}$$

По т.-ме о кв.-те касательной:

$$CB^2 = CE \cdot CA \quad 14x^2 = x\sqrt{35} \cdot EC$$

$$\Rightarrow EC = \frac{14}{\sqrt{35}}x = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5}}x$$

ЛИСТ 3

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$EF \parallel AB \Rightarrow \angle CFE = \angle CDA = 90^\circ$ как соотв. при 11 параллельных

$\Rightarrow \triangle CFE \sim \triangle CDA$ по 2^м $\angle$ ($\angle C$ - общ.; $\angle CFE = \angle CDA = 90^\circ$), $k = \frac{CE}{CA} = \frac{2\sqrt{7}x}{\sqrt{5} \cdot x\sqrt{35}} = \frac{2}{5}$

$$\Rightarrow \frac{S_0}{S_{CAD}} = k^2 = \frac{4}{25} \quad ; \quad S_0 = \frac{4}{25} S_{CAD}$$

$$S_0 = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{2} x^2 \sqrt{10} \cdot 5$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} x^2 \sqrt{14} \cdot \sqrt{35}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_0} = \frac{\frac{1}{2} x^2 \sqrt{2} \cdot 7 \cdot \sqrt{5}}{\frac{1}{2} x^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 5 \cdot \frac{4}{25}} = \frac{7}{4/5} = \frac{35}{4}$$

Ответ: $\frac{S_{ABC}}{S_0} = \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{35}{4}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow -\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \pi = \frac{\pi - 2x}{10} \quad | \cdot 10$$

$$-15\pi + 10x = \pi - 2x$$

$$12x = 16\pi \quad \boxed{x = \frac{4\pi}{3}} \quad (\text{соотв. } \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right])$$

$$5) \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right]: \quad x = \frac{\pi}{2} - x, \text{ тогда}$$

$$(x + 2\pi) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(x + 2\pi)) \\ = x + 2\pi \Rightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi = \frac{\pi - 2x}{10} \quad | \cdot 10$$

$$25\pi - 10x = \pi - 2x; \quad 8x = 24\pi$$

$$\boxed{x = 3\pi} \quad (\text{соотв. } \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right])$$

$\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow$ других решений
нет. Объединив случаи 1-5 получим
ответ:

$$\text{Ответ: } x \in \left\{-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi\right\}$$

ЛИСТ 7

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{3}$

$$\text{to } \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi - 2x}{2}$$

$$\arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{2} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5\pi}{2}}$$

1) Пусть $\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, ~~тогда~~

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi - 2x}{2}, \arcsin(\sin x) = x, \text{ где } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{2} \Rightarrow 5\pi - 4x = \pi - 2x$$

$$8x = 4\pi \quad \boxed{x = \frac{\pi}{2}} \quad (\text{соев. } (\frac{\pi}{2} - x) \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}])$$

2) Пусть $\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

$$\arcsin(\sin x) = \sin x = \sin(\pi - (\pi - x)) = \sin(\pi - x)$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \arcsin(\pi - \frac{\pi}{2} + x) =$$

$$= \arcsin(\sin(\pi - \frac{\pi}{2} + x)) = \frac{\pi}{2} + x, \text{ т.к. } \pi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

ЛИСТ 5

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

таких условий: $\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$

$-\frac{\pi}{2} < -\frac{\pi}{2} - x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + x \leq \frac{\pi}{2} - 0 \quad \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$\frac{\pi}{2} + x = \frac{\pi - 2x}{10} \Rightarrow 5\pi + 10x = \pi - 2x$

$12x = -4\pi \quad \boxed{x = -\frac{\pi}{3}}$ (совм. $(\frac{\pi}{2} - x) \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$)

3) $x \in (\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2})$, $(\frac{\pi}{2} - x) \in (\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2})$.

$\alpha = \frac{\pi}{2} - x$, тогда $-\frac{\pi}{2} < \alpha - 2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$\arcsin(\sin \alpha) = \arcsin(\sin(\alpha - 2\pi)) = \alpha - 2\pi \Rightarrow$

$\frac{\pi}{2} - x - 2\pi = \frac{\pi - 2x}{10} \quad | \cdot 10$

$-15\pi - 10x = \pi - 2x; \quad 8x = -16\pi$

$\boxed{x = -2\pi}$ (совм. $(\frac{\pi}{2} - x) \in (\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2})$).

4) $(\frac{\pi}{2} - x) \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2})$, $\alpha = \frac{\pi}{2} - x$, тогда

$\arcsin(\sin \alpha) = \arcsin(\sin(\alpha + \pi)) = \arcsin(-\sin \alpha) =$
 $= -\arcsin(\sin(\alpha + \pi)) = -\alpha - \pi$, где $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \alpha + \pi < \frac{\pi}{2} \\ \text{или} -\frac{3\pi}{2} \leq \alpha < -\frac{\pi}{2} \end{cases}$ ЛНСТБ

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В силу симметрии отн. $O_1 O_2$:

$$a_1 = -a_2 = -\frac{\sqrt{51}}{7} \text{ (обе ок-ти симметричны отн. } O_1 O_2 \text{ и } OX \text{ симметр. отн. } O_1 O_2$$

$\Rightarrow$ общ. внутреннее касательное такое симметричное).

$$\begin{cases} A < a_1 \\ A > a_2 \end{cases} \quad \begin{cases} A < -\frac{\sqrt{51}}{7} \\ A > \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases} \quad \begin{aligned} a &= \frac{A}{3} \\ A &= \frac{a}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} < -\frac{\sqrt{51}}{7} \\ \frac{a}{3} > \frac{\sqrt{51}}{7} \end{cases} \Rightarrow a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right).$$

Ответ: $a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right).$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

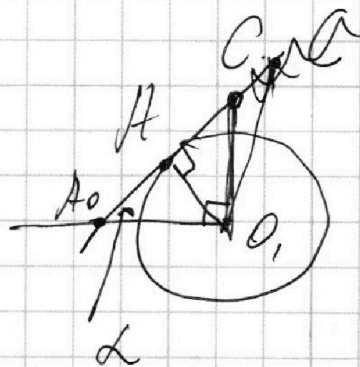
прямая a_2 . (тогда $O_1 A \perp AB$; $O_2 B \perp AB$) и

$C = AB \cap O_1 O_2$. Пусть $O_1 C = x$; $O_2 C = y$.

$\triangle O_2 B C \sim \triangle O_1 A C$ по $2^{\text{а}}$ ($\angle O_1 A C = \angle O_2 B C = 90^\circ$ и $\angle A C O_1 = \angle B C O_2$ как верт) $\Rightarrow$

$$\frac{x}{y} = \frac{O_1 A}{O_2 B} = \frac{1}{6} \quad x + y = O_1 O_2 = 10 \text{ км } O_1(0,0) \quad O_2(0,10)$$

$$\begin{cases} y = 6x \\ x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{7} \\ y = \frac{60}{7} \end{cases}$$



A_0 — точка пересечения AB и $O_1 O_2$. Тогда $\angle O_1 A_0 A = \alpha$ —

угол наклона прямой a_2 ($\angle \alpha = a_2$)

$O_1 C \perp O_1 A \Rightarrow \angle A_0 O_1 A = 90^\circ - \alpha$ (по сумме $\angle$)
 $\angle A_0 C = \alpha$

$$\text{Тогда } \cos \alpha = \frac{A O_1}{O_1 C} = \frac{1}{x} = \frac{7}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10} \quad (\alpha - \text{острый} \Rightarrow \sin \alpha > 0) \Rightarrow$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{\sqrt{51}}{7}}$$

ЛИСТ 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

обе ок-ции в 2^x точках (т.к. прямая имеет с ок-стью не более 2^x общих точек).

Рассмотрим общие внутренние касательные с условиями коэффициентами a_1 и a_2 ($a_1 < 0 < a_2$).

Если $A < a_1$, то

При фиксированном A $y = A + tB$ — множество всех прямых с условием коэффициентом A .

Если $A < a_1$, то например прямая пересекающая прямую a_1 , например в точке Q (между касаниями) будет иметь 4 точки пересечения с ок-стями $\Rightarrow$ такие A подходят.

Аналогично $A > a_2$ — подходят.

Если $a_1 \leq A < 0$, прямая пересекает

ок-сть $w_1(O(0;0) R=1)$, но она лежит не выше прямой с $\left[\begin{matrix} \text{Л} & \text{И} & \text{С} & \text{Т} & \text{Г} \end{matrix} \right]$



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

с условия коэффициента a_1 (мнее точек пересечения с w_1) (не выше, т.к. $a_1 \leq A < 0$), но тогда эта прямая не может пересекать w_2 в 2+ точках ($w_2 = D(0, 10); R=6$), а значит условие не выполняется $\forall B$ (если эта прямая не пересекает w_1 , то условие тем более не выполняется) $\Rightarrow A \in [a_1, 0]$ — не подходит

Аналогично $A \in (0, a_2]$ — не подходит

$A=0$: $y=B$ — прямая $\parallel OX$ — не может в данной ситуации иметь 4 точки пересечения.

$\Rightarrow \begin{cases} A < a_1 \\ A > a_2 \end{cases}$ — решение.

Пусть O_1, O_2 — центры окружностей w_1 и w_2 соответственно, O_1A и O_2B — радиусы в точки касания с прямой условия кот. — Л И С Т О

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4
а-? $\exists b$ такое, что
система имеет
4 решения.

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 & (2) \end{cases}$$

Простуем (2) в $y(x)$:

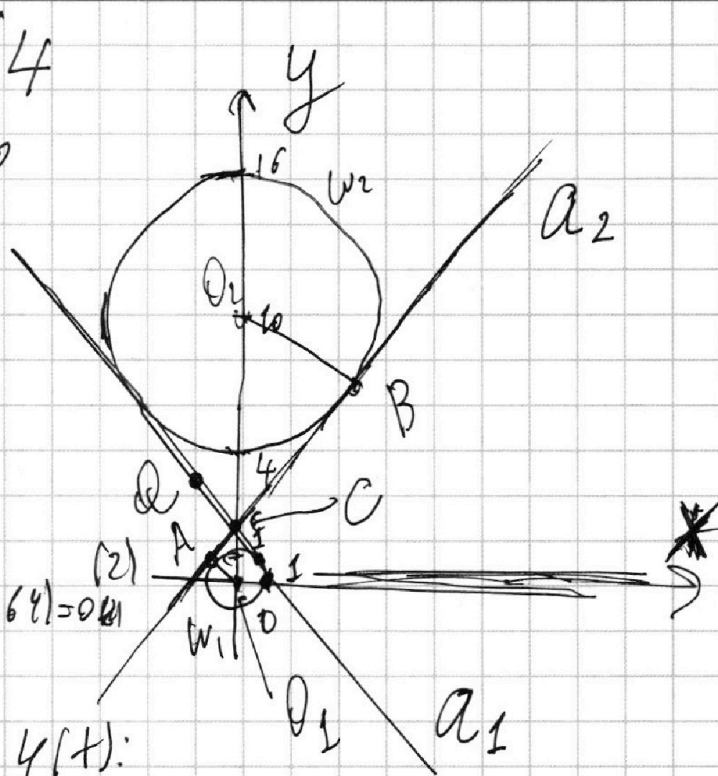
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 20y + 64 = -64 + 64 \end{cases}$$

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-10)^2 = 36 \end{cases}$ — две ок-тии с центрами $(0;0)$ и $(0;10)$ и радиусов 1 и 6 соответственно

$$(2): ax - 3y = -4b \Rightarrow$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3} \quad \forall b$$

Заменим $\frac{a}{3} = A, \frac{4b}{3} = B \quad (\forall b \in \mathbb{R} \Rightarrow B \in \mathbb{R})$
 $y = A + B$ — только перешагивать



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~(I) + (II): $u^5 + t^5 + 3(t+u) = 0$~~

(IV) - (III): $u^4 - t^4 + \frac{13}{3u} + \frac{13}{3t} = 0$

$(u^2 - t^2)(u^2 + t^2) + \frac{13}{3} \left(\frac{1}{u} + \frac{1}{t} \right) = 0$

$(u^2 + t^2)(u - t)(u + t) + \frac{13(u + t)}{3 \cdot ut} = 0$

Рассмотрим $t + u = 0$

обр. замена. $\log_5(2x) + \log_5 y = 0$

$\log_5(2xy) = \log_5 1 \xrightarrow{\log_5} 2xy = 1$

$xy = \frac{1}{2}$. Уже было доказано, что дру-
гих xy быть не может
(их не более 1²⁰)

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.

ЛИСТ 15

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\textcircled{1} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x}^5 = \log_{8x^3} 625 - 3$$

$$\textcircled{2} \log_5^4 y + 4 \log_5 y = \log_{y^3} 0,2 - 3$$

(xy) - ?

$$\textcircled{1}: \log_{8x^3} 625 = \log_{(2x)^3} 5^4 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5$$

$$\textcircled{2}: \log_{y^3} \frac{1}{5} = -\frac{1}{3} \log_y 5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y y 5 = -\frac{1}{3} \log_y 5 - 3 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0 \\ \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 + 3 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0 \\ \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 + 3 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0 \\ \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 + 3 = 0 \end{array} \right.$$

Пусть $\log_5(2x) = t$, тогда $\log_{2x} 5 = \frac{1}{t}$

$$\log_5 y = u$$

$$\log_5 y = \frac{1}{u}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t^4 - \frac{13}{3} t + 3 = 0 \quad | \cdot t \neq 0 \\ u^4 + \frac{13}{3u} + 3 = 0 \quad | \cdot u \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t^4 - \frac{13}{3} t + 3 = 0 \quad | \cdot t \neq 0 \\ u^4 + \frac{13}{3u} + 3 = 0 \quad | \cdot u \neq 0 \end{array} \right.$$

ЛИСТ 13

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0 & (I) \\ u^5 + 3u + \frac{13}{3} = 0 & (II) \end{cases}$$

Функция $f(x) = x^5 + 3x$ возрастает на $\mathbb{R}$ как функция возрастающая на $\mathbb{R}$ (x^5 и $3x$), значит какое своё значение она принимает 1 раз $\Rightarrow$ ур-я (I) и (II) имеют не более 1^{го} решения каждое.

$$\log_5(2t) = t \quad \left| \begin{array}{l} y = \log_5 z - \text{возраста-} \\ \log_5 y = u \quad \text{ющая ф-я } (5 > 1) \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$ каждому u и t соотв. единственные x и y .

Значит может существовать не более одной пары произведений xy . найдем ее.

$$\begin{cases} t^5 + 3t - \frac{13}{3} = 0 & (I) \\ u^5 + 3u + \frac{13}{3} = 0 & (II) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^4 - \frac{13}{3t} = -3 & (IV) \\ u^4 + \frac{13}{3u} = -3 & (V) \end{cases}$$

ЛИСТ 14

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Это пар-м с вершинами $(9; 0); (0; 9); (-9; 9)$ и $(0; 9)$. ~~*~~~~*~~

На его сторонах $\parallel OX_1$; $9 - 0 + 1 = 10$ точек.

k -от 0 до 9 $\Rightarrow$ таких прямых $9 - 0 + 1 = 10$ шт.

Значит всего в пар-м включая граничные вкрайние значения $K_0 = 10^2$ точек, при выборе которых $(45 + y, +5x) \in [0; 90]$ - условия ~~*~~~~*~~ $\Rightarrow$

Всего внутренних пар $17 \cdot 10^2 = 1700$.

Из пар-ма ~~*~~~~*~~: $0 \leq k + t_1 \leq 9 \Rightarrow$

$45 \leq 45 + 5k + 5t_1 \leq 90$, но точки на крайней прямой $k + t_1 = 9$: $45 + 5x = 45$ ($45 = 5 \cdot 9$) ~~5x + 45 = 9~~ - в пар-ме $P \& Q$ пересекают OY в $(0; 45) \Rightarrow$ эти точки уже учтены при подсчёте границ $\Rightarrow$

Нужно убрать из K_0 10 точек на

прямой $(9; 0); (0; 9)$ в $k(t_1)$, тогда всего $17(10^2 - 10) = 1530$ ~~пар~~ Итого 19

Ответ: 1530.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(k|=5 \Rightarrow$ на этой стороне $18-2+1=17-$
(целое) точек с целыми координатами

$\Rightarrow$ Всего 17-ко крайних точек, где
 k_0 — кол-во способов выбрать А так,
что прямая $y_2 | x_2$ проходит через точки
напр-на $\otimes$.

PQ — пересекает OY в $(0; 90)$, а

$RQ (y = -5x + 90)$ — в $(0; 90) \Rightarrow$

$(45 + y_1 + 5x_1) \in [0; 90]$ — условие $\otimes$.

$\Rightarrow y_1 = 5k, k \in \mathbb{Z}$, тогда $0 \leq 45 + 5k + 5x_1 \leq 90$

$\Rightarrow -9 \leq k + x_1 \leq 9$

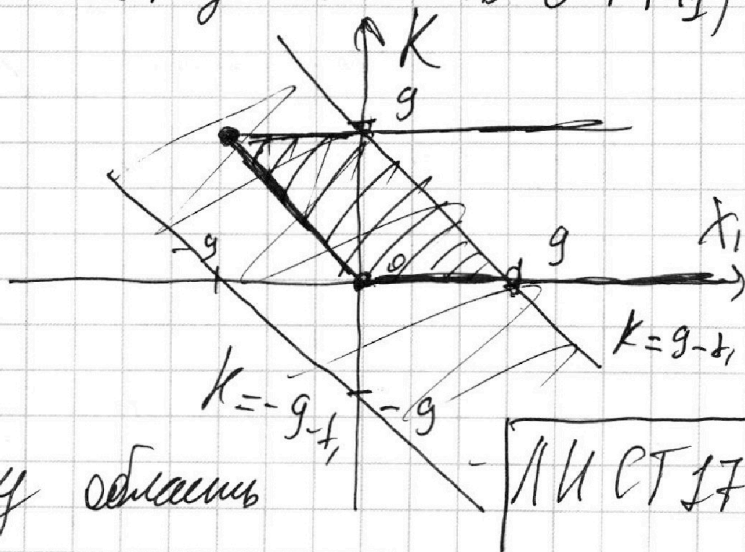
~~Решим~~ наметим эту область в $k(x_1)$

$k = 9 - x_1$, | прямые

$k = -9 - x_1$, | проходящие

через $(9; 0); (0; 9)$ и

$(-9; 0); (0; -9)$ соотв.



Ограничим эту область

ЛИСТ 17

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

такие значения, которые могут соотв.
точкам PQ .

PQ : $y = -5x$ (т.к. постр. $k=5$ и проходим через $(0;0)$)

Еще $y = y_2 = 5k$; $x = x_1 \Rightarrow k = -x_1$

ур-е точек на стороне PQ в $k(x_1)$

линейная ф-я через $(0,0)$ и $(-9,9)$

$y \geq 0$ $y = 5k \Rightarrow k \geq 0$ - пересекает
в $(9,0)$ $k + x_1 = 9$.

Еще $x_1 = 9$ найдем возможн k

PQ : $y = -5 + 90$ $x_1 = 9 \Rightarrow y = 45 = 5k$

$\Rightarrow k \leq 9$ - верно для $x_1 = 9 \Rightarrow$ верно

для других x_1 так же ($x_1 < 9$ -
при ограничении $k + x_1 \geq 0$)

Таким образом все возможные
точки на $k(x_1)$ - ограничены

$-9 \leq k + x_1 \leq 9$

$k \geq 0$

$k \leq 9$

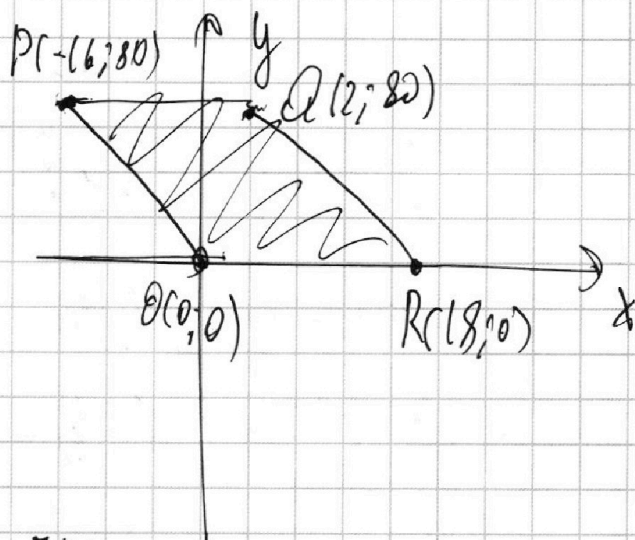
⑩ $k + x_1 \geq 0$

ЛИСТ 18

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6
Дано: пар. м DRAP
 $O(0;0)$ $P(-16;80)$;
 $Q(2;80)$; $R(18;0)$



Каково $A(x_1; y_1)$ и
 $B(x_2; y_2)$ —? так как, что

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

Пусть $A(x_1; y_1)$ фиксированна $\Rightarrow$

$y_2 = -5x_2 + (45 + y_1 + 5x_1)$ — прямая на которой лежат B.

Рассмотрим RQ: $y = kx + b$ — упр-е
прямой

$$\begin{cases} 80 = 2k + b \\ 0 = 18k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -5 \\ b = 90 \end{cases}$$

$k = -5$ совпадает с коэф. наклона

стороны пар-ла ($y_2 = -5x_2 + (45 + y_1 + 5x_1)$)

Значит. эти прямые совпадают с // стороне RQ.

ЛИСТ 16

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$H A_1 = \frac{\sqrt{23 \cdot 73}}{2}.$$

Площадь Δ из медиан CC_1 и BB_1 с $\angle A$ составляет $\frac{3}{4} S_{ABC}$ по формуле из св-ств медиан

$$\frac{3}{4} S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin A \cdot BB_1 \cdot CC_1,$$

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{150}{\sin A}. \text{ Искомое } AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 =$$

$$= \frac{150 \cdot 24}{\sin A} = \frac{3600}{\sin A}.$$

По теореме Пифагора: $AB = \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 + (AA_1 + 8)^2}$

$$AC = \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 + (8 - AA_1)^2}$$

По т.ме косинусов $256 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A$

$\Rightarrow$

Ответ: $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \frac{3600}{\sin A}$, где $\sin A =$

$= \sqrt{1 - \cos^2 A}$, где $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - 256}{2AB \cdot AC}$, где

$AB = \sqrt{\frac{625}{4} + (AA_1 + 8)^2}$, $AC =$

ЛИСТ 22



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= \sqrt{\frac{628}{4} + (8 - AK_1)^2}, \quad AK_1 = \frac{\sqrt{23.73}}{2}.$$

ЛНСТ₂₃

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$N \neq$

Дано: SAB - пирамида
медианы $\triangle ABC$ пересека
ются в точке M

сфера Ω касается
 AS в L и (ABC) в K
 $K \in AM$ и пересекает
 SM в P и Q .

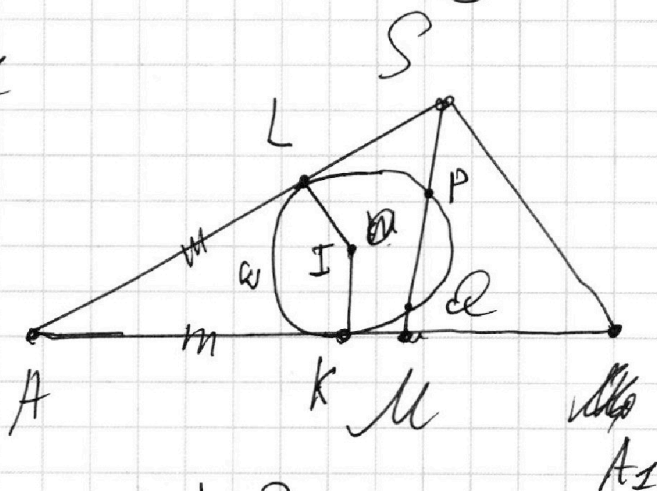
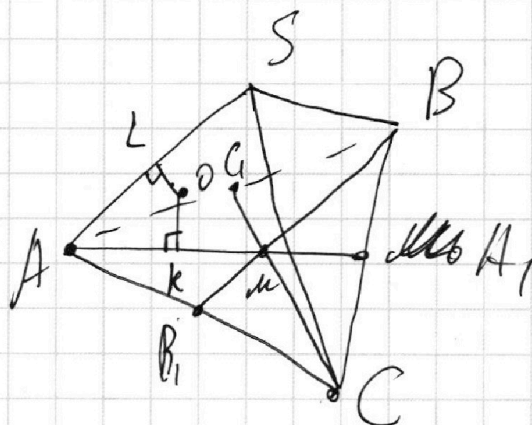
$$SP = MQ; SA = BC = 16$$

$$S_{ABC} = 100$$

а) Найти: $(AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1) - ?$

Таким образом (ASA_1) . $OK \perp (ABC)$ - радиус,
 $\Rightarrow OK \perp AA_1$.

В сечении Ω (ASA_1) получается ок-сть ω ,
которая касается AA_1 в K и AS в L
(т.к. $K, L \in (ASA_1)$ и других точек
пересечения не может быть т.к.
сфера касается AS и (ABC))



Л И СТ 20

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По т.-м. окв-те касательных

$$SL^2 = SP \cdot CQ = SP(SP + PQ)$$

$$KM^2 = MQ \cdot MP = MQ(QP + MQ)$$

$MQ = SP \Rightarrow SL = KM$ (если P и Q —
в одном порядке от M S — аналогично
то $LS = KM$)

$AL = AK$ по св. 2^х касат. проведен из
той же точки

$$\Rightarrow AS = AL + LS = AK + KM = AM = 16$$

По св. медиан $\frac{AM}{AO} = \frac{2}{3} \Rightarrow AO = 24$

$S_{ABC} = 100$; Пусть AH — высота

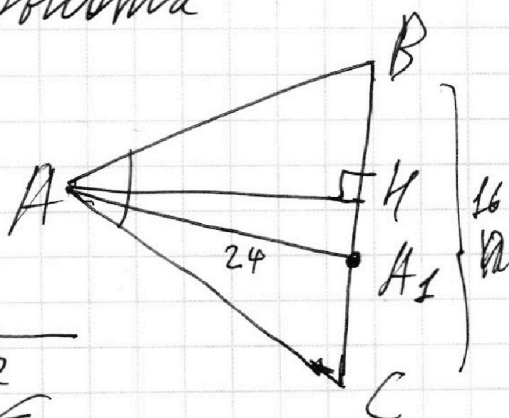
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC$$

$$200 = AH \cdot 16 \quad AH = \frac{200}{8} = \frac{25}{2}$$

По т.-м. Пифагора

$$\text{для } \triangle AHA_1: HA_1 = \sqrt{24^2 - \left(\frac{25}{2}\right)^2}$$

$$HA_1 = \sqrt{24^2 - \left(\frac{25}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{48^2 - 25^2}}{2}$$



Лист 21

$$EC = + \frac{14}{\sqrt{35}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5}} \quad + \quad \frac{EC}{AC} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{35}} = \frac{2}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

abc - min

$$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$a = 2^d$$

$$b = 2^p$$

$$c = 2^r$$

$$\begin{cases} d+p \geq 8 \\ p+r \geq 12 \\ d+r \geq 14 \end{cases}$$

$$2d+2p+2r \geq 34$$

$$\underline{d+p+r \geq 17}$$

$$d=7; p=7; r=3$$

$$\begin{aligned} d &= 5 \\ p &= 3 \\ r &= 9 \end{aligned}$$

$$\underline{2^{17}}$$

$$a: 3^d; b: 3^p; c: 3^r$$

$$\begin{cases} d+p \geq 14 \\ p+r \geq 20 \\ d+r \geq 21 \end{cases}$$

$$2(d+p+r) \geq 55$$

$$\underline{d+p+r \geq 28}$$

$$r=14; p=6; d=8$$

$$\begin{aligned} & \frac{34}{21} \\ & \frac{55}{56} \end{aligned} \quad \frac{55}{2} = 27,5$$

$$3^{28}$$

$$d=17$$

$$\begin{cases} d+p \geq 12 \\ p+r \geq 17 \\ d+r \geq 39 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 29 \\ & \frac{39}{68} \end{aligned} \quad \frac{34}{34}$$

$$\underline{d+p+r \geq 34}$$

$$\underline{d+p+r \geq 39}$$

$$p=0; d=12; r=27$$

$$5^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ ~~Числовой~~ $\sin(\alpha - 2\pi)$ $\cos \frac{\pi}{2} = 0$
 $\frac{\pi}{2} - \alpha - 2\pi = \frac{\pi - 2\pi}{10}$ $\frac{10\pi}{8} \frac{5\pi}{2} \frac{-\pi}{8} \frac{1}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{5\pi}{2}$

$-10\alpha + 5\pi - 20\pi = \pi - 2\pi$ $8\alpha = -16\pi$ $\boxed{\alpha = -2\pi}$

4) $\left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right]$ $\sin \alpha = \sin((\alpha + \pi) - \pi) =$
 $= -\sin(\alpha + \pi) = -\frac{1}{2} = -\frac{10\pi}{8} = -\frac{5\pi}{4}$

$-(\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha) = \frac{\pi - 2\pi}{10}$

$-15\pi + 10\alpha = \pi - 2\pi$ $12\alpha = 16\pi$ $\boxed{\alpha = \frac{4\pi}{3}}$

5) $\left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right]$ $\sin \alpha = \sin(\alpha + 2\pi)$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi - \alpha = \frac{\pi - 2\pi}{10}$

$25\pi - 10\alpha = \pi - 2\pi$ $24\pi = 8\alpha$ $\boxed{\alpha = 3\pi}$

$2x - 3y + 4z = 0$

$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 100) = 0$

$\boxed{x^2 + y^2 = 1}$

$x^2 + y^2 - 20y + 100 = -64 + 100$

$x^2 + (y - 10)^2 = 6^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$\cos \arcsin(\cos x) = \pi - 2x \quad \cos x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi - 2x}{2}$$

$$\arcsin(\sin \alpha) = \alpha, \quad \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{2} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$



$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$-4\pi \leq 2x \leq 6\pi$$

$$x \in [-2\pi; 3\pi]$$

$$\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)$$

$$-3\pi \leq -x \leq 2\pi$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$1) \quad \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]:$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{2}$$

$$5\pi - 10x = \pi - 2x$$

$$4\pi = 8x$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$2) \quad \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]:$$

$$\sin \alpha = \sin(\pi - (\pi - \alpha)) = \sin(\pi - \alpha)$$

$$\pi - \frac{\pi}{2} + x = \frac{\pi - 2x}{2}$$

$$5\pi + 10x = \pi - 2x$$

$$12x = -4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{3}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\frac{x \cdot y}{2}$$

$$\log_5^4 x - 3 \log_x 5 = \log_x^3 625 - 3$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y^3 0.2 - 3$$

$$\frac{y \cdot 25}{y \cdot y}$$

$$\frac{x \cdot 20}{x \pm 1}$$

$$\log_5^4 x - 3 \log_x 5 = \log_x$$

$$(125)$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y \frac{1}{2} - 3$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{1}{-\log_2 y} - 3$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\log_x^3 625 = \log_x^3 125 + \log_x^3 5$$

$$a^6 + 26 \cdot 4a$$

$$2at^2 + a^3t - 13.0$$

$$\log_5^4 y - 4 \log_y \frac{1}{5} = \log_y^3 \left(\frac{1}{125}\right) - 3$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5$$

$$a^3t + 2at^2 = 13$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\log_{y^3} 0,2 = \log_{y^3} \frac{1}{5} = \log_{y^3} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \right)^3 = \log_y \frac{1}{\sqrt[3]{5}} =$$

$$= \log_y 5^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \log_y 5 \quad \log_5 y + \log_5 (2+1) = 0$$

$$\begin{cases} \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 = -3 \\ \log_5^4 (2+1) - \frac{13}{3} \log_5 (2+1) = -3 \end{cases} \quad \begin{aligned} \log_5 (2 \times y) &= 0 \\ 2 \times y &= 1 \quad \left(\frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\log_5^4 y + \frac{13}{3 \log_5 y} = -3$$

$$\begin{cases} x^4 + \frac{13}{3} x = -3 \\ y^4 - \frac{13}{3} y = -3 \end{cases}$$

$$\boxed{y^4 - \frac{13}{3} y = -3}$$

$$\begin{aligned} & \cancel{x^4 - y^4 + \frac{13}{3} (x+y) = 0} \\ & (x^2 + y^2) (x-y) (x+y) + \frac{13}{3} (x+y) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y^4 + \frac{13}{3y} = -3 \\ x^4 - \frac{13}{3x} = -3 \end{cases}$$

$$x^4 - y^4 - \frac{13}{3x} + \frac{13}{3y} = -3$$

$$\begin{cases} y^4 + \frac{13}{3y} + 3 = 0 \\ x^4 - \frac{13}{3x} + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y^5 + 3y + \frac{13}{3} &= 0 & x^5 - \frac{13}{3x} + 3 &= 0 \\ x^5 + 3x + \frac{13}{3} &= 0 & x^5 + 3x - \frac{13}{3} &= 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

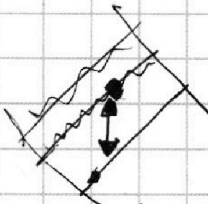
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$y = -5x + 45$$

$$0 \leq k \leq 9$$

$$45 \leq 45 + 5(k+7) \leq 90$$

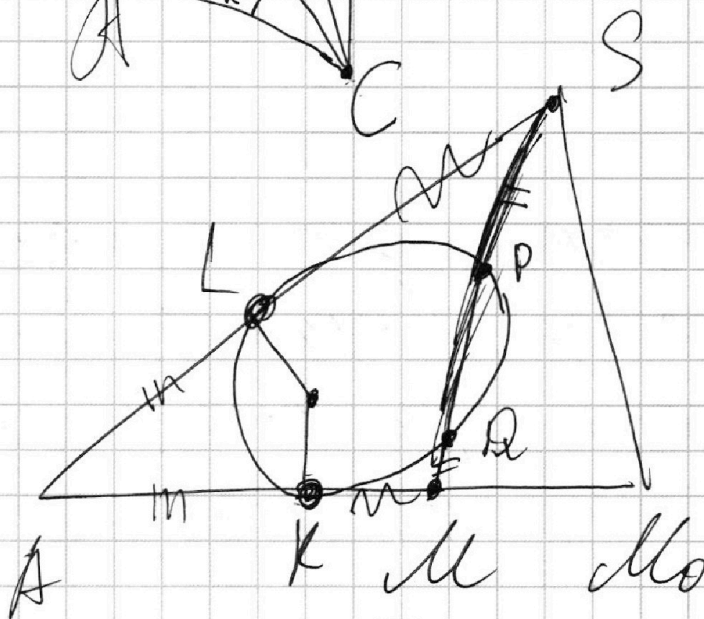
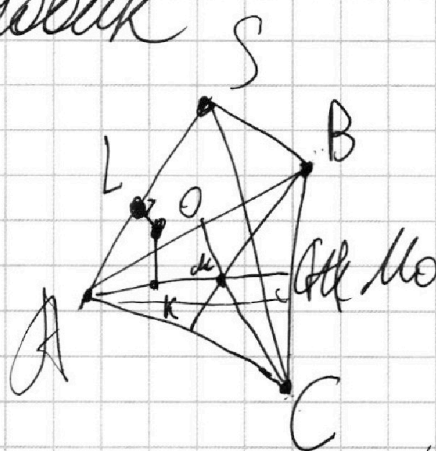
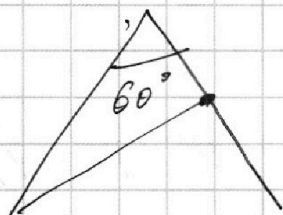
$$S_{ABC} = 100$$

$$SA = BC = 16$$

$$BC = 16$$

$$AM = 16$$

$$AM_0 = 24$$



$$a \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$a^2 \frac{3}{4}a$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 24 \\ 15 \\ \hline 120 \\ 24 \\ \hline 360 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$45 + 5x_1 + y_1$$

$$y_1 : 5$$

$$y_1 = 5k$$

$$0 \leq 45 + 5x_1 + y_1 \leq 90$$

$$0 \leq 9 + x_1 + k \leq 18$$

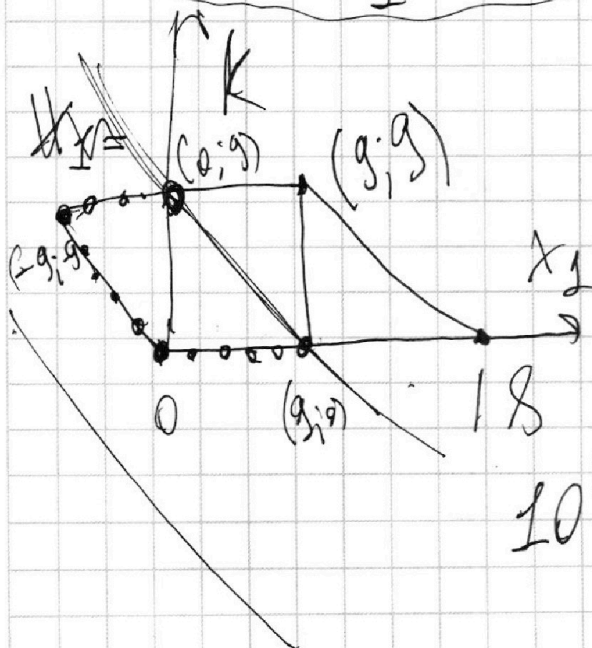
$$-9 \leq x_1 + k \leq 9$$

$$x_1 \in \{0, \dots, 18\}$$

$$k \in \{0, 16\}$$

$$x_1 \in \{-9, \dots, 9\}$$

$$k \in \{0, 9\}$$



$$x_1 = -9 : \emptyset$$

$$10^2 \cdot 17 = 1700$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x}^4 5 - \log_{8x^2}(625) = \log_5^4 y + 4 \log_y 5 - \log_y \frac{1}{2}$$

$$\log_5^4(2x) - \log_5^4 y - 4 \log_{2x} 5 - \log_{8x}$$

$$(\log_5^2(2x) + \log_5^2(y))(\log_{5x} 5 - \log_5 y)(\log_{5x} + \log_{5y})$$

$$-4 \log_{2x} 5 - \log_{8x^3} 5 - 4 \log_y 5 + \log_y \frac{1}{2} = 0$$

$$-4(\log_{2x} 5 + \log_y 5) \quad \sqrt[4]{125}^{\frac{4}{3}}$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_5(2x) = 3 \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1+y}{1+y}$$

$$(x^2 + y^2)(1+y)(1-y) - \frac{13}{3} \left(\frac{1+y}{1+y} \right) = 0$$

$$x+y=0$$

$$x+y=1$$

$$(x^2 + y^2)(1-y) - \frac{13}{3+y} = 0$$

$$x^2 + y^2 = (1-y)^2 + 2t$$

$$a^2 + 2t$$

$$(a^2 + 2t)a - \frac{13}{t} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

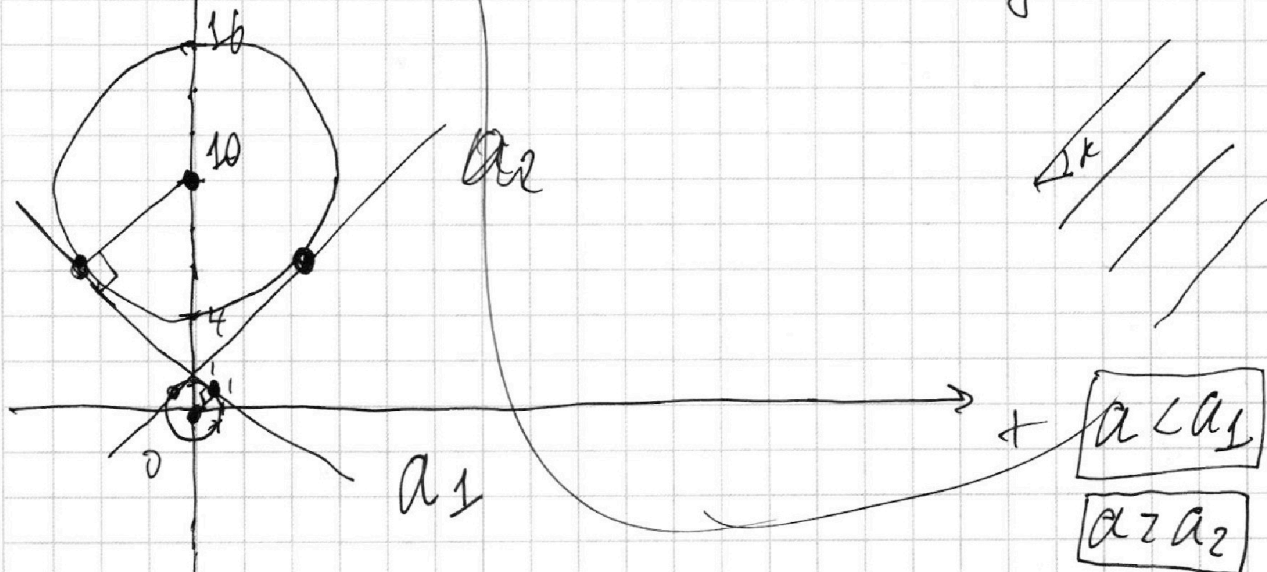
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$ax - 3y + 4b = 0$$

$$3y = ax + 4b$$



$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$$

$$y = Ax + B$$

$$\frac{1}{6} = \frac{x}{y}$$

$$6x = y$$

$$x + y = 10$$

$$x = \frac{10}{7}, y = \frac{60}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 \cdot 7}{10} = \frac{7}{10} \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$\lg \alpha = \frac{7}{\sqrt{51}}$$

