



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab \leq \frac{8}{3}$ из условия:

$$\begin{cases} ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot k_1 \\ bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot k_2 \\ ca = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{20} \cdot k_3 \end{cases} \quad k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{N}$$

За $\|x\|_p$ будем обозначать кол-во вхождений простого числа p в разложение числа x

Тогда наше условие можно переписать так:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \begin{cases} \|a\|_5 + \|b\|_5 \geq 12 \\ \|b\|_5 + \|c\|_5 \geq 17 \\ \|c\|_5 + \|a\|_5 \geq 20 \end{cases} \\ \textcircled{2} \quad & \begin{cases} \|a\|_3 + \|b\|_3 \geq 14 \\ \|b\|_3 + \|c\|_3 \geq 20 \\ \|c\|_3 + \|a\|_3 \geq 21 \end{cases} \\ \textcircled{3} \quad & \begin{cases} \|a\|_2 + \|b\|_2 \geq 8 \\ \|b\|_2 + \|c\|_2 \geq 12 \\ \|c\|_2 + \|a\|_2 \geq 14 \end{cases} \end{aligned}$$

из $\textcircled{1}$ ~~$\|a\|_5 \geq 12 - \|b\|_5$~~ и т.д. находим минимальные значения abc , нам нужно, чтобы $\|abc\|_5$, $\|abc\|_3$ и $\|abc\|_2$ были минимальны возмозможны (помимо, что $\min(abc)$ не будет состоять из других простых чисел в разложении, иначе мы сможем уменьшить, уменьшив abc и сохранив св-во).

1) из $\|abc\|_5 \geq \|a\|_5 + \|b\|_5 + \|c\|_5 \geq \|a\|_5 + \|c\|_5 \geq 20 \Rightarrow \min \|abc\|_5 = 20$ (он достигается при $\|a\|_5 = 20$, $\|c\|_5 = 0$, $\|b\|_5 = 0$ тогда пер система $\textcircled{1}$ будет верна).

2) $\|abc\|_3$ из $\textcircled{2}$ (сложив все нер-ва и поделив на 2):

$$\|a\|_3 + \|b\|_3 + \|c\|_3 \geq 27,5 \Rightarrow \|abc\|_3 = \|a\|_3 + \|b\|_3 + \|c\|_3 \geq$$

≥ 28 (т.к. $\|a\|_3, \|b\|_3, \|c\|_3 \in \mathbb{N}$) 28 ~~дот~~ этот минимум достигается при $\|c\|_3 = 13$, $\|a\|_3 = 8$, $\|b\|_3 = 7$ (тогда система $\textcircled{2}$ верна и $13+8+7=28$)

3) $\|abc\|_2$ из $\textcircled{3}$ (сложив нер-ва и поделив на 2): $\|a\|_2 + \|b\|_2 + \|c\|_2 \geq 17 \Rightarrow \min \|abc\|_2 = 17$ (17 ~~дот~~ достигается при $\|a\|_2 = 5$, $\|b\|_2 = 3$, $\|c\|_2 = 9$. Тогда $\textcircled{3}$ верна и $5+3+9=17$)

4) из 1, 2, 3 получаем, что $\min abc = 2^{20} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ $\Rightarrow$ Об: $2^{20} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$
(достигается он, ^{напримр} при $a = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$, $b = 2^4 \cdot 3^7$, $c = 2^{12} \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$)

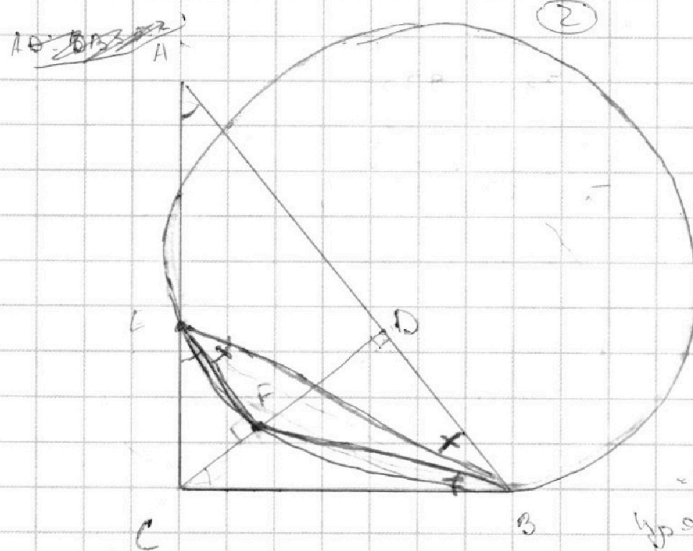
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $EF \parallel AB$, $AD:DB = 5:2$

Найти: $\frac{S_{ABCE}}{S_{CEFB}}$

1) $EF \parallel AB$, $CD \perp AB \Rightarrow$

$\Rightarrow EF \perp CF \Rightarrow \triangle CFE$ - прямоугольный

2) Пусть $\angle CAD = \alpha$, $\angle ABC = \beta$.

из $AD \parallel EF$ и секущей AE :

$\angle CEF = \angle CAD = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle EFC \sim \triangle ACB$ т.к. это гвб

гипотенуз. $\triangle C$ равными углами или
гипотенуз.

3) Из подобия получаем:

$$\frac{EF}{AC} = \frac{CF}{CB} = \frac{EC}{AB} = k$$

$$\frac{S_{ABCE}}{S_{CEFB}} = \frac{1}{k^2}$$

4) т.к. CD - высота прямоугольного $\triangle ABC$

$$BC^2 = BD \cdot AB$$

5) $\triangle ABC \sim \triangle CDB$ (т.к. $\angle ACB = \angle CDB = \beta = \alpha = \angle CAD$) $\Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{CA}{AD} = \frac{BC}{AC} = \tan \alpha$

Пусть $BD = 2x$. Тогда $AD = 5x$. Получим $\frac{2x}{CD} = \frac{CA}{5x} = \tan \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CD}{2x} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{1}{\tan \alpha} \cdot \frac{2}{5} = \frac{CA}{2x} \cdot \frac{2}{5} = \frac{CA}{5x} = \tan \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{7}}; \cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{7}} \quad (\text{т.к. } \alpha \in (0; \frac{\pi}{2}))$$

6) Проведем EB и FB . $\angle CBF = \angle FEB$, т.к. окр. GPB кас. BC .

$\angle FEB = \angle EBA$, т.к. $EF \parallel AB \Rightarrow \angle FBC = \angle EBA \Rightarrow \triangle EBD \sim \triangle FBC$

(т.к. $\angle FCB = \angle CAD = \alpha$) $\Rightarrow \frac{CF}{AE} = \frac{FB}{EB} = \frac{CB}{AB} = \sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{7}} \Rightarrow CF = \sqrt{\frac{2}{7}} AE$

7) Из равенства $\triangle ACD$ и $\triangle EFC$ получим $EF \parallel AD$: $\frac{CF}{AE} = \frac{EC}{AB} \Rightarrow$

$$\frac{CF}{AE} = \frac{EC}{AB} = \frac{EC}{AD} \cdot \frac{AD}{AB} = \cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{7}} \Rightarrow \frac{CF}{AE} = \sqrt{\frac{5}{7}} \Rightarrow CF = \sqrt{\frac{5}{7}} AE$$

7) Пусть стороны $AB = 7$ (пробуем выбрать если они 7х, сделаем проверку с помощью $\frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A$ и значения косинуса угла α). Тогда $AD = 5$,

$$DB = 2, CB = \sin \alpha \cdot AB = \sqrt{14}; AC = \cos \alpha \cdot AB = \sqrt{35}$$

$$8) \text{ Из к.г.: } CF = \sqrt{\frac{2}{7}} AE, \text{ из н. 3: } k = \frac{CF}{CB} = \frac{\sqrt{\frac{2}{7}} AE}{\sqrt{14}} = \frac{AE}{7} \Rightarrow AE = 7k$$

$$9) CE = AC - AE = \sqrt{35} - 7k \Rightarrow k = \frac{EC}{AB} = \frac{AC - AE}{AB} = \frac{\sqrt{35} - 7k}{7} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{35}}{14}$$

$$10) \text{ Из н. 3: } \frac{S_{ABCE}}{S_{CEFB}} = \frac{1}{k^2} = \frac{14^2}{35} = \frac{28}{5} \Rightarrow \text{ОТВ: } \frac{28}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



③

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$10 \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right) = \pi - 2x$$

$$\arccos(\cos x) = \frac{x + 2\pi}{5}$$

т.к. $\arccos$ принимает значение от 0 до π

$$\frac{x + 2\pi}{5} \in [0, \pi] \Rightarrow x \in [-2\pi, 3\pi]$$

$$1) \text{ If } x \in [0, \pi]: \arccos(\cos x) = x = \frac{x + 2\pi}{5} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$2) \text{ If } x \in [-\pi, 0]: \arccos(\cos x) = -x = \frac{x + 2\pi}{5} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3}$$

$$3) \text{ If } x \in [\pi, 2\pi]: \arccos(\cos x) = 2\pi - x = \frac{x + 2\pi}{5} \Rightarrow x = \frac{4}{3}\pi$$

$$4) \text{ If } x \in [-2\pi, -\pi]: \arccos(\cos x) = 2\pi + x = \frac{x + 2\pi}{5} \Rightarrow x = -\frac{4}{3}\pi - 2\pi$$

$$5) \text{ If } x \in [2\pi, 3\pi]: \arccos(\cos x) = x - 2\pi = \frac{x + 2\pi}{5} \Rightarrow x = 3\pi$$

Мы перебрали все возможные значения x ~~и получили~~

$$\text{Ответ: } -2\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, 3\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



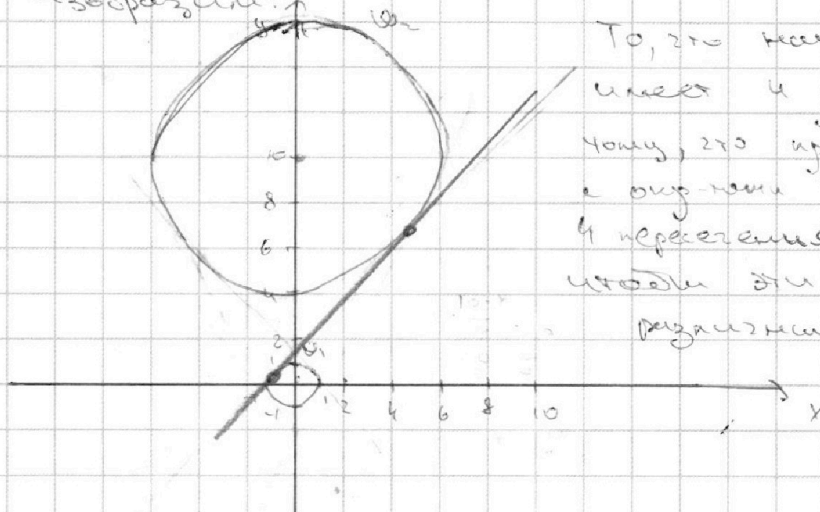
$$\begin{cases} ax - 3y + 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3} \quad (1) \\ x^2 + y^2 = 1 \quad (2) \\ x^2 + (y - 10)^2 = 6^2 \quad (3) \end{cases}$$

Рассмотрим эти м.б.а. тогда мы имеем

- (1) задает прямую. Найдем ее прямую
- (2) задает окружность с центром $(0, 0)$ и радиусом 1. Пусть окружность ω_1
- (3) задает окружность с центром $(0, 10)$ и радиусом 6. Пусть окружность ω_2

Изобразим:



То, что данная система имеет 4 решения равносильно тому, что прямая (1) имеет 2 окружности ω_1 и ω_2 4 пересечения. (Если неясно, что это и решение дано рисунком).

1) Если $a = 0$, то $l: y = \frac{4}{3}$ — горизонт. прямая. Она не может иметь 4 пересечения с ω_1, ω_2 (см. рис)

2) Если $a > 0$. Проведем внешние касательные к ок-ностям ω_1 и ω_2 .

Нужно убедиться, что они заданы ур-вом: $y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}$ и $y = -\frac{a}{3}x + \frac{4}{3}$

(Подставим в (2) $x^2 + 16(x-1)^2 = 9 \Rightarrow 25x^2 + 32x + 15 = 0$ $\frac{D}{4} = 16^2 - 25 \cdot 15$

Найдем ур-е касательной с помощью производной (или так). Пусть касательная имеет вид $y = kx + p$. Тогда если $a > 0$, то мы всегда сможем подобрать p , чтобы касательная была касательной к ω_1 и ω_2 (см. рис). Если $a < 0$, то мы при каком p не сможем подобрать касательную. Если $a = 0$, то имеем тоже макс. 2 пересечения $\Rightarrow$ из ~~этих~~ уравнений с помощью производной. Будем

подходить только к прямой, где $a > 0$. Сначала с ок-стью ω_1 можно рассмотреть аналогично, т.е. касания касательных симметричны относительно Oy (можно считать $a > 0$).

Найдем тогда a , что решение нам нужно.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3) Продолжение №4 (d > 0)
Получаем, используя вид прямой $y = dx + B$, что
Она кас ω_1 и ω_2 , т.е. (4) и (5) имеют равно одно
реш.

$$\begin{cases} x^2 + (dx + B)^2 = 1 & (4) \\ x^2 + (dx + (B - 10))^2 = 6^2 & (5) \end{cases} \quad \text{— имеют равно одно}$$

$$(4): (d^2 + 1)x^2 + 2dBx + (B^2 - 1) = 0$$

$$\frac{D}{4} = d^2 B^2 - (d^2 + 1)(B^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow B^2 = d^2 + 1$$

$$(5): (d^2 + 1)x^2 + 2d(B - 10)x + ((B - 10)^2 - 6^2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = d^2(B - 10)^2 - ((B - 10)^2 - 6^2)(d^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow (d^2 + 1)6^2 - (B - 10)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6^2 B^2 - B^2 + 20B - 100 = 0 \Rightarrow 35B^2 + 20B - 100 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7B^2 + 4B - 20 = 0 \quad \frac{D}{4} = 4 + 20 \cdot 7 = 144 = 12^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{1,2} = \frac{-2 \pm 12}{7} = \begin{bmatrix} -2 \\ \frac{10}{7} \end{bmatrix} \Rightarrow d^2 = B^2 - 1 = \begin{bmatrix} 3 \\ \frac{10}{7} \cdot \frac{51}{49} \end{bmatrix} \Rightarrow d = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ \sqrt{\frac{51}{49}} \end{bmatrix}$$

Заметим, что $B > 0$, т.е. кас. пересечет ω_2 вне ω_1 .
 $\Rightarrow d = \frac{\sqrt{51}}{7}$. Из этого следует ответ.

$$\text{Ответ: } a \in \left(\frac{\sqrt{51}}{7}; +\infty \right) \cup \left(-\infty; -\frac{\sqrt{51}}{7} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



⑤

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_5 2x = \log_5 625 - 3 \quad (1)$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_5 y = \log_5 0,2 - 3 \quad (2)$$

$xy = ?$

1) Преобразуем (1): $\log_5^4 2x - 3 \log_5 2x = \frac{4}{3} \log_5 2x - 3$

Пусть $t = \log_5 2x$

Тогда получим, заменив t ($t \neq 0$ по ОДЗ)

$P_1(t) = 3t^5 + 9t - \frac{13}{3} = 0$ Получим, что $x = \frac{1}{2} 5^{2t}$, где x_1 — корни $P_1(t)$

2) Преобразуем (2): $\log_5^4 y + 4 \frac{1}{\log_5 y} = -\frac{1}{3} \log_5 y - 3$

Пусть $t = \log_5 y$

Тогда, заменив на $3t$, получим:

$P_2(t) = 3t^5 + 9t + 13 = 0 \Rightarrow P_2(t) = P_1(t) + 26$

3) Получим, что $\log_5 2x$ — какой-то корень $P_1(t)$,
 $\log_5 y$ — какой-то корень $P_2(t) = P_1(t) + 26$

$\log_5 2xy = \log_5 2x + \log_5 y$ ~~Эти две взаимосвязанные значения xy являются~~

4) $P_1'(t) = P_2'(t) = 15t^4 + 9 > 0 \Rightarrow$ Эти две функции строго возрастают на $(-\infty; +\infty) \Rightarrow$ в силу их непрерывности они имеют ровно один корень. Пусть a — корень $P_1(t)$, b — корень P_2

5) Имеем $3a^5 + 9a - 13 = 0$; $3b^5 + 9b + 13 = 0$ Сложив, получим:

$3(a^5 + b^5) + 9(a + b) = 0 \Leftrightarrow (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 3) = 0 \quad (3)$

Заметим, что $a \geq 0, b \leq 0$ (так как если $a \leq 0$, то $P_1(a) \leq 0$, если $b \geq 0$, то $P_2(b) \geq 0$), ~~значит, $a - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 3 > 0$~~

$\Rightarrow$ из (3) следует, что $a + b = 0 \Rightarrow a = -b$

6) $\log_5 2xy = \log_5 2x + \log_5 y = a + b = 0 \Rightarrow 2xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{2}$

(Этот случай возможен при данных ОДЗ. Например, ~~$x = \frac{1}{2}, y = 1$~~ т.е. ~~$x = \frac{1}{2}, y = 1$~~ является $y = 1$ и $x = \frac{1}{2}$ $P_1(\log_5 x) \neq 0$

и значит эти не могут быть решением.

$P_2(\log_5 y) \neq 0$

Ответ: $\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

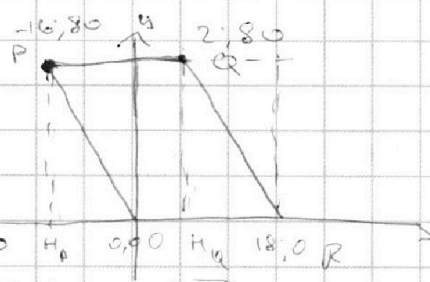
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$O(0;0)$ $Q(2;80)$
 $P(-16;80)$ $R(18;0)$

6



Найти координаты $A(x_1; y_1)$

$B(x_2; y_2)$, 270° H_0 $0,90$ H_0 $18,0$ R

① $5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$, $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$

1) ① по модулю 5: $y_2 - y_1 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow y_2 - y_1 = 5k$

2) ② Для точек $M(x; y)$ внутри параллелограмма:

$x \in [-16; 18]$, $y \in [0; 80]$

3) Всего в параллелограмме $PQOR$ столько же целых точек, сколько в прямоугольнике $PQRH_0H_P$ (H_0, H_P - проекции Q и P на Ox)

A в нем 45 : $(2 + 16 + 1) \cdot (80 + 1) = 19 \cdot 81$. Получаем, что

количество способов выбрать A и B : $C_{19 \cdot 81}^2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

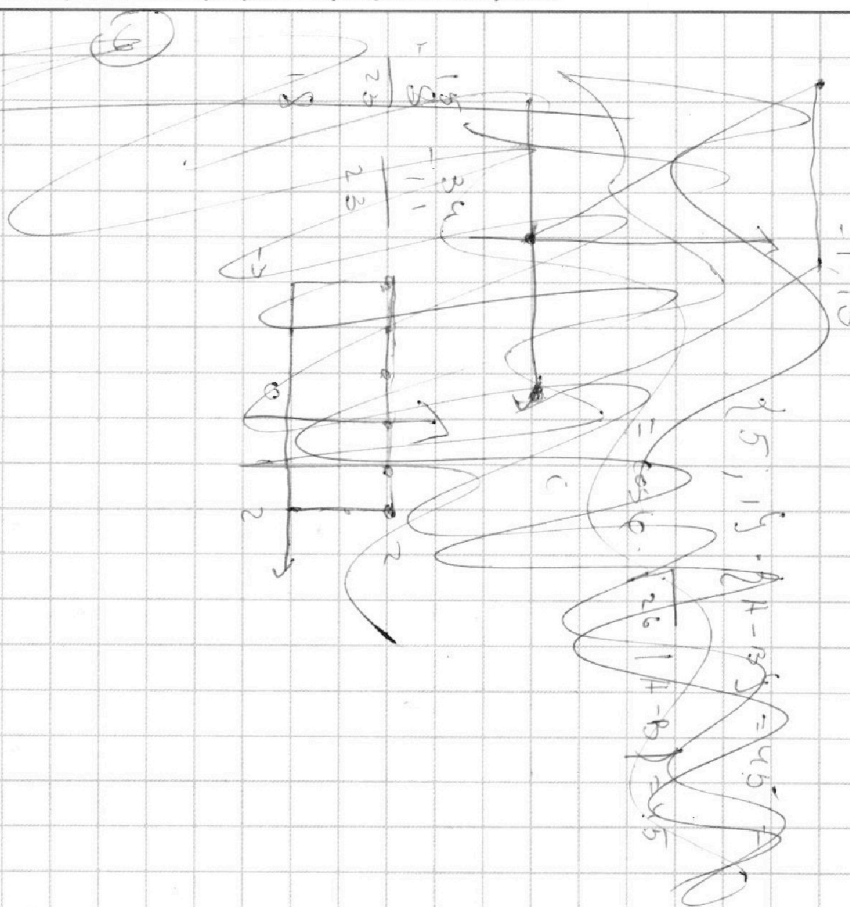
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

$$O(0,0) \quad Q(2,80)$$

$$P(-18,80) \quad R(18,0)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x^2 + (x+p)^2 = 1 \\ x^2 + (x+(p-10))^2 = 6^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + (1+x^2) + 2px + (p^2-1) = 0 \\ x^2 + (1+x^2) + 2x(p-10) + (p-10)^2 - 6^2 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{p}{2} = \frac{x^2 p}{(1+x^2)(p^2-1)} - \frac{d - p^2 + x^2 + 1}{2} \Rightarrow \frac{d^2}{2} = 1 + p^2$$

$$-(p-10)^2 + (d^2+1)6^2 = 0$$

$$(2+p^2)6^2 - (p-10)^2 = 0$$

$$2 \cdot 36 + 36p^2 - p^2 + 20p - 100 = 0$$

$$35p^2 + 20p - 18 = 0$$

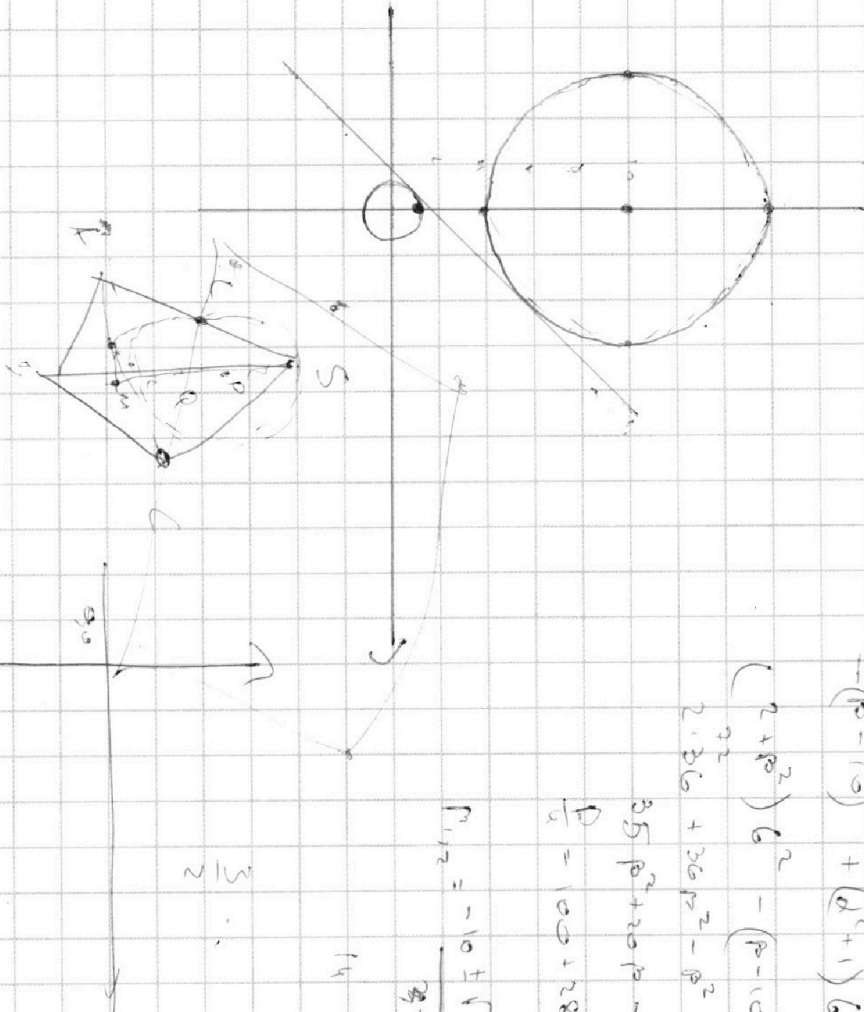
$$\frac{p}{2} = 100 + 28.35 = \frac{1520}{2} = 760$$

$$\begin{aligned} 28.35 &= 35 \cdot 28 = 980 \\ 980 &= 100 \cdot 2 \cdot 14 = 2800 \\ 2800 &= 7^2 \cdot 2^2 \cdot 14^2 \cdot 5 \end{aligned}$$

$$p_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{5 \cdot 14}}{2 \cdot 35} = \frac{-10 \pm \sqrt{5 \cdot 14}}{35}$$

$$d = \sqrt{1+p^2}$$

$$\frac{1}{35} \cdot \sqrt{5 \cdot 14^2 + 10^2 + 5 \cdot 14^2 - 20 \cdot 5 \cdot 14}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

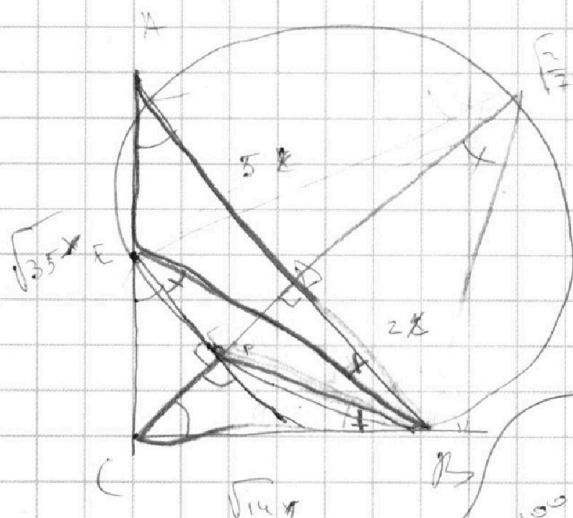
$$P_1(t) = 3t^5 + 5t - 13 =$$

$$3t^4 + 1$$

$$AD : DB = 5 : 2$$

$$\frac{14^2}{35} = \frac{4 \cdot 7}{5} =$$

$$45 - 14 = 35$$



$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{14}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{CB}{AB} = \frac{CP}{AE} = CP$$

$$\frac{CP}{AC} = \frac{\sqrt{\frac{2}{7}} AE}{\sqrt{14}} = \frac{AE}{7} = k$$

$$\frac{CP}{BC} = 7 = \frac{AC - EC}{7} = k$$

$$CP = 7 = \sqrt{35} - EC = 7k$$

$$EC = 7k + \sqrt{35}$$

$$CP = \frac{\sqrt{2} AE}{\sqrt{7}}$$

$$(2 - k^2)^2 - k^2 - 20k + 100 = 0$$

$$37k^2 - 20k + 100 = 0$$

$$k = \frac{EC}{AB} = \frac{7k + \sqrt{35}}{7}$$

$$k = \frac{CP}{AC} = \frac{\sqrt{2} AE}{\sqrt{7} \sqrt{14}} = \frac{AE}{7}$$

$$CE = AC - AE = \sqrt{35} - AE = \sqrt{35} - 7k$$

$$\frac{CE}{AB} = \frac{\sqrt{35} - 7k}{7} = k$$

$$6^2(1 + \sin^2 \alpha) = 80 \sin^2 \alpha$$

$$x^2 + (2x + p)^2 = 1$$

$$(d^2 + 1)x^2 + 2dp x + (p^2 - 1) = 0$$

$$\frac{D}{4} = d^2 p^2 - (d^2 p^2 + p^2 + d^2 - 1) = 1 - (d^2 + p^2)$$

$$\frac{4}{5} \quad \frac{3}{5}$$

$$2 - p^2$$

$$x^2 + (2x + (p - 10))^2 = 6^2$$

$$(1 + d^2)x^2 + 2d(p - 10)x + (p - 10)^2 - 36 = 0$$

$$\frac{D}{4} = d^2 (p - 10)^2 - (p - 10)^2 d^2 - (p - 10)^2 + 36(1 + d^2)$$

$$6^2(1 + d^2) = (p - 10)^2$$

$$d^2 + p^2 = 1$$