



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .

3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-17;68)$ ,  $Q(2;68)$  и  $R(19;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .

а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .

б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



из условия  $\Rightarrow a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1}$   $b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2}$   
 $c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3}$   $abc = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \Rightarrow$   
 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 7$   
 $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 11$   
 $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 14$

минимально  $\alpha_2 + \alpha_3 \geq 13$   $\gamma_2 + \gamma_3 \geq 13$   $L_1$   
 $\beta_2 + \beta_3 \geq 15$

$\alpha_1 + \alpha_3 \geq 14$ ,  $\beta_1 + \beta_3 \geq 17$ ,  $\gamma_1 + \gamma_3 \geq 13$   $abc =$   
 $= 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 3^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \cdot 5^{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3}$ , очевидно, что минимально

$abc \rightarrow \min$ , в этих условиях наименьшее значение равно  
 $\alpha_1 + \alpha_2 \geq 7$   
 $\beta_1 + \beta_2 \geq 11$   $\beta_2 + \beta_3 \geq 15$   $\alpha_1 + \alpha_3 \geq 14$   $\gamma_1 + \gamma_3 \geq 13$   $L_2$   
 $\gamma_1 + \gamma_2 \geq 14$   $\gamma_2 + \gamma_3 \geq 13$   $\beta_1 + \beta_3 \geq 17$

~~из условия в минимальном, находим,  $\gamma_1 \geq 13$ ,  $\alpha_3 \geq 10$ ,  $\beta_3 \geq 11$ ,  $\gamma_3 \geq 13$ ,  $\alpha_2 \geq 10$~~

~~В силу условия  $\alpha_2 = 10$ ,  $\beta_2 = 11$ ,  $\gamma_2 = 20$ ,  $\gamma_3 = 24 \Rightarrow \alpha_1 = 10$ ,  $\beta_1 = 20$ ,  $\gamma_1 = 24$~~   
 $(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \cdot 2 \geq 34$   
 $(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \cdot 2 \geq 43$   $L_3$

$\Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 38$ ,  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 17$ ,  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 22$   
 Минимально, минимальное значение  $\alpha_1 = 4$ ,  $\alpha_3 = 10$ ,  $\alpha_2 = 3$

$\beta_1 = 6$   $\beta_2 = 5$   $\beta_3 = 11$   ~~$\gamma_1 = 13$ ,  $\gamma_2 = 13$ ,  $\gamma_3 = 13$~~   
 Проверим в силу  $\gamma_1 + \gamma_3 \geq 13$   $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \geq 43$   $L_4$   
 минимально  $\gamma_1 = 13$ ,  $\gamma_2 = 0$ ,  $\gamma_3 = 29$   
 при  $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 43 \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

Итак:  $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вспомогательный угол  $x$

$$\frac{3\pi}{2} + x \in [0; \pi] \\ \frac{\pi}{2} + x \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$$

~~Угол  $5 - \sqrt{1 - \sin^2 x} = \frac{3\pi}{2} + x$ ,  $5 \cos x = \frac{3\pi}{2} + x$  на~~

~~области (1)  $\cos x = 0$ ,  $\sin x = 1$  или  $\cos x = -1$ ,  $\sin x = 0$~~

$$\cos(\arccos(\cos(5 - \sqrt{1 - \sin^2 x}))) = \cos(\frac{3\pi}{2} + x)$$

$$\sin x = \cos(\frac{3\pi}{2} + x), \sin x = \sin(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + x)$$

$$\sin x = \sin(x + \frac{4\pi}{2}) \quad 2 \sin(x - \frac{x}{5} - \frac{4\pi}{5}) \cos(\frac{x + x + 4\pi}{5}) = 0$$

$$\sin(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}) = 0$$

$$\cos(\frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5}) = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5} &= \pi n \\ \frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5} &= \frac{\pi}{2} + \pi n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \pi + \frac{5\pi n}{2} \\ x &= \frac{\pi + 5\pi n}{3} \end{aligned}$$

Вспомогательный угол  $x = -\frac{3\pi}{2}$ ,  $x = -\frac{3\pi}{2}$

Ответ:  $-\frac{3\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3ay = -x + 7b \\ (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases}$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

Область:  $a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}] \cup [\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}; +\infty)$

II)  $a \neq 0 \Rightarrow y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$

$$x = 7b - 3ay, y^2 + (7b - 3ay)^2 - 9 = 0$$

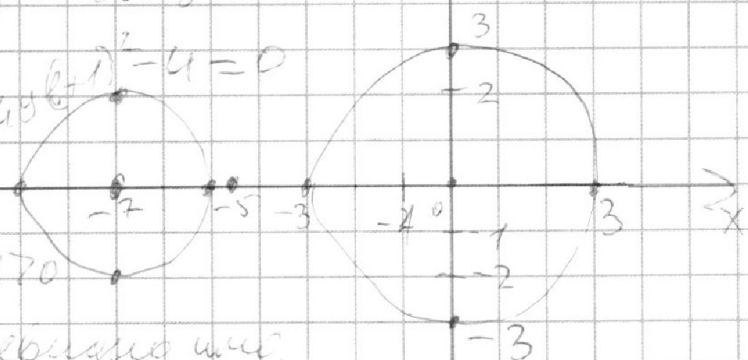
$$(9a^2 + 1)y^2 - 2 \cdot 21ab y + 49b^2 - 9 = 0$$

$$D_y = 81a^2 - 49b^2 + 9 > 0$$

$$(7b+1-3ay)^2 + y^2 - 4 = 0 \Rightarrow (9a^2 + 1)y^2 - 2 \cdot 21ab y + 49b^2 - 4 = 0$$

$$D_y = 81a^2 - 49b^2 + 9 > 0$$

$$4 = 36a^2 - 49(b+1)^2 + 470$$



III)  $a = 0 \Rightarrow x = 7b$ , очевидно, что  
~~у нас не получается~~  
у нас не получается 2  
решения  $\Rightarrow$  не подходит

$$81a^2 - 49b^2 + 9 > 0$$

$$36a^2 - 49(b+1)^2 + 41 > 0$$

Класс.

$$49b^2 - 9 - \frac{49(b+1)^2 - 4}{36}$$

а мы имеем монотонность, т.е.  $(-7b-21)(35b+21)$

$$1) \frac{49b^2 - 9}{81} - \frac{49(b+1)^2 - 4}{36} > 0 \Rightarrow (b+3)(5b+3) < 0, b \in (-3, -\frac{3}{5})$$

$\Rightarrow a^2 > \frac{49b^2 - 9}{31}$  тогда в области конуса имеем, т.е.

$$\frac{8}{75} < a^2 < \frac{16}{3} \quad a \in (-\frac{4}{\sqrt{3}}; -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}; \frac{4}{\sqrt{3}})$$

$$\Rightarrow b \in (-\infty; -3) \cup (-\frac{3}{5}; +\infty) \Rightarrow a^2 > \frac{49(b+1)^2 - 4}{36} \quad a^2 > \frac{8}{75}$$

$$a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}; +\infty) \quad 3) b = 0 \Rightarrow \frac{b-3}{b-5} > \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow a = \pm \frac{4}{\sqrt{3}} \quad \text{Область будет со значениями } a \quad \text{Область } a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}) \cup (\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

0039  
I  $\left. \begin{array}{l} 6x > 0 \\ 6x \neq 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \end{array}$

$$2 \log_5 6x + 8 \log_7 6x = 7$$

Может ли быть  $y = x \Rightarrow$  да/нет

Ур-е имеет не более 1-го решения

0039  
II  $\left. \begin{array}{l} y > 0 \\ y \neq 1 \end{array} \right\}$

$$2 \log_5 y + 8 \log_7 y = -7$$

Может ли быть.

Сложим два данных ур-е получив

сложив двух можно ли  $y = x \Rightarrow$  да/нет  
Ур-е имеет не более 1-го решения

$$2 (\log_5 4 + \log_5 6x + 4 (\log_7 6x + \log_7 y)) = 0$$

$$(\log_5 6x + \log_5 4) (\log_7 6x - \log_7 6x \log_7 y + \log_7 6x \log_7 y - \log_7 6x \log_7^3 y + \log_7^4 y) + 4 (\log_7 6x + \log_7 y) = 0$$

$$(\log_7 6x + \log_7 y) (\log_7^4 6x - \log_7^3 6x \log_7 y + \log_7^2 6x \log_7^2 y - \log_7 6x \log_7^3 y + \log_7^4 y + 4) = 0$$

$\Rightarrow$  только 1 способ решить (ан. можно ли быть)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \log_7 6x = \log_7 y^{-1}, 6x = \frac{1}{y}, 6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ:  $\frac{1}{6}$

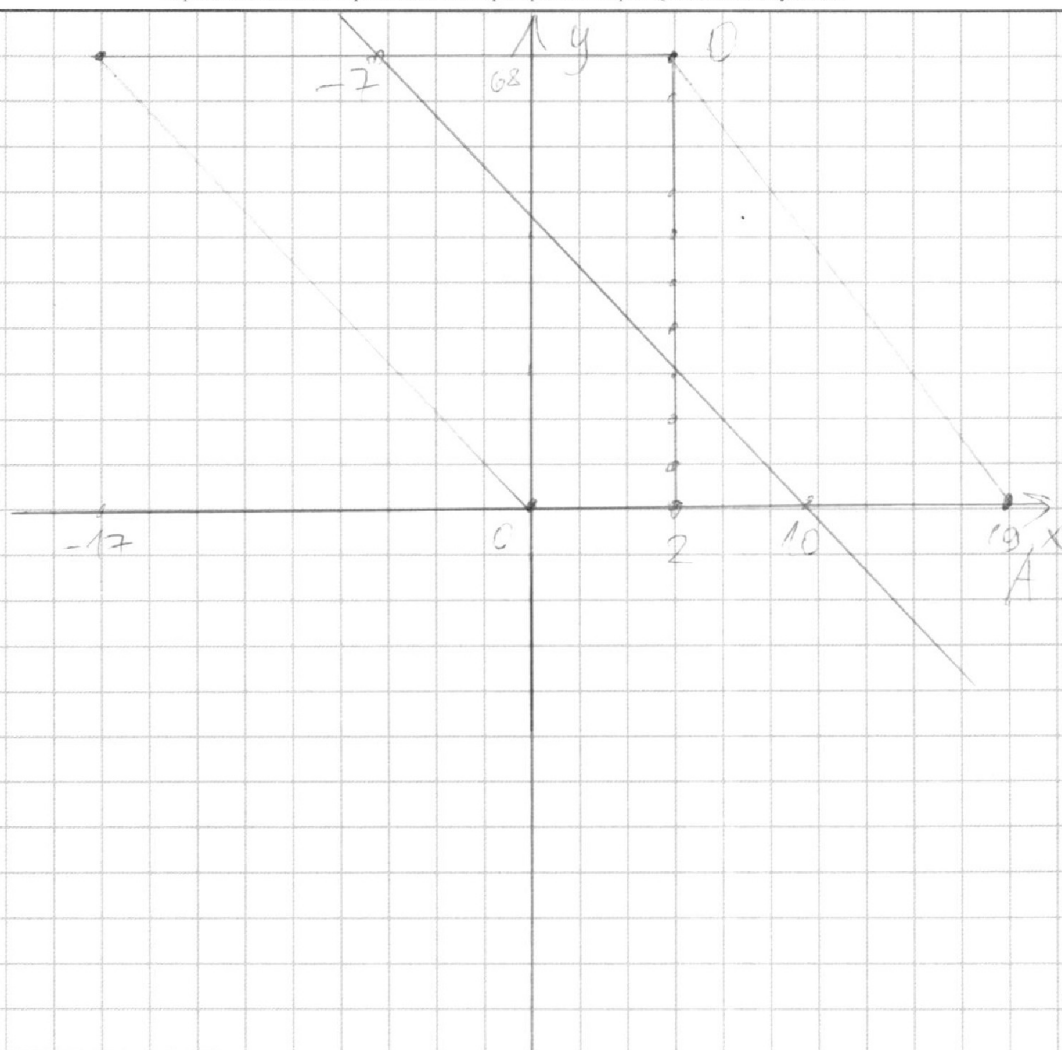
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



между 0 и 2 69-3 целых точек, затем между  
2 и 19  $\frac{69+1}{2}$ ,  $18 = 9 \cdot 2$  точек и между 0 и  
-17 —  $\frac{18 \cdot 69 + 1}{2} = 9 \cdot 70$  точек всего целых  
точек —  $9 \cdot 70 \cdot 2 + 69 \cdot 3 = 69 \cdot 2 = 9 \cdot 70 \cdot 2 + 69 =$

$$= 1329 \text{ точек}, \quad 4(x_2 - y_1) + y_1 - y_2 = 40 \Leftrightarrow 4x + y = 40$$

$$y = 40 - 4x$$

т.е. дано  $4x + y = 40$  <sup>задано</sup>  
заменим, что  $OA \parallel y = 40 - 4x$  <sup>вдоль</sup>  $y$ -ва

Козд-ов или  $x \Rightarrow$  кол-во точек  $y$ -ва



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(19+17) \cdot (19+12-1)}{2} = 18 \cdot 35 = 630$$

Ответ: 630





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: а) 1350

Ответ: а) 1350

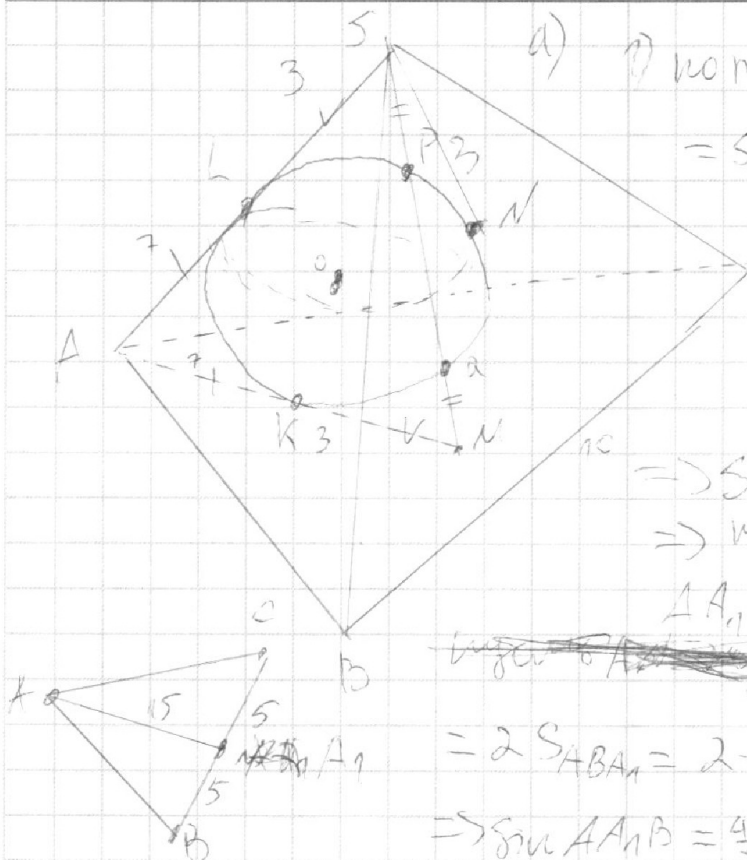
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а) 1) по т. Окас. и сеч.  $SL^2 = SP(SP+PQ)$ ,  $AK^2 =$

$= MO(MQ+PQ) = SP(SP+PQ) \Rightarrow SL = MK$

$AL = AK$  (как радиусы)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow SA = AM = BC = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  м.к.  $AM = \frac{2}{3} AA_1$  (с-вом. Плер.)

$AA_1 = 15$  2) в  $\triangle ABC$ ,

~~высота  $AA_1$  делит  $BC$  на  $BM$  и  $MC$~~   $\Rightarrow S_{ABC} =$

$= 2 S_{ABA_1} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 \cdot \sin \angle AA_1B = 60 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin \angle AA_1B = \frac{4}{5}$ ,  $|\cos \angle AA_1B| = \frac{3}{5}$

1)  $\cos \angle AA_1B = \frac{3}{5} \Rightarrow AB^2 = 160$  2)  $CC_1^2 = 2(AC^2 + BC^2) - AB^2$

"  $\cos \angle AA_1C = -\frac{3}{5} \Rightarrow AC^2 = 340$   $BB_1^2 = 45$   $4$   $= 180$

$AA_1 \cdot CC_1 \cdot BB_1 = \sqrt{45} \cdot \sqrt{180} \cdot 15 = 90 \cdot 15 = 1350$

2) выполняю 1, чтобы найти  $CC_1$  и  $BB_1$  помещаем  
механизм, а выведение остальных тем же

в) 1) по с-ву сеч. кас.  $SL = 3 = SN$ ,  $AL = 7 = AK$  по с-ву кас. и  
кас.  $\Rightarrow \triangle SOK$  - прямоугольный  $\Rightarrow$  по т. Пифагора  $SO = 5$ , а значит  
 $AO = \sqrt{45+16} = \sqrt{61}$  по т. а в треугольнике  $ABC$  в каком

положении расположить  $K$  и  $S$ , будем считать  $AB = 4\sqrt{10}$ ,  $AC = 2\sqrt{35}$ ,  $AK = 3$ . Заметим, что  $\triangle ABC$  - прямоугольный  
с тупым углом  $B$ , тогда боковая м.  $A$  и  $C$  выведет  
на продолжении сторон  $\triangle ABC$  2)  $MN = MK = 3$  (по т. кас.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_2 6x - 2 \log_2 6x - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0 \quad (7x^4 + 17)(x^4 - \frac{17}{7})$$

$$2 \log_2 6x + 8 \log_2 6x - 7 = 0 \quad 2x^5 + 8x - 7 = 0$$

$$\log_2^4 7 - 3,5 \log_2 7 + 4 = 0; -3,5 \log_2 7 + 4 \log_2^4 7 + 1 = 0 \quad -2$$

$$7 \log_2^5 7 - 3 \log_2^4 7 - 2 = 0 \quad 7x^5 - 8x^4 - 2 = 0$$

$$\log_2^4 6x - \frac{2^{12}}{\log_2 6x} - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0 \quad \frac{\log_2^4 6x - 7}{2 \log_2 6x} = -4$$

$$\log_2^4 (6x) + 8 \log_2 6x - 7 = 0$$

$$\log_2^4 6x - \frac{2^{12}}{\log_2 6x} - \frac{3}{2 \log_2 6x} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^5 6x + 8 \log_2 6x - 7 = 0$$

$$(u^4 - 4^2 v + u^2 v^2 - 4v^3 + v^4) + 4(u + v) = 0$$

$$\log_2 6x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\log_2 y + \frac{6^{12}}{\log_2 y} - \frac{5}{2 \log_2 y} = 2 - \frac{1}{4} \quad 6x = 9^{-1}$$

$$\log_2 y + \frac{7}{2 \log_2 y} + 4 = 0$$

$$2 \log_2^5 y + 4$$



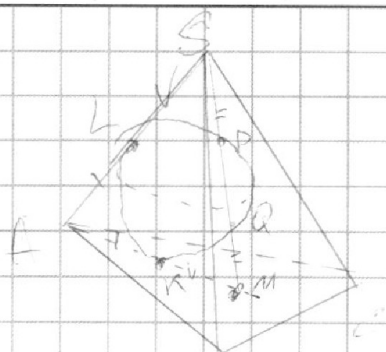
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

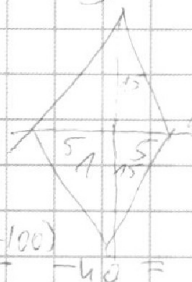
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$SL^2 = SP \cdot SQ = SP(SP + PQ)$$

$$MK^2 = MQ \cdot MP = SP \cdot MP = SP(SP + PQ)$$

$$SA = AM = BC = 10$$



$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 \cdot \sin \varphi = 60$$

$$\sin \varphi = \frac{12 \cdot 5}{15 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

$$2(AB^2 + BC^2) - AC^2$$

$$= \frac{2(340 + 100) - 160}{4} = 225$$

$$15 \cdot 15^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 15 \cdot \frac{3}{5} = 225$$

$$170 + 10 = 180$$

$$225 + 250 + 90 = 340$$

$$440 \cdot 2$$

$$220 - 40$$

$$2(340 + 100) - 160$$

$$\frac{1}{2}(440)$$

$$100 \cdot 2 - 40$$

$$2(AB^2 + BC^2) - AC^2 = 2(340 + 100) - 160$$

$$\begin{array}{r} 170 \\ - 85 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$\frac{1}{2}(260) - 170 = 130 - 170 = -40$$

$$CC_1 = \frac{2(160 + 100) - 340}{4} = 45$$

$$\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 5} = 9 \cdot 5 \cdot 2 = 930 - 85 = 845$$

$$AB^2 = 340$$

$$AC^2 = 160$$



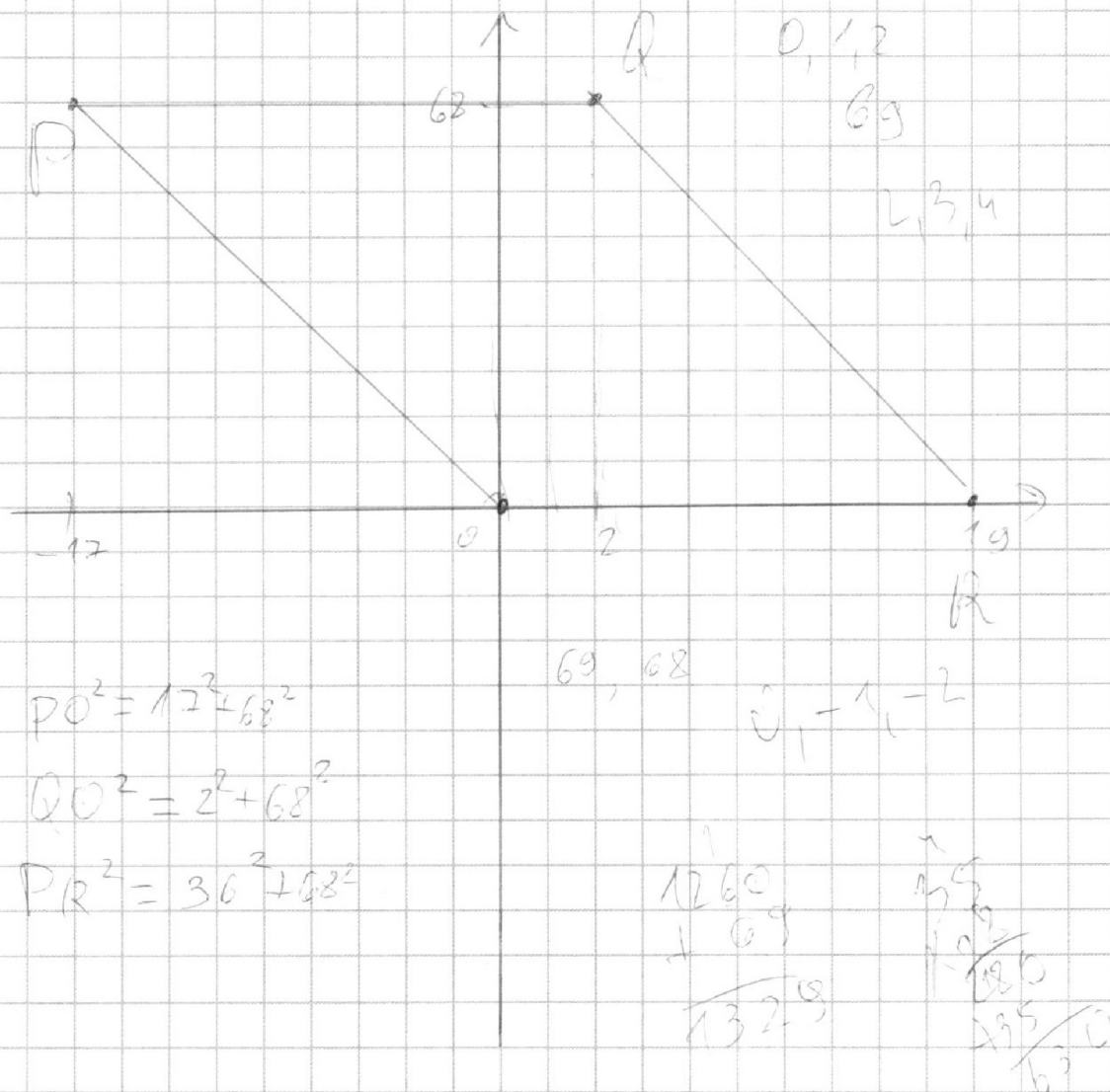
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

☐

2

☐

3

☐

4

☐

5

☐

6

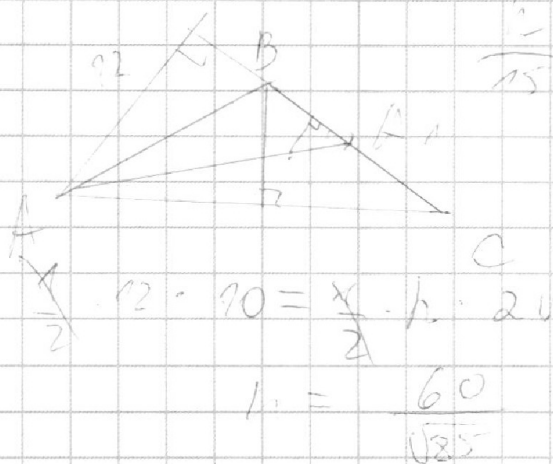
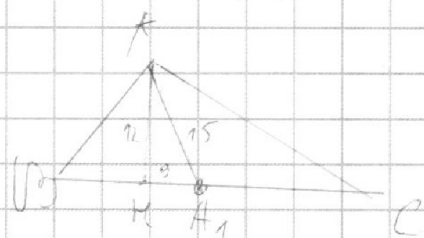
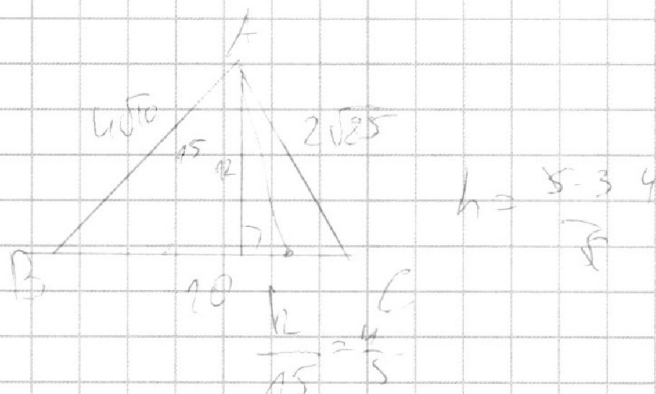
☐

7

☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t^4 - \frac{2}{t} - \frac{3}{2t} + 4 = 0 \quad | \cdot 2t, 2t^5 - 4 - 3 + 8t = 0$$

$$2t^5 + 8t - 7 = 0$$

$$2(t^5 + 4t^5) + 8(t - 4) - 14 = 0$$

$$2t^5 - 8t - 7 = 0 \quad 2(t+4)(t^4 - t^3 + t^2 + 4t^3 + 4t^4) + 4(t-4) - 7 = 0$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0 \quad (t^4 - 1)(t - 1) = (2t^4 - 2)(t + 1)$$

$$2t^5 + t^5 - 8t - 7 = 0$$

$$(2t^3 - 1)(t^2 + 1)$$

$$4 \cdot 49b^2 - 36 - 9 \cdot 49(b+1)^2 + 36$$

$$\frac{49b^2 - 9}{21 \cdot 9} - \frac{49(b+1)^2 - 9}{36 \cdot 9 \cdot 4} = 0$$

$$x^2 + \frac{x^2}{9a^2}$$

$$(21a(b+1))^2 - (21a(b+1))^2 - 36a^2 + 49(b+1)^2 - 4$$

$$x = 7b - 3ay$$

$$a^2 \cdot \frac{49b^2 - 9}{21}$$

$$(7b - 3ay)^2 + y^2 = 9 \quad a^2 \cdot \frac{49(b+1)^2 - 4}{36}$$

$$y^2(9a^2 + 1) - 42abcy + 49b^2 - 9 = 0$$

$$D_1 = 21a^2b^2 - (9a^2 + 1)(49b^2 - 9) \geq 0$$

$$(21ab)^2 - (9a^2 + 1)(49b^2 - 9)$$

$$(21ab)^2 - ((21ab)^2 - 81a^2 + 49b^2 - 9) =$$

$$= 81a^2 - 49b^2 + 9$$

$$(7b - 3ay + 7)^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$(7(b+1) - 3ay)^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$49(b+1)^2$$

$$(21a(b+1))^2 -$$

$$- (9a^2 + 1)(49(b+1)^2 - 4)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4 \cdot 49b^2 - 36}{324} \quad \frac{9 \cdot 49(8+1)^2 - 36}{324} \quad (148)^2 - (2 \cdot 1(8+1))^2 \quad \sqrt{0}$$

$$(148 - 216 - 21)(148 + 216 + 21) \\ - 7(8+3)7(8+3)$$

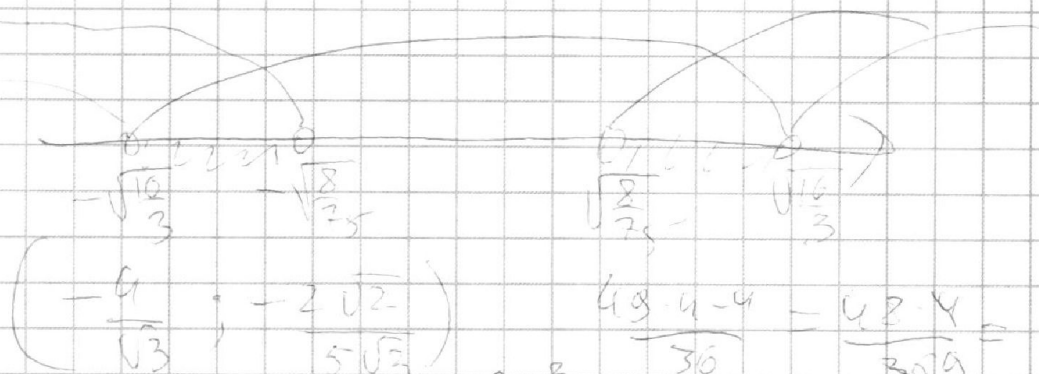
$$\frac{49}{25} \\ \frac{24}{24}$$

$$\frac{49 \cdot 9 - 9}{21} = \frac{9 \cdot 48}{21 \cdot 9} = \frac{48}{21} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{49 \cdot (-\frac{3}{5})^2}{275}$$

$$\frac{49 \cdot 9 - 9}{21}$$

$$= \frac{9 \cdot (\frac{49}{25} - 1)}{\frac{819}{25}} = \frac{248}{25 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{8}{75}$$



$$\frac{49 \cdot 4}{25} - 4 = \frac{4 \cdot 9}{25} - 1 = \frac{248}{25 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{8}{75}$$

$$R = \frac{16}{3}$$

