



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
(ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть каждый succeeding член прогрессии в q раз больше предыдущего, а n -ый член будет обозначать b_n .

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \quad b_{10} = x+4, \quad b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\text{Получим: } \begin{cases} b_{10} = b_4 \cdot q^{(10-4)} = b_4 q^6 \\ b_{12} = b_{10} \cdot q^{(12-10)} = b_{10} q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4 = q^6 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \\ \sqrt{(15x+6)(x-3)} = q^2(x+4) \end{cases} \quad x \neq 3$$

$$1) \quad 15x+6 \neq 0 \Rightarrow x+4 \neq 0, \quad q \neq 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{q^2} = q^6 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$q^8 = (x-3)^2 \Rightarrow q^2 = \sqrt{|x-3|}$$

$$\frac{(x+4)\sqrt{|x-3|}}{(x+4)^2} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{(15x+6)(x-3)}} \quad / : \sqrt{|x-3|}$$

$$1.1) \quad x > -\frac{6}{15}, \quad x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = 2, 5$$

2 - не подходит, т.к. $\sqrt{(15x+6)(x-3)} < 0$

Подставим $x=5$ и увидим, что он подходит, $q^2 = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1.2) x < -\frac{6}{15}, \quad x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0, \quad \begin{matrix} x_1 x_2 = 22 \\ x_1 + x_2 = -23 \end{matrix} \Rightarrow x = -1, -22 < -\frac{6}{15}$$

Подставив $x = -1$ получим, что корень подходит, а $q^2 = 2$.

$$\text{При } x = -22 \quad b_{10} = x + 4 = -18 < 0$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} = \sqrt{19 \cdot 324} > 0,$$

$$\text{то } b_{11} = q^2 b_{10} \Rightarrow q^2 < 0, \quad q \notin \mathbb{R}$$

$$2) 15x + 6 = 0 \Rightarrow x + 4 \neq 0$$

$$b_{10} = q^6 b_4, \quad x + 4 = q^6 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = 0$$

- противоречие

$$\text{Ответ: } x = -1, x = 5$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{225-z^2} \leq \sqrt{225} = 15$$

$$\begin{aligned} |y-20| + 2|y-35| &= |y-20| + |35-y| + |y-35| \geq \\ &\geq |(y-20) + (35-y)| + |y-35| = 15 + |y-35| \geq \\ &\geq 15, \text{ по неравенству треугольника} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |y-20| + 2|y-35| \geq 15$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \leq 15$$

$$\Rightarrow 15 \leq \sqrt{225-z^2} \leq 15 \Rightarrow \sqrt{225-z^2} = 15 \Rightarrow z = 0$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} = 15$$

$$\text{По неравенству выше: } |y-20| + 2|y-35| \geq$$

$$\geq 15 + |y-35| \Rightarrow |y-35| = 0 \Rightarrow y = 35, z = 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$\Rightarrow \sqrt{6+(x+2)} - \sqrt{6-(x+2)} + 6 = 2\sqrt{6^2-(x+2)^2}$$

Запишем ОДЗ: $-7 \leq x \leq 5$

$$\sqrt{6+(x+2)} - \sqrt{6-(x+2)} = 2(\sqrt{6-(x+2)}(6+(x+2)) - 3)$$

Возведём в квадрат:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 - (1+x) + 6 + (1+x) - 2\sqrt{(6-(1+x))(6+(1+x))} =$$

$$4(6-(1+x))(6+(1+x)) - 24\sqrt{(6-(1+x))(6+(1+x))} + 36$$

$$\text{Пусть } \sqrt{(6-(1+x))(6+(1+x))} = t \geq 0$$

$$12 - 2t = 4t^2 - 24t + 36,$$

$$4t^2 - 22t + 24 = 0 \quad | : 2$$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0, \quad D = (121 - 96) = 25$$

$$t = \frac{11 \pm 5}{4} = 4, \frac{3}{2} > 0$$

$$t = \sqrt{8^2 - (1+x)^2} = 4, \quad 1+x = \pm \sqrt{20}, \quad x = -1 \pm 2\sqrt{5}$$

$$t = \sqrt{6^2 - (1+x)^2} = \frac{3}{2}, \quad 1+x = \pm \sqrt{35}, \quad x = -1 \pm \sqrt{35}$$

$$\text{Ответ: } x = -1 \pm 2\sqrt{5}, \quad x = -1 \pm \sqrt{35}$$

$$y = 35$$

$$z = 0$$

$$y = 35$$

$$z = 0$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x, \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$p = 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3$$

Пусть $\cos x = t \in [-1; 1]$, а $p = p(t)$

Тогда $p(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$

$$p'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(2t - 1)^2 \geq 0$$

$\forall t \Rightarrow p(t) \nearrow \Rightarrow \min(p(t)) = p(-1)$,
т.к. $p(t)$ непрерывна

$\max(p(t)) = p(1)$ (min и max на заданном $t \in [-1; 1]$)

$$\Rightarrow \min(p(t)) = p(-1) = -4 - 6 + 3 + 3 = -4$$

$$\max(p(t)) = p(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

$\Rightarrow$ решения есть $\forall p \in [-4; 4]$

Сделаем замену ~~на~~ $t = k + \frac{1}{2}$

Тогда $4(k + \frac{1}{2})^3 - 6(k + \frac{1}{2})^2 + 3(k + \frac{1}{2}) + 3 - p = 0$,

$$\underline{4k^3 + 6k^2 + 3k + \frac{1}{2}} - \underline{6k^2 - 6k - \frac{3}{2}} + \underline{3k + \frac{3}{2}} + \underline{3} - p = 0$$

$$4k^3 + \frac{1}{2} - p = 0, k = \sqrt[3]{\frac{p}{4} - \frac{1}{8}}$$

$$\Rightarrow t = k + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \sqrt[3]{\frac{p}{4} - \frac{1}{8}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} + 3\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{x}{8}}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{2} + 3\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{x}{8}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = -\arccos\left(\frac{1}{2} + 3\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{x}{8}}\right) + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\nearrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

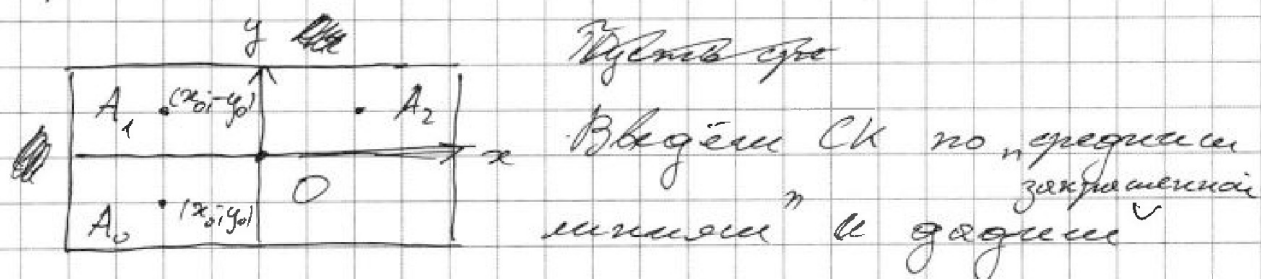
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

Докажем, что узор, симметричный относительно сразу двух "средних линий", то он симметричен относительно центра



точке A_0 координаты x_0, y_0 (см. рисунок).

Тогда A_1 симметрична относительно Ox точке A_2 . Тогда её координаты

$(x_0, -y_0)$. Аналогично A_2 - симметрична

к A_1 относительно Oy . Её координаты

$(-x_0, -y_0)$. A_0, O, A_2 - лежат на

одной прямой т.к. тангенсы наклона

прямых A_0O и A_2O равны $\frac{y_0}{x_0}$

$$2. A_0O = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}, A_2O = \sqrt{(-x_0)^2 + (-y_0)^2} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

$$\Rightarrow A_0O = A_2O$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из 1. и 2. $\Rightarrow$ что узор точная Ао
симметрична относительно центра.
П.к. это можно проделать для любой
точки, то весь узор симметричен
относительно центра. Доказательство
того, что при симметрии отно-
сительно одной линии и центра,
узор будет симметричен отно-
сительно другой линии аналогично.

В каждой половине прямоугольника
 $\frac{150 \cdot 200}{2} = 15000$ клеток, а в четверти
 7500 .

1. При симметрии относительно
линии или центра для каждой
клетки в одной половине будет
другая (соответственно заданная
положением в первой половине)
клетка во второй половине.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Значит, количество узоров с одной из этих симметрий равно количеству способов закрасить $\frac{8}{2} = 4$ клеток в одной половине прямоугольника, т.е. C_{1500}^4 . Если учесть все три вида симметрий, то получим $3 \cdot C_{1500}^4$. Однако во все трижды посчитаемся случаи, когда рисунок имеет все 3 симметрии. Если рисунок имеет все 3 симметрии, то каждая точка в одной четверти одновременно задает ещё 3 в каждой из оставшихся $\Rightarrow$ количество рисунков со всеми симметриями равно числу способов закрасить $\frac{8}{4} = 2$ клеток в одной четверти, т.е. C_{750}^2 , т.к. в четверти 750 клеток.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вычислительная задача для маленьких раз
почитанные рисунки со всеми
миллиметрами, получили

$$3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

Ответ: $3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

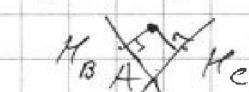
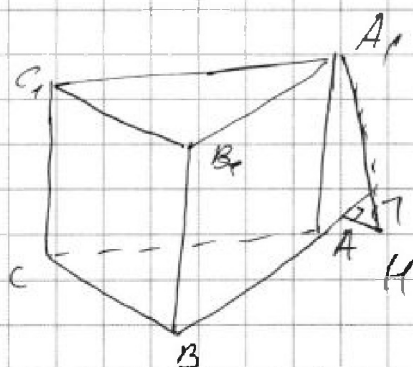
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Рассмотрим вершину A_1 , на которой
сходятся грани с площадью 5.

Вспомогательная линия $AN \perp ABC$



Из N проведем

$NN_B \perp AB$

и $NN_C \perp AC$,

$N_B \in AB, N_C \in AC$

Тогда по т. о 3-х перпендикулярах:

$A_1N_B \perp AB, A_1N_C \perp AC$. По т. Пифагора:

$$A_1N_B = \sqrt{A_1N^2 + NN_B^2}, A_1N_C = \sqrt{A_1N^2 + NN_C^2}$$

$$S_{AA_1B_1B} = AB \cdot A_1N_B = 2A_1N_B = 5$$

$$S_{AA_1C_1C} = AC \cdot A_1N_C = 2A_1N_C = 5$$

$$\Rightarrow A_1N_B = A_1N_C \Rightarrow \sqrt{A_1N^2 + NN_B^2} = \sqrt{A_1N^2 + NN_C^2}$$

$$\Rightarrow NN_B = NN_C \Rightarrow N \text{ лежит на биссек-}$$

трисе угла BAC (или её продолжении)

П.к. плоскости $A_1B_1C_1$ - это плоскость

ABC пересечённая по какой-то линии,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

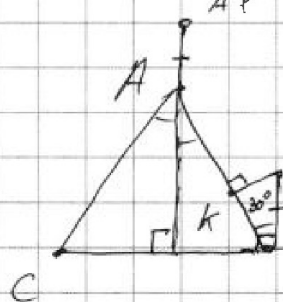
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

то и проекции точек A_1, B_1, C_1 - это точки A, B, C , перенесённые на одну и ту же величину.

Пусть B_1' - проекция B_1 на ABC ,
и A_1' - проекция A_1 на ABC .



$$\Rightarrow AA_1' \parallel BB_1', AA_1' = BB_1'$$

AA_1' - линия на поверхности

$$\Rightarrow AA_1' \perp BC \Rightarrow BB_1' \perp BC$$

$$\Rightarrow \angle ABB_1' = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Опустим перпендикуляр из B_1' на BB_1' в точке K , тогда $\sin \angle ABB_1' = \frac{B_1'K}{BB_1'}$
 $= \sin \angle ABB_1' = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow 2B_1'K = BB_1'$

По т. о 3-х перпен.: $B_1'K \perp AB, BB_1' \perp BC$

$$\Rightarrow S_{B_1'ACC} = BC \cdot BB_1' = 2\sqrt{B_1'B^2 + B_1'K^2} = 4$$

$$S_{AA_1'B_1'B} = 2\sqrt{B_1'B^2 + B_1'K^2} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{B_1'B^2 + 4B_1'K^2} = \frac{5}{2}$$

$$4B_1'B^2 + 4B_1'K^2 = \frac{25}{4} \cdot 4 = 25 \Rightarrow B_1'B = \sqrt{\frac{461}{3}}$$

Но получается, что $KB_1' < 0$, это невозможно.

Ответ: такой призмы не существует.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -4$$

$$-15 \leq z \leq 15$$

$$y + (x+1)^2 + z$$

$$(2-3z) \geq 0$$

$$z \leq 4$$

$$y = 35$$

$$|y-20| + |y-35| \geq 15, z=0$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{36 - (1+x)^2}$$

$$|y-20| + |35-y| + |y-35| \geq |y-20 + 35-y|$$

$$+ |y-35| = 15 + |y-35| = \sqrt{225 - z^2} \leq 15$$

$$y = 35$$

$$x \leq 5$$

$$x \geq -4$$

$$15 + |z|$$

$$\sqrt{6 + (1+x)} + \sqrt{6 - (1+x)} + 6 = \sqrt{6^2 - (1+x)^2}$$

$$\sqrt{6+t} + \sqrt{6-t} + 6 = \sqrt{6^2 - t^2}$$

$$a+b+6 = 2ab$$

$$a^2+b^2+ab = a^2b^2 + 12ab + 36$$

$$b+b+6-t + \sqrt{6^2 - t^2} = 6^2 - t^2 - 12\sqrt{6^2 - t^2}$$

$$ab - 1(a+b) + 6 = p^2$$

$$a-b = 2ab - 6$$

$$a^2+b^2 - 2ab = 4a^2b^2 - 24ab + 36$$

$$y^3 + px + q = 0$$

$$y = a+b$$

$$12 + 22ab = 4a^2b^2$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$+ p(a+b) + q = 0 \quad a^2+b^2$$

$$ab = 0$$

$$a-b = k$$

$$\begin{cases} 3ab + p = 0 \\ a^3 + b^3 + q = 0 \end{cases}$$

$$b^2 + b + k = p$$

$$ab = -\frac{p}{3}$$

$$a^3 + b^3 = -\frac{q}{3}$$

$$1-k = \frac{q}{3}, 2$$

$$k = 1, 2$$

$$D = 121 - 96$$

$$2, 0 = 25 \quad 144 - 9$$

$$16 = 36 \quad 120 + 24$$

$$\frac{9}{4} - 36 \quad 135$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16

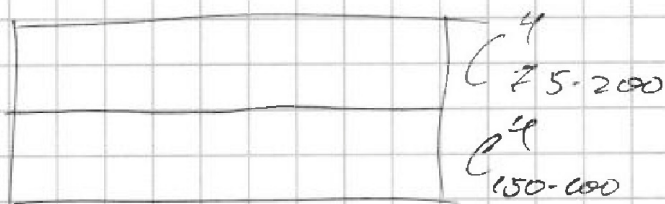
$$a \equiv_3 b, 820 \equiv_3 1, a+b^2 \equiv_3 820 \equiv_3 1$$

$$\Rightarrow b^2+b \equiv_3 1, b(b+1) \equiv_3 1$$

Пусть $a-b=k, 3 \nmid k \Rightarrow b=a-k$

$$a+(a-k)^2=820, a^2-a(2k-1)+k^2-820=0$$

$$\Delta=4k^2-4k+1-4k^2+4 \cdot 820=4 \cdot 820+1-4k$$

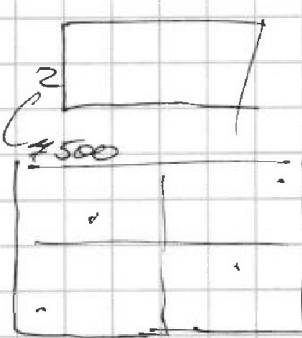


$$h^2+b^2=c^2$$

$$h^2+a^2=25$$

$$a^2=b^2=a$$

$$\begin{array}{r} p \ 2 \ 3 \\ 1 \ 6 \ 1 \ 2 \\ 2 \ 0 \ 1 \\ 3 \ 2 \ 1 \ 0 \end{array}$$



$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+p(a+b)+q=0 \quad \Delta=q^2-4k$$

$$a^3+b^3+(a+b)(p+3ab)+q=0 \quad a^3=\frac{-q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{k}{3}\right)^3}$$

$$a^3+b^3=-q$$

$$ab^2=-\left(\frac{p}{3}\right)^3$$

$$a^3=\frac{k}{a^3}+q=0$$

$$a^6+qa^3-k=0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$$

$$4(t+\Delta)^3 - 6(t+\Delta)^2 + 3(t+\Delta) + 3 - p = 0$$

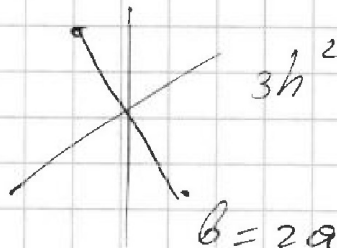
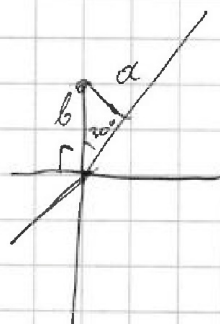
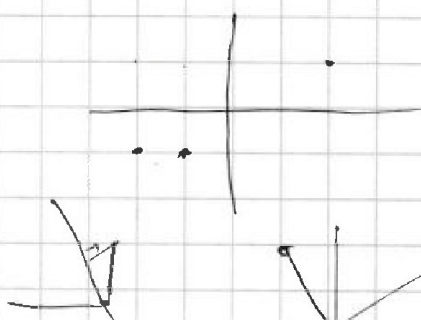
$$4t^3 + 12t^2\Delta + 12t\Delta^2 - 6t^2 - 12t\Delta + 6\Delta^2 + 3t + 3\Delta$$

$$\Delta = \frac{t}{2} + 3 - p = 0$$

$$4t^3 + 3t - 6t - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3t + 3 - p = 0$$

$$4t^3 \quad \cos x = t + \frac{t}{2}$$

$$\frac{t}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3$$



$$h^2 + b^2 = 46$$

$$h^2 + a^2 = 25$$

$$h^2 + 4a^2 = 16$$

$$h^2 + a^2 = 25$$

$$h^2 + 4a^2 = 16$$

$$4h^2 + 4a^2 = 100$$

$$3h^2 = 84$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} b^6 = (x+4)$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} b^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} - 15$$

$$(x+4) b^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad b^8 = (x-3)^2$$

$$(x+4)^4 = (15x+6)^2 \quad 5^{\frac{3}{2}} b^6 = \frac{8=49-16=3^2}{x=\frac{8 \pm 3}{2}}$$

$$(x+4)^2 - (15x+6) = 0 \quad x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(y-20)^2 + 4(y-35) + 4(y-20)(y-35) = 3$$

$$3 = \frac{\sqrt{11}}{8} = 225 - 2^2 \frac{9}{8} = \frac{81}{2\sqrt{81}} \cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cos x$$

$$5y \quad 9\sqrt{2} = 9^2 \cdot 9 \quad 12t^2 - (12t+9) = 0$$

$$9^2 = 81 \quad 4t^2 - 4t + 1 + 2 = 0$$

$$\cos(2x+x) = \cos(2x)\cos x - \sin(2x)\sin x$$

$$q^2 = 2 = \cos^3 x - \sin^2 x \cos x - 2\sin^2 x \cos x \quad \frac{\pi}{6} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \cos x (\cos^2 x - 3\sin^2 x) \quad \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$= 4\cos^3 x + 3\cos x \quad \frac{4 \cdot 3 \sqrt{3}}{8}$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x + 6\cos x = 6\cos^2 x - 3 + p$$

$$4\cos^3 x - 8\cos^2 x + 9\cos x = p$$

$$4t^3 - 8t^2 + 9t - p = 0 \quad 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2$$

$$2\cos x \cos 2x + 5\cos x = 3\cos 2x + p$$

$$2\cos$$

$$3(\cos 2x - \cos x) \quad 4\cos^3 x = 3(\cos^2 2x - 3\cos x) + p$$

$$= -6$$

$$4\cos^3 x = 3(2\cos^2 x$$

$$\cos(3x) = \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) - 2\sin^2 x \cos x$$

$$4$$

$$= \cos^3 x - 3\sin^2 x \cos x$$

$$= \cos x (\cos^2 x + 3\cos^2 x + 3)$$

$$= -3\cos x + 4\cos^3 x$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x = 8\cos^2 x - 3 + p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \cos 2x \cos x + 3 \cos x = 3 \cos 2x + p \quad 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$2 \cos x (\cos 2x + 1) = 3 (\cos 2x - 1) + p$$

$$4 \cos x \cos^2 2x = 6 \sin^2 2x$$

$$4 \cos x \cos^2 4x + 6 \cos^2 4x - 6 = p$$

$$f(x) = \cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos 2x$$

$$= 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = 0$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$3a^2 - 4a\sqrt{3} + 12 = 0$$

$$D = 48$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 0$$



$$\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0 \quad \sqrt{3} - 2a$$

$$3 + 4a^2 - 4a\sqrt{3}$$

$$4 - h^2 + a^2 = 25$$

$$(2t - 1)^2 = 0$$

$$t = \frac{1}{2} (4a\sqrt{3} - 3a^2 + 12)$$

$$h + 6 = \sqrt{6 - t - 32} + 6 \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3 = 3 + \frac{1}{2}$$

$$= 2 \sqrt{t^2 + 24t + 1}$$

$$8800$$

$$406$$

$$128$$

$$246600$$

$$110 = 80$$

$$y - 20 + 2y - 75$$

$$3y - 95 = \sqrt{225 - 2^2}$$

$$9y^2 - 570y + 95^2 - 15^2 = -2^2$$

$$3249$$

$$-2466$$

$$78300$$

$$9y^2 - 570y + 8800 + 2^2 = 0$$

$$D = 570^2 - 246600$$